УДК 621.391

Н.Н. ЧЕРНЫШОВ, канд. техн. наук

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФОРМЫ СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ

Введение

Преобразование и обработка сигналов осуществляется в системах. Понятия сигнала и системы неразрывны, так как любой сигнал существует в какой-либо системе его обращения. Система обработки сигналов может быть реализована как в материальной форме (специальное устройство, измерительный прибор и т.п.), так и программно на ЭВМ или на любом другом вычислительном устройстве. Существуют и комплексные измерительно-вычислительные системы (ИВС), которые выполняют как регистрацию и первичную обработку сигналов непосредственно в материальной форме их представления, так и преобразование сигналов в цифровую форму и последующую программную обработку. Форма реализации систем в теоретическом плане существенного значения не имеет. Система любого назначения всегда имеет *вход*, на который подается многомерный входной сигнал, и *выход*, с которого снимается обработанный выходной сигнал. Формализованная система представляет собой определенный *системный оператор* (алгоритм) преобразования входного сигнала – *воздействия* $s(t)$, в сигнал на выходе системы $y(t)$ - *отклик* или *выходную реакцию* системы. Символическое обозначение операции преобразования (трансформации) $y(t) = T[s(t)]$. *Системный оператор* T - это правило (алгоритм) преобразования сигнала $s(t)$ в сигнал $y(t)$. Для общеизвестных операций преобразования сигналов применяются расширенные символы операторов трансформации, где вторым символом и специальными индексами обозначается конкретный вид операции (как, например, TF - преобразование Фурье, TF^{-1} - обратное преобразование Фурье). Входной сигнал системы может представлять собой m-мерный вектор, а выходной сигнал – n-мерный вектор, при этом система будет иметь m входов и n выходов. Для детерминированных входных сигналов соотношение между выходными и входными сигналами однозначно задается системным оператором. В случае реализации на входе системы случайного входного процесса существует однозначное соответствие процессов на выходе и входе системы, однако при этом одновременно происходит изменение статистических характеристик выходного сигнала (математического ожидания, дисперсии, корреляционной функции). Для полного определения системы необходимо задание характера, типа и области допустимых величин входных и выходных сигналов. Как правило, системы выполняются на сигналы одного типа по входу и выходу. По типу обработки входных сигналов они обычно подразделяются на системы непрерывного времени и цифровые системы для обработки данных, зарегистрированных на промежуточных носителях. Совокупность системного оператора T и областей входных/выходных сигналов образует математическую модель системы.

Линейные системы

Любые преобразования сигналов сопровождаются изменением их спектра и по характеру этих изменений разделяются на два вида: линейные и нелинейные. К нелинейным относят изменения, при которых в составе спектра сигналов появляются новые гармонические составляющие. При линейных изменениях сигналов изменяются амплитуды и начальные фазы гармонических составляющих спектра. Оба вида изменений могут происходить как с сохранением полезной информации, так и с ее искажением. Это зависит не только от характера изменения спектра сигналов, но и от спектрального состава самой полезной информации. Линейные системы составляют основной класс систем обработки сигналов. Термин линейности означает, что система преобразования сигналов должна иметь произвольную, но в обязательном порядке линейную связь между входным сигналом (возбуждением) и выходным сигналом (откликом). В нелинейных системах связь между входным и выходным сигналом определяется произвольным нелинейным законом. Система считается линейной, если в пределах установленной области входных и выходных сигналов ее реакция на входные сигналы аддитивна (выполняется принцип суперпозиции сигналов) и однородна (выполняется принцип пропорционального подобия). Принцип *аддитивности* требует, чтобы реакция на сумму двух входных сигналов была равна сумме реакций на каждый сигнал в отдельности

$$T[a(t)+b(t)]=T[a(t)+T[b(t)]. \tag{1}$$

Принцип *однородности* или пропорционального подобия требует сохранить однозначность масштаба преобразования при любой амплитуде входного сигнала [1]:

$$T[ca(t)]=cT[a(t)]. \tag{2}$$

Отклик линейной системы на взвешенную сумму входных сигналов должен быть равен взвешенной сумме откликов на отдельные входные сигналы независимо от их количества и для любых весовых коэффициентов. При реализации линейных систем на ЭВМ особых затруднений с обеспечением линейности значений входных и выходных сигналов не возникает.

К базовым линейным операциям, из которых могут быть сформированы линейные операторы преобразования, относятся операции скалярного умножения, сдвига и сложения [2]. Графическое отображение операций (цифровая форма) приведено на рис. 1. Операции сложения и умножения являются линейными только для аналоговых и дискретных сигналов. В случае цифровых сигналов они линейны относительно самих цифровых сигналов, но если последние - результат операции амплитудно-цифрового преобразования, то сложение и умножение не может считаться линейным абсолютно точно по отношению к исходным сигналам. Для систем с размерностью 2 и более существует одна базовая операция, которая называется операцией *пространственного маскирования*, которая может рассматриваться как обобщение скалярного умножения.

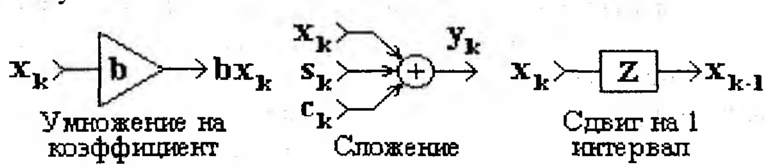


Рис.1. Графика системных операций

Инвариантность систем к сдвигу

Система называется инвариантной к сдвигу, если сдвиг входного сигнала по аргументам вызывает соответствующий сдвиг выходного сигнала

$$s(x,t)=T[a(x,t)],T[a(x-\Delta x,t-\Delta t)]. \tag{3}$$

Это означает, что форма выходного сигнала зависит только от входного сигнала, и не зависит от времени поступления сигнала на вход системы. Инвариантность системы к сдвигу является одним из подтверждений постоянства ее параметров. Линейность и инвариантность к сдвигу являются независимыми свойствами систем и не определяют друг друга. В теории анализа и обработки данных основное место занимают системы, линейные и инвариантные к сдвигу (ЛИС-системы). Они обладают достаточно широкими практическими возможностями при относительной простоте математического аппарата. Преимущество, которое отдается ЛИС-системам в методах обработки информации, базируется на возможности разложения входного сигнала любой формы. Другой важной особенностью ЛИС-систем является то, что любые их комбинации также являются ЛИС-системами, а любую сложную ЛИС-систему можно разложить на комбинации простых систем.

Математическая модель системы

Математическая модель системы как совокупности связанных физических, радио-, электротехнических или программных элементов, способной воспринимать внешнее воздействие $x(t)$ и выполнять его преобразование в некоторую выходную величину $y(t)$, описывается системой дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения представляют собой универсальный инструмент задания определенной связи между сигналами. В аналоговой линейной системе такая связь выражается линейным дифференциальным уравнением [3]

$$\sum_{m=0}^{M} a_m \frac{d^m y(t)}{dt} = \sum_{n=0}^{N} b_n \frac{d^n s(t)}{dt^n}. \tag{4}$$

Аналогичная связь в цифровой системе описывается разностными уравнениями

$$\begin{cases} \sum\limits_{m=0}^{M} a_m y((k-m)\Delta t) = \sum\limits_{n=0}^{N} b_n ((k-n)\Delta t); \\ y(k\Delta t) = \sum\limits_{n=0}^{N} b_n s((k-n)\Delta t) - \sum\limits_{m=1}^{M} a_m y((k-m)\Delta t). \end{cases} \tag{5}$$

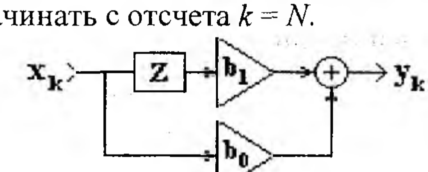
Последнее уравнение можно рассматривать как алгоритм последовательного вычисления значений $y(k\Delta t)$, $k = 0, 1, 2, \ldots$, по значениям входного сигнала $s(k\Delta t)$ и предыдущих вычисленных значений $y(k\Delta t)$ при известных значениях коэффициентов a_m, b_n и с учетом задания начальных условий - значений $s(k\Delta t)$ и $y(k\Delta t)$ при $k < 0$.

Нерекурсивные системы

При нулевых значениях коэффициентов a_m уравнения (5) принимает вид [3]

$$y(k) = \sum_{n=0}^{N} b_n x(k-n). \tag{6}$$

При установленных значениях коэффициентов b_n значения выходных отсчетов свертки для любого аргумента k определяются текущим и прошлыми значениями входных отсчетов. Такая система называется нерекурсивной цифровой системой (НЦС). Нетрудно заметить, что уравнение (6) полностью повторяет уравнение свертки произвольного сигнала $s(k)$ с импульсным откликом системы $h(n)$, которое уже рассматривалось в теме динамического представления сигналов с базовой позиции. Для НЦС импульсным откликом системы является непосредственно ядро свертки $b_n = h_n$. Пример простейшей НЦС приведен на рис. 2. Интервал суммирования по n получил название “окна”. Окно системы (6) составляет $N+1$ точку, система является односторонней каузальной, причинно обусловленной текущими и прошлыми значениями входного сигнала. При $k < n$ проведение обработки входных данных возможно только при задании определенных начальных условий для точек $x(-k)$, $k=1,2, .., N$. В качестве начальных условий принимаются нулевые значения или значения отсчета $x(0)$. Если при обработке данных начальные интервалы массивов $x(k)$ существенного значения не имеют, то обработку можно начинать с отсчета $k = N$.



$H(z)=b_0+b_1z.\quad y_k=b_0x_k+b_1x_{k-1}$

Рис. 2. Пример НЦС

При обработке данных на ЭВМ ограничение по каузальности системного оператора снимается. В программном распоряжении системы могут находиться значения входных отсчетов, при этом уравнение (6) будет иметь вид

$$y(k) = \sum_{n=-\dot{N}}^{N} b_n x(k-n). \tag{7}$$

При $\dot{N} = N$ система называется двусторонней симметричной. Симметричные системы, в отличие от каузальных, не изменяют фазы обрабатываемых сигналов. Описанный процесс свертки в вещественной области массива данных $x(k)$ с нерекурсивным оператором системы

b_n (массивом весовых коэффициентов системы) обычно называют нерекурсивной цифровой фильтрацией данных, а саму систему - нерекурсивным цифровым фильтром (НЦФ).

Рекурсивные системы

Системы, которые описываются полным разностным уравнением, принято называть рекурсивными цифровыми системами (РЦС) или рекурсивными цифровыми фильтрами (РЦФ), так как в вычислении текущих значений выходного сигнала участвует не только входной сигнал, но и значения выходного сигнала, вычисленные в предшествующих циклах расчетов. Рекурсивные системы называют системами с обратной связью (рис. 3).

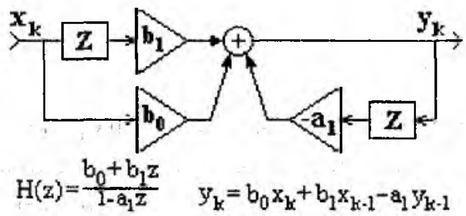


Рис. 3. Пример РЦС

Полное окно рекурсивной системы состоит из двух составляющих: нерекурсивной части b_n, аналогичной окну нерекурсивной системы и ограниченной в работе текущими и прошлыми значениями входного сигнала, и рекурсивной части a_m, которая работает только ранее вычисленными значениями выходного сигнала. Предмет фильтрации сигналов является основной областью применения нерекурсивных систем. Под фильтрацией будем понимать любое преобразование, при котором во входных сигналах целенаправленно изменяются определенные соотношения (динамические или частотные) между различными компонентами этих сигналов. К операциям фильтрации информации относятся операции сглаживания, прогнозирования, дифференцирования, интегрирования и разделения сигналов, а также выделение информационных сигналов и подавление шумов. Основным методом фильтрации данных является частотная селекция сигналов. Операция свертки сигнала с ядром (оператором) фильтра отображается в частотной области умножением спектра сигнала на частотный образ оператора фильтра. Тем самым получаем возможность целенаправленно изменять спектр сигнала. Например, в звукозаписи изменение спектра сигнала позволяет очищать запись от шумов, компенсировать искажения сигнала различными устройствами звукозаписи, менять тембры инструментов. При обработке изображений фильтрация позволяет применять к изображению разные эффекты. В самых различных областях фильтрация часто служит для разделения сигналов, смешанных в один, очищения сигнала от шумов [4].

Частотные характеристики фильтров

В общем случае, фильтр меняет в спектре сигнала и амплитуды, и фазы гармоник. Однако фильтры можно проектировать так, чтобы они или не меняли фазу сигнала, или сдвигали все гармоники сигнала по времени на одну и ту же величину. Такие фильтры называют *фильтрами с линейной фазой*. Основное свойство фильтра - его АЧХ и ФЧХ. Они показывают, какое влияние фильтр оказывает на амплитуду и фазу различных гармоник обрабатываемого сигнала. Если фильтр имеет линейную фазу, то рассматривается только АЧХ фильтра. Обычно частотная характеристика изображается в виде графика зависимости амплитуды от частоты (*дБ*). Так, если фильтр пропускает все сигналы в какой-либо полосе частот без изменения (коэффициент передачи равен 1), то это отображается значением 0 *дБ*. Подавление каких либо частот отображается со знаком минус, а усиление – со знаком плюс. Пример частотной характеристики фильтра приведен на рис. 4.

В зависимости от общего вида частотной характеристики можно выделить следующие типы фильтров: НЧ-фильтры (*low-pass filters*), ВЧ-фильтры (*high-pass filters*), полосовые фильтры, которые пропускают (*band-pass filters*) или подавляют (*band-reject filters*) сигнал только в определенной частотной полосе. Существуют другие типы фильтров с более сложными частотными характеристиками. Обычно в задачах фильтрации сигнала задается требуемая частотная характеристика фильтра. Построить в точности заданный фильтр обычно бывает не так просто. Тогда строится фильтр, близкий по характеристикам к заданному. Например, невозможно построить *идеальный фильтр низких частот*, который пропускает без изменения все сигналы ниже определенной частоты (*pass band*) и полностью подавляет все сигналы выше этой частоты (*stop band*). Такой фильтр реализуется оператором бесконечно большого размера. Реальные фильтры низких частот обладают плавным переходом от полосы пропускания (0 *дБ* с отклонениями ±0.5 *дБ*) к полосе подавления, где сигнал подавляется более чем в 10 – 1000 раз (рис. 4). Крутизна спада и значения подавления после спада определяются конкретными требованиями к фильтру. Фильтр может иметь несколько частотных полос пропускания с разными коэффициентами усиления.

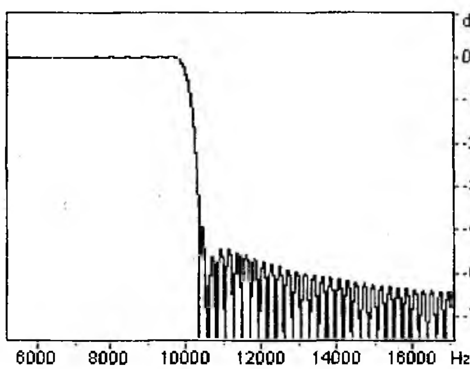


Рис. 4. Пример АЧХ фильтра

Рис. 5. Выходные сигналы детектора

Расчет операторов нерекурсивных фильтров

Существует много способов построения фильтров с заданной частотной характеристикой. Наиболее универсальный - проектирование фильтров путем обратного преобразования Фурье. Рассмотрим этот способ на примере формирования сигналов с высоким временным разрешением на выходе детекторов излучения. Сигналы регистрации ионизирующих частиц формируются интегрированием заряда, в который трансформируется энергия частиц при ее поглощении в рабочей среде детектора. Идентификация энергии частиц по зарегистрированным сигналам обеспечивается при полном сборе заряда на выходе детектора. При этом постоянная времени *RC* интегрирования заряда на выходной *RC*-цепи детектора должна быть на порядок больше времени преобразования энергии в детекторе. На рис. 5 приведен пример формы выходных сигналов детектора до и после сбора зарядов при постоянной $\tau = 0.3$ *мкс* выхода заряда и $RC = 3$ *мкс* интегрирования заряда. Амплитуды сигналов нормированы по максимуму для наглядности сравнения. Для исключения ошибок измерений при возможных наложениях последующих сигналов на спад предыдущих применяются различные способы укорочения сигналов $y(t)$ и быстрого восстановления нулевой линии. Применение нерекурсивного формирующего фильтра позволяет решить эти задачи просто и эффективно.

Допустим, что необходимо превратить выходной сигнал $y(t)$ в короткий и удобный для измерения амплитудных значений сигнал $z(t)$, форма которого приведена на рис. 5. Это можно выполнить операцией свертки. Для чего требуется определить соответствующий оператор преобразования $h(t)$. Переведем уравнение свертки в спектральную область

$$Z(f) = H(f)Y(f). \tag{8}$$

Возможность реализации оператора $h(t)$ определяется устойчивостью решения уравнения (8) и зависит от частотных характеристик сигналов. К числу обязательных условий реализации следует отнести отсутствие полюсов функции $Y(f)$ для исключения деления на ноль, и более быстрое затухание функции $Z(f)$ по сравнению с функцией $Y(f)$. В качестве сигнала

$z(t)$ целесообразно задавать функцию Гаусса такой ширины (на половине своей высоты), спектр которой $Z(f)$ по своей основной значимой части соизмерим со спектром сигнала $Y(f)$. Чем меньше ширина функции Гаусса, тем лучше будет выполняться сжатие сигнала. Однако при чрезмерном сжатии и увеличении высокочастотных составляющих в $Z(f)$, оператору $h(t)$ придется осуществлять существенный подъем высокочастотных составляющих сигнала $y(t)$. С учетом каузальности работы формирующих фильтров выходные сигналы должны задаваться за пределами фронта сигнала $y(t)$, а экстремумы сигналов - за пределами экстремума входного сигнала. В силу линейности фильтра и принципа суперпозиции зарядов на интегрирующей емкости, в любой текущей временной точке оператор фильтра реагирует на разряд интегрирующей емкости как на сумму разрядов от всех предыдущих импульсов. Если по разряду одного импульса система будет точно настроена на нулевую линию, то она будет сохранять нулевую линию независимо от количества и времени прихода импульсов. Форма сигнала $y(t)$ в первом приближении соответствует уравнению

$$y(t) = \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \tag{9}$$

На рис. 6 приведены модули спектров $Y(f)$ и $Z(f)$ сигналов и частотные передаточные функции оператора фильтра. Для наглядного представления их формы все модули нормированы к 1 по максимальным значениям. Значимую часть спектра формируемого оператора целесообразно выделить умножением спектра оператора на весовую функцию $p(t)$, равную 1 в пределах значимой части отношения и плавно спадающую к нулю за его границами. Одновременно это подавит высокочастотные шумы в сигнале $y(t)$, появление которых в регистрируемом сигнале неизбежно в силу природы ионизирующего излучения. В результате получим спектральную функцию $H(f)$ требуемого оператора преобразования сигналов.

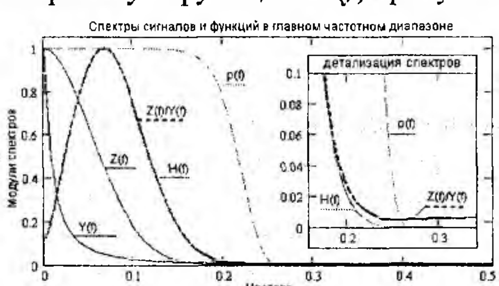


Рис. 6. Модули спектров $Y(f)$ и $Z(f)$ сигналов

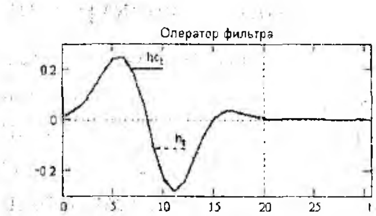


Рис. 7. Установившаяся длина оператора $hc(t)$

Временная функция оператора фильтра $h(t)$ вычисляется обратным преобразованием Фурье функции $H(f)$. Для начала длина оператора устанавливается соизмеримой с длиной входного сигнала (оператор $hc(t)$ показан на рис. 7). В данном случае оператор фильтра является конечным, достаточно быстро затухает, и может быть ограничен до величины $h(t)$.

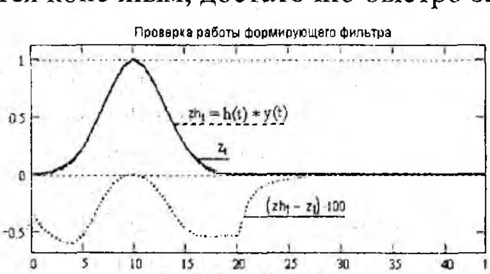


Рис. 8. Сопоставление заданной формы сигнала z(t) и формы сигнала zh(t)

На рис. 8 приведено сопоставление заданной формы сигнала $z(t)$ и формы сигнала $zh(t)$ на выходе фильтра при подаче на его вход сигнала $y(t)$. Фильтр был смоделирован в цифровой форме с шагом Δt=0.1*мкс* с размером окна N=20. Оператор фильтра имел коэффициент передачи постоянной составляющей K_{nc} = 0.2 и коэффициент усиления дисперсии шумов 0.85 [5].

Заключение

По заданной частотной характеристике $H(f)$ может быть синтезирован аналоговый фильтр, но настройка такого фильтра под конкретные параметры детектора будет представлять трудоемкую операцию. Больше возможностей в этом отношении представляют дискретные методы преобразования сигналов. Ограничение размеров дискретных операторов определяется допустимой погрешностью реконструкции заданной формы сигналов и точностью формирования нулевой линии при заданном временном разрешении. Работоспособность фильтра проверяется сверткой оператора с сигналом $y(t)$. Погрешность реконструкции флангов сигнала при амплитудных измерениях значения не имеет. Гораздо большее значение имеет быстрое и точное восстановление нулевой линии после формирования выходного сигнала, которое определяет погрешность измерения амплитуды последующего сигнала. Компенсация погрешностей, возникающих за счет усечения спектров и ограничения размеров самого оператора, может проводиться коррекцией значения последнего члена оператора.

Список литературы: 1. *Баскаков С.И.* Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. М.: Высш. шк., 1988. 2. *Оппенгейм А.В., Шафер Р.В.* Цифровая обработка сигналов. М.: Связь, 1979. 416 с. 3. *Сиберт У.М.* Цепи, сигналы, системы. М.: Мир, 1988. 336 с. 4. *Сергиенко А.Б.* Цифровая обработка сигналов. СПб.: Питер, 2003. 608 с. 5. *Лукин А.* Введение в цифровую обработку сигналов. М.: МГУ, 2002.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 31.07.2009