

МОДЕЛЬ ЛОГИЧЕСКОГО ОПЕРАТОРА С УПРАВЛЯЕМЫМ ЯДРОМ

Рассматриваются линейные логические операторы с управляемым ядром, являющиеся основным решающим средством в реляционных сетях, которые в свою очередь рекомендуются на роль универсального решателя высокопроизводительных мозгоподобных структур. Приводится модель логического оператора с управляемым ядром, которая характеризуется введением в вычисление этого оператора множителей и благодаря которой появляется возможность построения схемы отдельной ветви реляционной сети для переменных множеств и соответствий.

Введение

Язык алгебры предикатов представляет собой универсальное средство формального описания любых механизмов интеллекта человека и машин. Разработчики, проектирующие средства искусственного интеллекта, используют алгебру предикатов для начального формального описания моделей. Следующим этапом является алгебра предикатных операций, на которой выражаются любые действия над отношениями. Отношения выражают свойства предметов и связи между ними. Они представляют собой универсальное средство формального описания любых объектов [1].

Каждая модель логической сети характеризуется своим предикатом модели. Однако предикаты лишь описывают конкретную модель логических сетей. А для того, чтобы сеть функционировала, т.е. чтобы из нее можно было извлечь некоторые знания, необходимо решать систему логических уравнений [2]. Для решения логических уравнений часто используют линейные логические операторы [1,3].

Целью исследования является разработка модели логического оператора с управляемым ядром, которая позволяет понять процесс, происходящий в ветвях реляционной сети и построить схему отдельной ветви.

1. Линейные логические операторы

Механизм, решающий уравнения алгебры предикатов, называется реляционной сетью. Такое название мотивировано тем, что, во-первых, мозг человека реализует нейронную сеть; во-вторых, с психологической точки зрения механизм мышления представляется как ассоциативная сеть; в-третьих, с математической точки зрения механизм мышления предстает как устройство для обработки отношений (по англ. relation). Реляционная сеть состоит из полюсов и ветвей, соединяющих полюсы. Пара полюсов x и y , соединенных ветвью $K(x, y)$, реализуют линейный логический оператор первого и второго рода. Сеть называется первого рода, если в ней действуют лишь операторы первого рода. Аналогично определяются сети второго рода. Если в сети используются операторы обоих видов, сеть называется комбинированной.

Существует взаимно-однозначное двумерное соответствие между всеми предикатами $K(x, y)=1$ на $A \times B$ и всеми соответствиями $K(x, y)$ на $A \times B$. Соответствиями называются отношения, задаваемые бинарными предикатами. Алгебру одноместных предикатов можно содержательно рассматривать как алгебру множеств, двуместных – как алгебру соответствий.

Вычисление СДНФ двуместного предиката производится по следующей формуле:

$$K(x, y) = \bigvee_{(\sigma, \varepsilon) \in A \times B} K(\sigma, \varepsilon) x^{\sigma} y^{\varepsilon}. \quad (1)$$

Пусть $x \in A$, $y \in B$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$. Представим пример двудольного графа двуместного предиката и соответствующую ему таблицу предиката (рис.1).

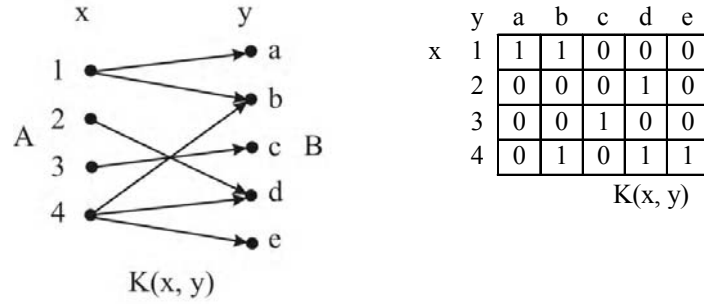


Рис. 1. Представление предиката в виде таблицы и двудольного графа

СДНФ предиката согласно формуле (1) имеет вид:

$$K(x, y) = K(1, a)x^1y^a \vee \dots \vee K(3, b)x^3y^b \vee \dots \vee K(4, e)x^4y^e = 1 \cdot x^1y^a \vee \dots \vee 0 \cdot x^3y^b \vee \dots \vee 1 \cdot x^4y^e = x^1y^a \vee x^1y^b \vee x^2y^d \vee x^3y^c \vee x^4y^b \vee x^4y^d \vee x^4y^e. \quad (2)$$

Равенство $K(1, a) = 1$ равносильно утверждению, что предмет $y = a$ есть образ предмета $x = 1$ относительно соответствия $K(x, y)$. Полный образ предмета x может быть вычислен с помощью дизъюнктивного разложения предиката:

$$\exists \sigma \in A(x^\sigma \cdot K(\sigma, y)) = Q(y). \quad (3)$$

Приведем пример отыскания полного образа $Q(y)$ предмета $x = 1$ для соответствия (3):

$$\begin{aligned} Q(y) &= \exists \sigma \in \{1, 2, 3, 4\} (x^1 \cdot (x^1(y^a \vee y^b) \vee x^2y^d \vee x^3y^c \vee x^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) = \\ &= (1^1 \cdot (1^1(y^a \vee y^b) \vee 1^2y^d \vee 1^3y^c \vee 1^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) \vee (1^2 \cdot (1^1(y^a \vee y^b) \vee 1^2y^d \vee 1^3y^c \vee 1^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) \vee \\ &\quad \vee (1^3 \cdot (1^1(y^a \vee y^b) \vee 1^2y^d \vee 1^3y^c \vee 1^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) \vee \\ &\quad \vee (1^4 \cdot (1^1(y^a \vee y^b) \vee 1^2y^d \vee 1^3y^c \vee 1^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) = y^a \vee y^b. \end{aligned}$$

Следовательно, $Q = \{a, b\}$ – полный образ предмета $x = 1$. Полный прообраз P предмета y может быть вычислен по формуле

$$\forall \sigma \in B(y^\sigma \supset K(\sigma, y)) = P(x). \quad (4)$$

Приведем пример отыскания полного образа $P(x)$ предмета $y = b$ для соответствия (2):

$$\begin{aligned} P(x) &= \forall \sigma \in \{a, b, c, d, e\} (y^\sigma \supset (x^1(y^a \vee y^b) \vee x^2y^d \vee x^3y^c \vee x^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) = \\ &= (b^a \supset (x^1(b^a \vee b^b) \vee x^2b^d \vee x^3b^c \vee x^4(b^b \vee b^d \vee b^e))) \wedge \\ &\quad \wedge (b^b \supset (x^1(b^a \vee b^b) \vee x^2b^d \vee x^3b^c \vee x^4(b^b \vee b^d \vee b^e))) \wedge \\ &\quad \wedge (b^c \supset (x^1(b^a \vee b^b) \vee x^2b^d \vee x^3b^c \vee x^4(b^b \vee b^d \vee b^e))) \wedge \\ &\quad \wedge (b^e \supset (x^1(b^a \vee b^b) \vee x^2b^d \vee x^3b^c \vee x^4(b^b \vee b^d \vee b^e))) = x^1 \vee x^4. \end{aligned}$$

Полным прообразом предмета $y = b$ будет множество $P = \{1, 4\}$.

Максимальным образом множества $P \subseteq A$ относительно соответствия $K(x, y) = 1$ называется множество $Q_{\max} \subseteq B$, представляющее собой объединение образов всех предметов $x \in P$. Этот образ вычисляется по формуле:

$$\exists x \in A(P(x) \cdot K(x, y)) = Q_{\max}(y). \quad (5)$$

Минимальным образом множества $P \subseteq A$ относительно соответствия $K(x, y) = 1$ называется множество $Q_{\min} \subseteq B$, представляющее собой пересечение образов всех предметов $x \in P$ и вычисляется по формуле:

$$\forall x \in A(P(x) \supset K(x, y)) = Q_{\min}(y). \quad (6)$$

Преобразование $F(P) = Q_{\max}$ вида (5) обладает аддитивностью $F(P_1 \vee P_2) = F(P_1) \vee F(P_2)$ относительно операции дизъюнкции и однородностью $F(\alpha P) = \alpha F(P)$ относительно операции конъюнкции, $\alpha \in \{0, 1\}$. Это преобразование называется линейным логическим оператором

первого рода. Преобразование $\gamma(P) = Q_{\min}$ вида (6) обладает аддитивностью $\gamma(P_1 \wedge P_2) = \gamma(P_1) \wedge \gamma(P_2)$ относительно операции конъюнкции и однородностью $\gamma(\alpha \vee P) = \alpha \vee \gamma(P)$ относительно операции дизъюнкции. Такое преобразование называется линейным логическим оператором второго рода. Предикат $K(x, y)$ называется ядром линейного логического оператора. Именно они описывают основные действия реляционной сети, реализующей процессы мышления в числовой природе и в технике.

Найдем значения линейных логических операторов первого и второго рода для соответствия (2). Подадим на вход линейного логического оператора множество $P = \{1, 4\}$. Согласно формуле (5) имеем:

$$\begin{aligned} Q_{\max}(y) &= \exists x \in \{1, 2, 3, 4\} ((x^1 \vee x^4) \wedge (x^1(y^a \vee y^b) \vee x^2 y^d \vee x^3 y^c \vee x^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) = \\ &= ((1^1 \vee 1^4) \cdot (1^1(y^a \vee y^b) \vee 1^2 y^d \vee 1^3 y^c \vee 1^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) \vee \\ &\vee ((2^1 \vee 2^4) \cdot (2^1(y^a \vee y^b) \vee 2^2 y^d \vee 2^3 y^c \vee 2^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) \vee \\ &\vee ((3^1 \vee 3^4) \cdot (3^1(y^a \vee y^b) \vee 3^2 y^d \vee 3^3 y^c \vee 3^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) \vee \\ &\vee ((4^1 \vee 4^4) \cdot (4^1(y^a \vee y^b) \vee 4^2 y^d \vee 4^3 y^c \vee 4^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) = y^a \vee y^b \vee y^d \vee y^e. \end{aligned}$$

Преобразование по формуле (6) имеет вид:

$$\begin{aligned} Q_{\min}(y) &= \forall x \in \{1, 2, 3, 4\} ((x^1 \vee x^4) \supset \\ &\supset (x^1(y^a \vee y^b) \vee x^2 y^d \vee x^3 y^c \vee x^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) = \\ &= ((1^1 \vee 1^4) \supset (1^1(y^a \vee y^b) \vee 1^2 y^d \vee 1^3 y^c \vee 1^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) \wedge \\ &\wedge ((2^1 \vee 2^4) \supset (2^1(y^a \vee y^b) \vee 2^2 y^d \vee 2^3 y^c \vee 2^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) \wedge \\ &\wedge ((3^1 \vee 3^4) \supset (3^1(y^a \vee y^b) \vee 3^2 y^d \vee 3^3 y^c \vee 3^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) \wedge \\ &\wedge ((4^1 \vee 4^4) \supset (4^1(y^a \vee y^b) \vee 4^2 y^d \vee 4^3 y^c \vee 4^4(y^b \vee y^d \vee y^e))) = \\ &= (1 \supset y^a \vee y^b) \cdot (0 \supset y^d) \cdot (0 \supset y^c) \cdot (1 \supset y^b \vee y^d \vee y^e) = y^b. \end{aligned}$$

Представим наглядно при помощи двудольных графов приведенные выше вычисления (рис. 2).

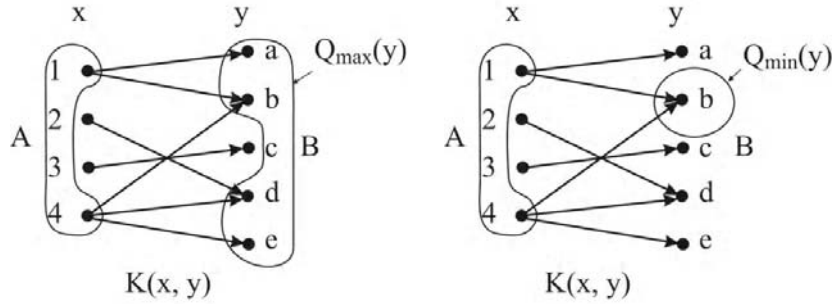


Рис. 2. Двудольные графы для вычислений $Q_{\max}(y)$ и $Q_{\min}(y)$

Если поменять в двудольном графе направление всех стрелок на обратные, получим дуальный граф с тем же ядром $K(x, y)$. Дуальному графу соответствуют линейный логический оператор первого рода

$$\exists y \in B(Q(y)K(x, y)) = P_{\max}(x) \quad (7)$$

и второго рода

$$\forall x \in B(Q(y) \supset K(x, y)) = P_{\min}(y), \quad (8)$$

называемые дуальными по отношению к операторам (5) и (6). Важно отметить, что дуальные логические операторы далеко не всегда возвращают исходное множество к первоначальному виду. Так, множество $Q_{\max} = Q$, формируемое оператором (5), возвращается дуальным оператором (6) в виде более широкого множества $P_{\max}$, чем исходное множество P (рис.3).

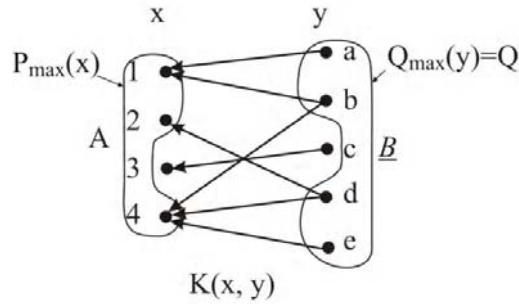


Рис.3. Дуальный двудольный граф для соответствия (2)

Линейные логические операторы представляют собой операции над переменными предикатами. Они входят составной частью в более обширную систему, называемую алгеброй предикатных операций. Алгебра предикатов служит формальным средством для записи мыслей, алгебра же предикатных операций, будучи материализована в виде решающего устройства, может служить средством искусственного воспроизведения процесса мышления.

2. Модель логического оператора с управляемым ядром

Для формирования математического действия, которое происходит в ветвях реляционной сети, разработана модель логического оператора с управляемым ядром, которая характеризуется введением в вычисление линейного логического оператора первого и второго рода множителей ξ_{a_i} , ζ_{b_j} , $\eta_{a_i b_j}$, ($i = \overline{1, k}$, $j = \overline{1, l}$). Благодаря этой модели появилась возможность выполнять обсчет логических операторов для переменных множеств и соответствий.

Задав множества $A = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$; $B = \{b_1, b_2, \dots, b_l\}$, имеем следующие выражения формул (5), (6):

$$Q_{\max}(y) = \bigvee_{i=1}^k (P(a_i) K(a_i, y)), \quad a_i \in A, \quad (9)$$

$$Q_{\min}(y) = \bigwedge_{i=1}^k (P(a_i) \supset K(a_i, y)), \quad a_i \in A. \quad (10)$$

Уравнения (9) и (10), в которых переменное множество $P(a_i) = \xi_{a_i}$ и управляемое ядро $K(a_i, b_j) = \eta_{a_i b_j}$ заменены на соответствующие множители, будут иметь следующий вид:

$$Q_{\max}(y) = \bigvee_{i=1}^k (\xi_{a_i} (\bigvee_{j=1}^l \eta_{a_i b_j} b_j)), \quad Q_{\min}(y) = \bigwedge_{i=1}^k (\xi_{a_i} \supset (\bigvee_{j=1}^l \eta_{a_i b_j} b_j)),$$

где $\xi_{a_i}, \eta_{a_i b_j} \in \{0, 1\}$.

Схемы линейных логических операторов первого и второго рода представлены на рис. 4, 5.

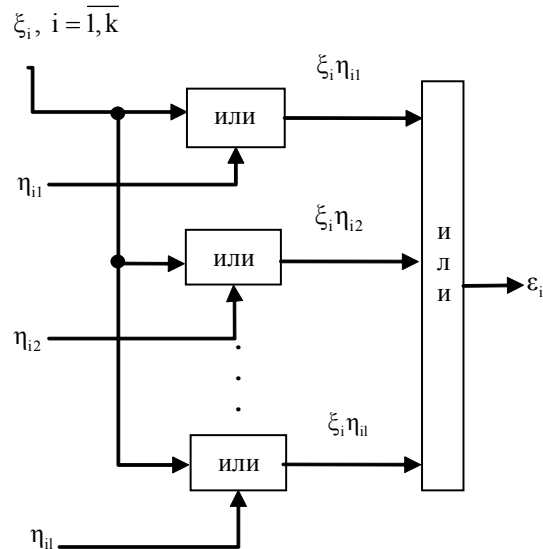


Рис. 4. Схема линейного логического оператора первого рода

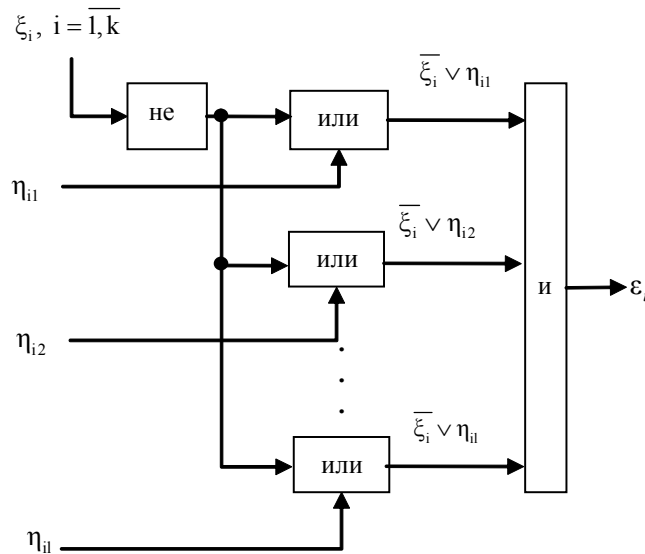


Рис. 5. Схема линейного логического оператора второго рода

Выводы

В течение каждого такта работы реляционной сети одновременно срабатывают все линейные логические операторы. В сети первого рода после каждого такта осуществляется пересечение всех множеств $Q_{\max}$, сходящихся со всех сторон к каждому из полюсов. В сети второго рода множества $Q_{\min}$, наоборот, объединяются. Сеть первого рода может формировать лишние решения, а второго – может не найти некоторые из действительных решений. В статье впервые предложена модель логического оператора с управляемым ядром, которая характеризуется введением в вычисление этого оператора множителей и благодаря которой появляется возможность построения схемы отдельной ветви реляционной сети для переменных множеств и соответствий. Эта модель дает возможность решать любую задачу без необходимости обучения.

Список литературы: 1. Бондаренко М.Ф. О реляционных сетях / М.Ф. Бондаренко, И.А. Лещинская, Н.П. Кругликова, Н.Е. Русакова, Ю.П. Шабанов-Кушнарченко // Бионика интеллекта. 2010. № 3. С. 8–13. 2. Закревский А.Д. Логические уравнения. Минск: Наука и техника, 1975. 96 с. 3. Вечирская И.Д. Линейные логические операторы в виде схем и графов / И.Д. Вечирская, З.В. Дударь, А.А. Иванилов, В.А. Лещинский // Бионика интеллекта. 2004. №1(61). С.38-41.

Поступила в редколлегию 29.08.2011

Русакова Наталья Евгеньевна, м.н.с. каф. программной инженерии ХНУРЭ. Научные интересы: логическая алгебра, реляционные сети, искусственный интеллект. Увлечения: спортивные бальные танцы, катание на коньках, вышивка. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр.Ленина, 14, тел.р.702-11-52, т. моб. 068-606-64-22. E-mail: natalium@mail.ru.