

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОСТОЯННЫХ ВРЕМЕНИ АПЕРИОДИЧЕСКИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Апериодические измерительные преобразователи (АИП) нашли широкое применение в технике СВЧ (термоэлектрические, болометрические, калориметрические тепловые преобразователи). Одной из задач их метрологического обеспечения является определение динамических характеристик. Работа посвящена исследованию переходных характеристик (ПХ) АИП, идентификация которых осуществляется нахождением постоянных времени.

Для АИП переходная характеристика описывается выражением

$$h(t) = \begin{cases} 0, & t < 0; \\ 1 - \sum_{m=1}^M A_m \exp\left(-\frac{t}{\tau_m}\right), & t \geq 0, \end{cases} \quad (1)$$

где A_m, τ_m – амплитуды и постоянные времени ПХ.

Одним из методов определения постоянных времени АИП является метод моментов [1], согласно которому инерционные свойства АИП описываются ограниченным числом начальных моментов α_j нормированной ПХ:

$$\alpha_j = \int_0^{\infty} t^{j-1} [1 - h(t)] dt, \quad (2)$$

которые с учетом выражения (1) преобразуются к виду

$$\alpha_j = (j-1)! \sum_{m=1}^M A_m \tau_m^j. \quad (3)$$

Как правило, измерение ПХ АИП осуществляется дискретно с помощью аналогоцифрового преобразователя (АЦП), и начальные моменты

$$\alpha_{j,изм} = \left(\frac{T}{N}\right)^j B_j, \quad (4)$$

где N – количество отсчетов ПХ за время измерения T ; B_j рассчитываются в зависимости от способа численного интегрирования [2] и порядка j начального момента и приведены в табл. Здесь $\beta = \begin{cases} 1, & j=1; \\ 0, & j \neq 1; \end{cases}$, $C(i\Delta t) = 1 - h(i\Delta t)$.

Таблица 1

	Формулы прямоугольников			Формула трапеций
	1	2	3	
B_j	$\sum_{i=1}^N i^{j-1} C\left(\frac{iT}{N}\right)$	$\sum_{i=0}^{N-1} i^{j-1} C\left(\frac{iT}{N}\right)$	$\sum_{i=0}^{N-1} \left(i + \frac{1}{2}\right)^{j-1} C\left(\left(i + \frac{1}{2}\right)\frac{T}{N}\right)$	$\frac{1}{2} \left(\beta C(0) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} C\left(\frac{iT}{N}\right) + N^{j-1} C(T) \right)$

Шумы квантования АЦП, а также наличие аддитивного шума в испытательном сигнале приводят к появлению случайной составляющей погрешности определения постоянных времени АИП.

Исследование этой составляющей погрешности заключается в определении отношения приведенного среднеквадратического отклонения (СКО) постоянной времени $\tilde{\sigma}_{\tau_m} = \sigma_{\tau_m} / \tau_m$ к СКО аддитивного шума (СКО ПХ) σ_C .

Если представить зависимость постоянных времени от начальных моментов функцией $\tau_m = f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$, то СКО постоянных времени определяется в соответствии с законом распространения неопределенностей [3]:

$$\sigma_{\tau_m} = \sqrt{\sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial \tau_m}{\partial \alpha_j} \right)^2 \sigma_{\alpha_j}^2}, \quad (5)$$

где $\sigma_{\alpha_j} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial \alpha_j}{\partial C} \left(\frac{iT}{N} \right) \right)^2} \sigma_C^2$ определяется аналогично из выражения (4).

Методом математического моделирования было установлено, что закон распределения постоянных времени нормальный независимо от закона распределения аддитивного шума при его СКО, не превышающем 0,1 от величины входного воздействия.

Рассмотрим случайную погрешность идентификации ПХ АИП первого и второго порядков.

Для АИП первого порядка отношение $\tilde{\sigma}_{\tau} / \sigma_C$ для разных формул численного интегрирования определяется выражениями, приведенными в табл.2.

Таблица 2

	Формулы прямоугольников			Формула трапеций
	1	2	3	
$\frac{\tilde{\sigma}_{\tau}}{\sigma_C}$		$\frac{T}{\tau\sqrt{N}}$		$\frac{T\sqrt{N-\frac{1}{2}}}{N\tau}$

Для АИП второго порядка, ПХ которых имеет вид

$$h(t) = 1 - \frac{\tau_1}{\tau_1 - \tau_2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) - \frac{\tau_2}{\tau_2 - \tau_1} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right),$$

постоянные времени согласно (2) – (4) рассчитывают по формуле [1]:

$$\tau_{1,2} = \frac{\alpha_1 \pm \sqrt{4\alpha_2 - 3\alpha_1^2}}{2}.$$

Начальные моменты α_1 и α_2 для разных формул численного интегрирования определяют по формуле (4).

Для расчета СКО постоянных времени согласно (5) находим соответствующие коэффициенты влияния:

$$\frac{\partial \tau_{1,2}}{\partial \alpha_1} = \frac{1}{2} \mp \frac{3\alpha_1}{2\sqrt{4\alpha_2 - 3\alpha_1^2}}; \quad \frac{\partial \tau_{1,2}}{\partial \alpha_2} = \pm \frac{1}{4\alpha_2 - 3\alpha_1^2}.$$

Отношения СКО начальных моментов к СКО аддитивного шума равны:

$$\frac{\sigma_{\alpha_1}}{\sigma_C} = \frac{T}{N} \sqrt{K_3}; \quad \frac{\sigma_{\alpha_2}}{\sigma_C} = \left(\frac{T}{N}\right)^2 \sqrt{K_4},$$

где K_3 и K_4 приведены в табл.3 для разных формул численного интегрирования.

Таблица 3

	Формулы прямоугольников			Формула трапеций
	1	2	3	
K_3	N			$N - \frac{1}{2}$

Отношения приведенных СКО постоянных времени к СКО аддитивного шума при решении уравнения (5) имеют вид:

$$\frac{\tilde{\sigma}_{\tau_1}}{\sigma_C} = \frac{T}{N\tau_1} \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{3B_1}{2\sqrt{4B_2 - 3B_1^2}} \right)^2 K_3 + \frac{K_4}{4B_2 - 3B_1^2} \right]^{\frac{1}{2}};$$

$$\frac{\tilde{\sigma}_{\tau_2}}{\sigma_C} = \frac{T}{N\tau_2} \left[\left(\frac{1}{2} + \frac{3B_1}{2\sqrt{4B_2 - 3B_1^2}} \right)^2 K_3 + \frac{K_4}{4B_2 - 3B_1^2} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Исследования показали, что отношения $\tilde{\sigma}_{\tau_{1,2}}/\sigma_C$ имеют минимумы. Это показано на рис. 1 для $N = 100$, $\tau_2/\tau_1 = 0,4$ при использовании первой формулы прямоугольников. На всех рисунках сплошной линией обозначена зависимость для τ_1 , штриховой – для τ_2 .

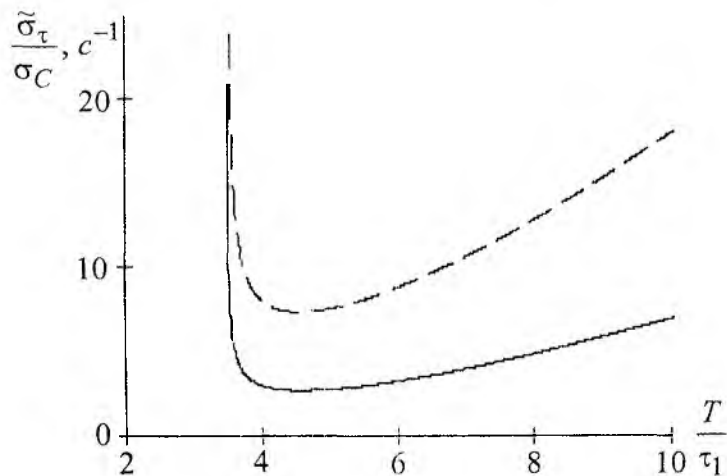
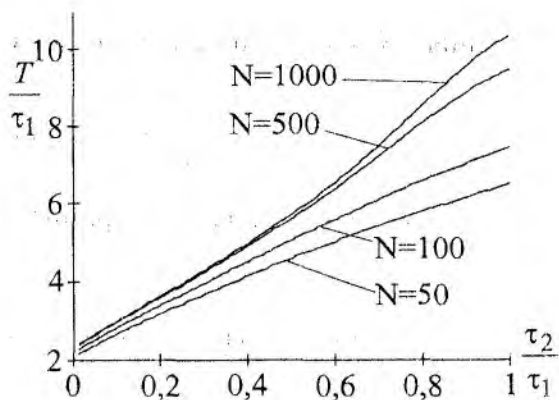
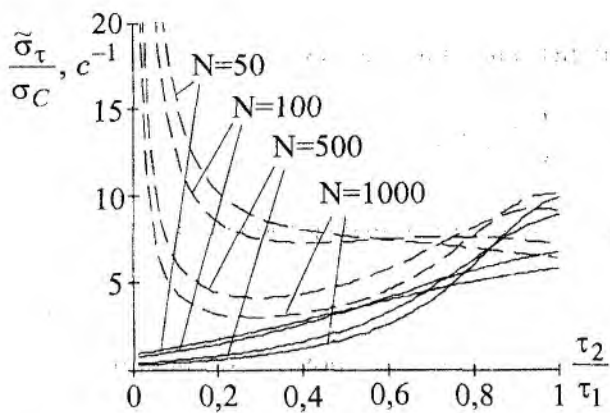


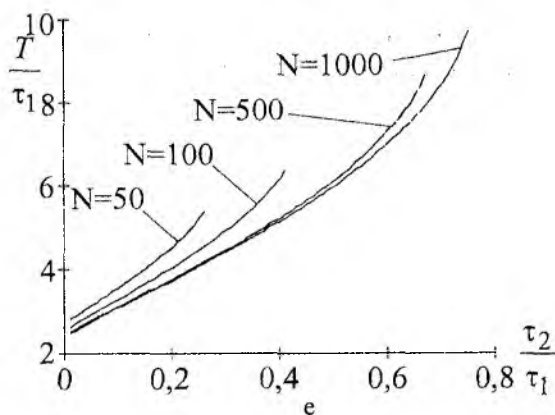
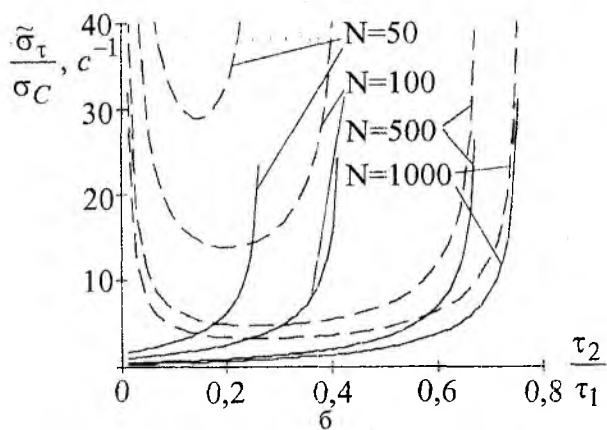
Рис. 1

На рис. 2 показаны зависимости минимумов отношений $\tilde{\sigma}_{\tau_{1,2}}/\sigma_C$ для разного числа дискретов при использовании приведенных в таблицах формул численного интегрирования (соответственно а – г), а также соответствующих им отношений T/τ_1 (д – з) от значений отношений τ_2/τ_1 .



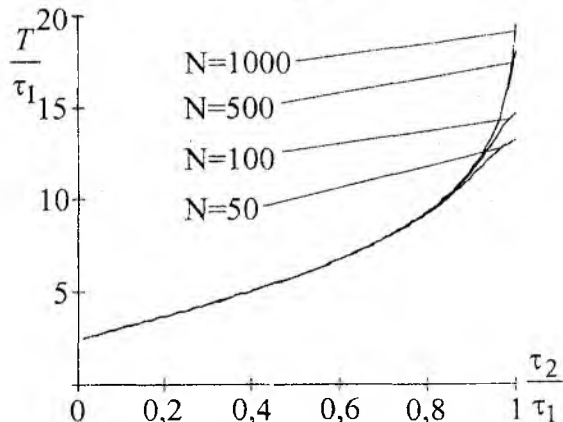
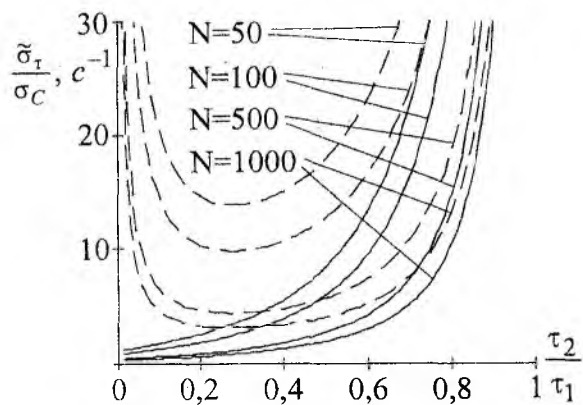
а

д



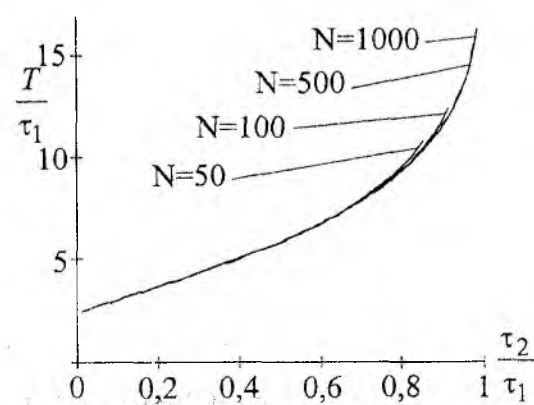
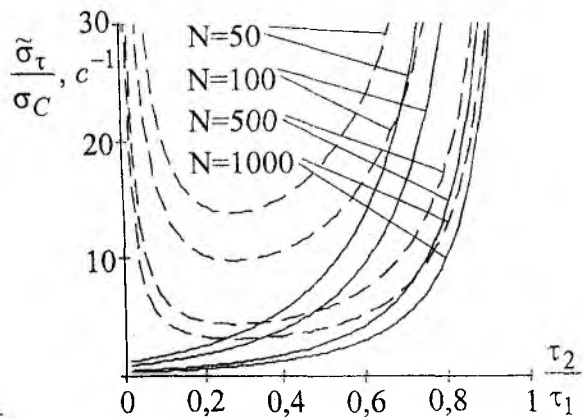
б

е



в

ж



г

з

Рис. 2

Таким образом, исследования показали, что отношение $\tilde{\sigma}_{\tau_m}/\sigma_C$ различно в зависимости от выбранной формулы численного интегрирования и индивидуально для каждой аппроксимирующей ПХ формулы. Для апериодического звена первого порядка зависимость отношения $\tilde{\sigma}_{\tau}/\sigma_C$ линейно возрастает при увеличении количества дискретов. Для АИП второго порядка, выбрав соотношения τ_2/τ_1 , T/τ_1 при организации измерительного эксперимента, а также формулу численного интегрирования при обработке его результатов, можно добиться минимума влияния случайной погрешности на точность определения постоянных времени. Как видно из приведенных графиков, наименьшие значения $\tilde{\sigma}_{\tau_{1,2}}/\sigma_C$ достигаются при использовании первой формулы прямоугольников.

Список литературы: 1. Захаров И.П., Штефан Н.В. Идентификация динамических характеристик апериодических измерительных преобразователей мощности СВЧ // Радиотехника. 1997. Вып. 104. С.47 – 55. 2. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Наука, 1981. 720 с. 3. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First edition. ISO, Switzerland, 1993. 101p.

*Харьковский национальный
университет радиозлектроники*

Поступила в редакцию 02.07.2004