

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАССИВНЫХ ПОМЕХ С РЕГУЛЯРНЫМ ДОПЛЕРОВСКИМ СМЕЩЕНИЕМ ЧАСТОТЫ ВЕКТОРНЫМИ ПРОЦЕССАМИ АВТОРЕГРЕССИИ

Основными требованиями к математической модели сигнала являются адекватность исследуемым объектам, точность воспроизведения исследуемых процессов и простота изменения ее характеристик.

Реальные аэродинамические объекты представляют собой тела неправильной формы и содержат множество блестящих точек. Вследствие этого при изменении ориентации объектов относительно РЛС результирующий отраженный сигнал флуктуирует, что необходимо учитывать при моделировании. Отраженные от движущихся объектов сигналы имеют как случайное, так и регулярное доплеровское смещение частоты (РДСЧ). Последнее из них далее учитывается при выборе модели.

Пассивные помехи, под которыми понимают отражения зондирующих сигналов от объектов, не являющихся радиолокационными целями, относятся к коррелированным помехам, что обусловлено схожестью отражений, наблюдаемых в соседних периодах повторения при импульсном режиме работы РЛС. Именно по этой причине пассивные помехи целесообразно моделировать процессами авторегрессии (АР) [1].

Выходное напряжение фазового детектора при детектировании пассивной помехи от местных предметов, когда РДСЧ отсутствует, выражается соотношением $X_n = E_n \cos \varphi_n$, где E_n — амплитуда огибающей помехи рассматриваемого разрешаемого элемента в n -м периоде повторения; φ_n — разность фаз помехи и опорного колебания. Если регулярная радиальная скорость отражателей, создающих пассивную помеху, относительно РЛС равна v_r , то выходное напряжение фазового детектора имеет доплеровский набег фазы за период повторения сигнала, равный $\Omega_d T$. При этом выходные напряжения косинусного и синусного квадратурных каналов для n -го и $(n-1)$ -го периодов повторения при РДСЧ можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} X_{c(n)} &= E_n \cos(n\Omega_d T + \varphi_n); & X_{s(n)} &= E_n \sin(n\Omega_d T + \varphi_n); \\ X_{c(n-1)} &= E_{n-1} \cos((n-1)\Omega_d T + \varphi_{n-1}); & X_{s(n-1)} &= E_{n-1} \sin((n-1)\Omega_d T + \varphi_{n-1}). \end{aligned} \quad (1)$$

Такую помеху X_n с ортогональными составляющими $X_{c(n)}$ и $X_{s(n)}$ можно моделировать дискретным двумерным векторным процессом авторегрессии (ВПАР) [2]

$$X_n = \begin{bmatrix} X_{c(n)} \\ X_{s(n)} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^p \Phi_i X_{n-i} + a_n, \quad (2)$$

где $\Phi_i = \begin{bmatrix} \Phi_{11(i)} & \Phi_{12(i)} \\ \Phi_{21(i)} & \Phi_{22(i)} \end{bmatrix}$, $i = 1 \dots p$ — двумерная матрица коэффициентов

ВПАР порядка p : $a_n = \begin{bmatrix} a_{c(n)} \\ a_{s(n)} \end{bmatrix}$ — вектор-столбец независимых

случайных отсчетов, для которого $M[a_n] = 0$; $M[a_n a_n^T] = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & \sigma_a^2 \end{bmatrix}$.

Связь корреляционной функции дискретного случайного процесса с коэффициентами ВПАР можно установить из решения системы уравнений Юла—Уолкера [1]. Для случая $p = 1$, опустив индекс $i = 1 = p$ в обозначении $\Phi_{kl(i)}$, $k = 1, 2$; $l = 1, 2$, запишем

$$X_n = \begin{bmatrix} X_{c(n)} \\ X_{s(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{c(n-1)} \\ X_{s(n-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{c(n)} \\ a_{s(n)} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Умножив левую и правую части (3) на X_{n-1}^T и усреднив, имеем

$$\overline{X_n X_{n-1}^T} = \begin{bmatrix} X_{c(n)} \\ X_{s(n)} \end{bmatrix} \overline{\begin{bmatrix} X_{c(n-1)} & X_{s(n-1)} \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} R_{cc(1)} & R_{cs(1)} \\ R_{sc(1)} & R_{ss(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{11} R_{cc(0)} & \Phi_{12} R_{ss(0)} \\ \Phi_{21} R_{cc(0)} & \Phi_{22} R_{ss(0)} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Здесь $R_{cc(0)} = \overline{X_{c(n-1)}^2} = R_{ss(0)} = \overline{X_{s(n-1)}^2} = \sigma_x^2$;

$R_{cc(1)} = \overline{X_{c(n)} X_{c(n-1)}} = \langle E_n E_{n-1} \cos \varphi_n \cos \varphi_{n-1} \rangle \cos \alpha = \sigma_x^2 r_1 \cos \alpha$;

$R_{cs(1)} = \overline{X_{c(n)} X_{s(n-1)}} = -\sigma_x^2 r_1 \sin \alpha$; $R_{sc(1)} = \overline{X_{s(n)} X_{c(n-1)}} = \sigma_x^2 r_1 \sin \alpha$;

$R_{ss(1)} = \overline{X_{s(n)} X_{s(n-1)}} = \sigma_x^2 r_1 \cos \alpha$; $\alpha = \Omega_d T$;

$$\frac{R_{ss(1)}}{R_{ss(0)}} = \frac{R_{cc(1)}}{R_{cc(0)}} = r_1 \cos \alpha,$$

где r_1 — коэффициент корреляции.

Тогда из (4) следует, что

$$\begin{aligned}\Phi_{11} &= R_{cc(1)} / R_{cc(0)} = r_1 \cos \alpha = \Phi_1 \cos \alpha; \\ \Phi_{12} &= R_{cs(1)} / R_{cc(0)} = -r_1 \sin \alpha = -\Phi_1 \sin \alpha; \\ \Phi_{21} &= R_{sc(1)} / R_{cc(0)} = r_1 \sin \alpha = \Phi_1 \sin \alpha; \\ \Phi_{22} &= R_{ss(1)} / R_{cc(0)} = r_1 \cos \alpha = \Phi_1 \cos \alpha.\end{aligned}\quad (5)$$

Подставив (5) в (3), получим модель

$$X_n = \begin{pmatrix} X_{c(n)} \\ X_{s(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_1 X_{c(n-1)} \cos \alpha - \Phi_1 X_{s(n-1)} \sin \alpha + a_{c(n)} \\ \Phi_1 X_{c(n-1)} \sin \alpha + \Phi_1 X_{s(n-1)} \cos \alpha + a_{s(n)} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

в соответствии с которой приходим к структурной схеме генератора ВПАР первого порядка (рис. 1). Если независимые случайные величины $a_{c(n)}$ и $a_{s(n)}$ распределены по нормальному закону, то, очевидно, формируемый ВПАР также будет нормально распределенным.

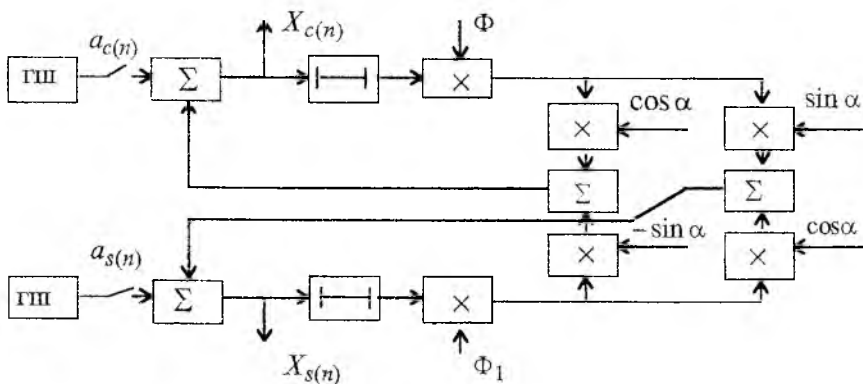


Рис. 1

Далее найдем коэффициенты ВПАР второго порядка и соответствующую структурную схему генератора. Из (2) получим

$$X_n = \begin{pmatrix} X_{c(n)} \\ X_{s(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Phi_{11(1)} & \Phi_{12(1)} \\ \Phi_{21(1)} & \Phi_{22(1)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{c(n-1)} \\ X_{s(n-1)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Phi_{11(2)} & \Phi_{12(2)} \\ \Phi_{21(2)} & \Phi_{22(2)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{c(n-2)} \\ X_{s(n-2)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{c(n)} \\ a_{s(n)} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Осуществив аналогичные (4) операции умножения на X_{n-1}^T и усреднения, а затем умножения на X_{n-2}^T и усреднения, приходим к следующему решению:

$$\begin{aligned} \Phi_{11(1)} &= \Phi_{22(1)} = \left[r_1(1-r_2)/(1-r_1^2) \right] \cos \alpha = \Phi_1 \cos \alpha; \\ \Phi_{12(1)} &= -\Phi_{21(1)} = -\left[r_1(1-r_2)/(1-r_1^2) \right] \sin \alpha = -\Phi_1 \sin \alpha; \\ \Phi_{11(2)} &= \Phi_{22(2)} = \left[(r_2-r_1^2)/(1-r_1^2) \right] \cos 2\alpha = \Phi_2 \cos 2\alpha; \\ \Phi_{12(2)} &= -\Phi_{21(2)} = -\left[(r_2-r_1^2)/(1-r_1^2) \right] \sin 2\alpha = -\Phi_2 \sin 2\alpha. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставив (8) в (7), получим модель

$$\begin{aligned} X_n = \begin{bmatrix} X_{c(n)} \\ X_{s(n)} \end{bmatrix} &= \Phi_1 \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{c(n-1)} \\ X_{s(n-1)} \end{bmatrix} + \\ &+ \Phi_2 \begin{bmatrix} \cos 2\alpha & -\sin 2\alpha \\ \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{c(n-2)} \\ X_{s(n-2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{c(n)} \\ a_{s(n)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

Структурная схема генератора ВПАР второго порядка в соответствии с моделью (9) изображена на рис. 2.

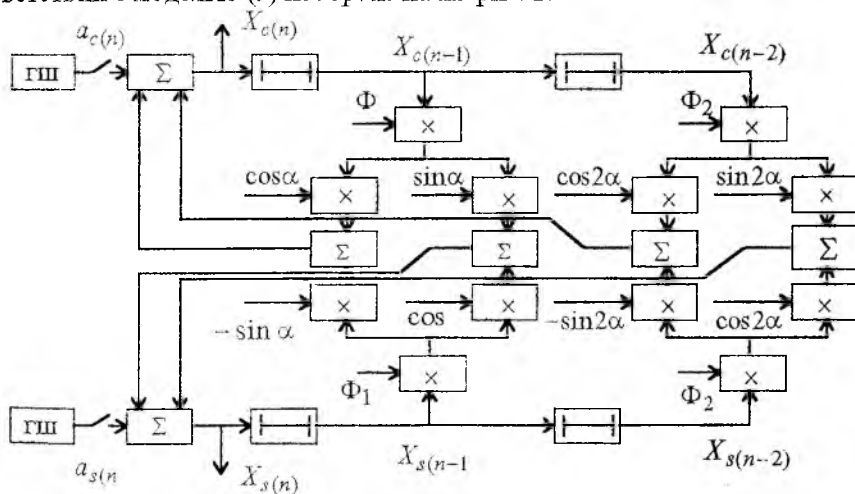


Рис. 2

Модель ВПАР произвольного порядка p с учетом изложенного можно записать следующим образом:

$$X_n = \begin{pmatrix} X_{c(n)} \\ X_{s(n)} \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^p \Phi_i \begin{pmatrix} \cos i\alpha & -\sin i\alpha \\ \sin i\alpha & \cos i\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{c(n-i)} \\ X_{s(n-i)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{c(n)} \\ a_{s(n)} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

При этом структурная схема соответствующего генератора содержала бы i последовательно соединенных звеньев (аналогично схемам на рисунках), в которых на умножители нужно было бы подавать соответственно $\Phi_i, \cos i\alpha, \pm \sin i\alpha$.

Иногда двумерный ВПАР называют комплексным процессом АР. Обозначив $\Phi_i = \Phi_i \cos i\alpha + j\Phi_i \sin i\alpha$; $X_{n-i} = X_{c(n-i)} + jX_{s(n-i)}$; $\dot{a}_n = a_{c(n)} + ja_{s(n)}$, выражение (10) можно записать как комплексный процесс АР $\dot{X}_n = \sum_{i=1}^p \Phi_i \dot{X}_{n-i} + \dot{a}_n$.

С помощью машинного эксперимента проверялась эффективность модели. В частности, для модели первого порядка оценивался коэффициент корреляции. При проверке были выбраны значения $r_1 = 0,9$ и $\alpha = \pi/6$. Для выборки ВПАР объемом $n=100$ путем статистической обработки были найдены оценочные значения $\hat{r}_1 = 0,893$ и $\hat{\alpha} = 0,165\pi$. Как показано в [3], при большом объеме выборки среднее квадратическое отклонение оценочного коэффициента корреляции от его истинного значения $\sigma_r = (1 - r^2) / \sqrt{N}$. В рассматриваемом случае получено $\sigma_r = 0,02$, что можно считать приемлемым результатом.

Таким образом, модель двумерного дискретного ВПАР можно использовать при машинном моделировании сигналов с заданными корреляционными свойствами и регулярным доплеровским смещением частоты при построении цифровых имитаторов пассивных помех или метеосигналов для существующих и проектируемых доплеровских РЛС, а также при исследованиях эффективности различных методов измерения доплеровских частот, систем селекции движущихся целей, систем распознавания.

Список литературы: 1. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов: Прогноз и управление: В 2 вып. / Пер. с англ. под ред. В.Ф. Писаренко. М.: Мир, 1974. 226 с.
2. Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 648 с.
3. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных: Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 540 с.

Харьковский государственный технический университет радиотехники

Поступила в редакцию 05.02.98