

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДЕЯКИХ ЗАДАЧ МАГНІТОСТАТИКИ МЕТОДОМ R-ФУНКЦІЙ

Заверуха О.І.

Науковий керівник – канд. фіз.-мат. наук, доц. Сидоров М.В.

Харківський національний університет радіоелектроніки  
(61166, Харків, пр. Науки, 14, каф. прикладної математики,  
тел. (057) 702-14-36), e-mail: olha.zaverukha@nure.ua

Magnetic systems are widespread in nature and techniques – atoms in crystal cell of ferromagnetic, magnets of accelerating installations, stabilization systems of space satellites etc. Due to high cost of full-scale study of such systems during last decades mathematical modeling and numerical analysis with computer started to come to the fore. In the context of solving mathematical physical problems R-function method allows to create structures to solve boundary value problems- bundles of functions that exactly meets the boundary conditions of the problem.

У сучасному світі є дуже популярною експериментальна фізика атомного ядра і елементарних частинок, основним інструментом якої є прискорювачі заряджених частинок. Прискорювальні установки постійно модернізуються. У циклічному прискорювачі магнітна система є основним вузлом, що забезпечує стійкість руху пучка. У зв'язку з великою вартістю установки прискорювача, виникає потреба в математичному моделюванні. Математичне моделювання дозволяє зменшити час аналізу і витрати ресурсів обчислювальних машин, а так само дозволяє досліджувати ще і ті частини конструкції магніту, вимірювання в яких досить скрутні, але розподіл поля в даних конструкціях позначається на характеристиках і роботі магніту. Отже, тільки математичне моделювання магнітної системи дозволяє зробити вибір оптимальної конструкції магніту для заданих випадків.

Постановка основної задачі магнітостатики полягає у наступному: знайти розподіл магнітного поля, створеного стаціонарними струмами в провідниках і намагніченістю, що знаходяться в просторі ізотропних ферромагнетиків. У разі відсутності поверхневих струмів і струмів, що протікають по ферромагнетиках, дана задача зводиться до знаходження вектор-функцій  $\mathbf{B}(P)$  і  $\mathbf{H}(P)$  з системи рівнянь Максвелла для стаціонарного магнітного поля:

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}(P) = \mathbf{J}(P), \quad \operatorname{div} \mathbf{B}(P) = 0, \quad \mathbf{B}(P) = \mu_0 \mu(P), \quad (1)$$

$$\lim_{P \rightarrow \infty} |\mathbf{H}(P)| = 0. \quad (2)$$

У (1), (2) використано такі позначення:  $P$  – точка тривимірного простору  $\mathbf{R}^3$ ,  $\mathbf{H}$  – вектор напруженості магнітного поля,  $\mathbf{B}$  – вектор індукції магнітного поля,  $\mathbf{J}$  – відомий вектор об'ємної щільності струму, відмінний

від нуля і такий, що  $\int_{\Omega} \mathbf{J} d\Omega = 0$ ,  $\mu = \mu(|\mathbf{H}|)$  – відома в обмеженій одно-  
зв'язній області  $\Omega \subset \mathbf{R}^3$  нелінійна функція магнітної проникності феромагнетика (для немагнітного середовища  $\mu = 1$ ),  $\mu_0$  – магнітна проникність вакууму.

На межі розділу середовищ з різними магнітними характеристиками виконуються умови неперервності нормальної і тангенціальної складових векторів  $\mathbf{B}$  і  $\mathbf{H}$  відповідно:

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = 0 \quad \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = 0,$$

де  $\mathbf{n}$  – одиничний вектор нормалі до поверхні розділу середовищ «1-2».

Вектор намагніченості феромагнетика  $\mathbf{M}$ , пов'язаний з векторами індукції і напруженості відповідно до формули

$$\mathbf{M} = \mathbf{H} - \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}.$$

За умов нелінійної залежності магнітної проникності від напруженості поля, складної геометрії областей, які займаних феромагнетиком ( $\Omega_1$ ) і струмовими обмотками ( $\Omega_c$ ), знаходження розподілу магнітного поля з системи рівнянь (1), (2) можливо тільки чисельними методами.

Однією з найважливіших характеристик розв'язку, отриманого в результаті моделювання, є його точність. Однак, висока точність вимагає великих витрат обчислювальних ресурсів. При застосуванні різницевих методів найбільш ефективним рішенням є подрібнення сітки, на якій розв'язується задача. Але використання досить дрібної сітки призводить до істотного збільшення необхідної пам'яті і часу для обчислень. Крім того, при застосуванні сіткових методів наближений розв'язок отримуємо у вигляді таблиці. Отже, незважаючи на наявне програмно-математичне забезпечення, залишається багато важливих практичних завдань, для яких отримання результатів і саме обчислення є досить складним.

Точно урахувати геометрію розрахункової області задачі, а також отримати наближений розв'язок у аналітичній формі можливо завдяки використанню конструктивного апарату теорії  $R$ -функцій. Він дозволяє будувати структуру розв'язку крайової задачі, яка точно задовольняє всім крайовим умовам задачі і містить невідомі компоненти, вибір яких, наприклад, варіаційними методами, дозволяє задовольнити у тому чи іншому сенсі рівняння задачі.

1. Айрян Э.А., Жидков Е.П., Федоров А.В., Хоромский Б.Н., Шелаев И.А., Юдин И.П., Юлдашев О.И. Численные алгоритмы расчета магнитных систем ускорителей заряженных частиц // Физика элементарных частиц и атомного ядра. – 1990. – Т. 21. – Вып. 1. – С. 251 – 307.

2. Рвачев В.Л. Теория  $R$ -функций и некоторые ее приложения. – К.: Наук. думка, 1982. – 552 с.