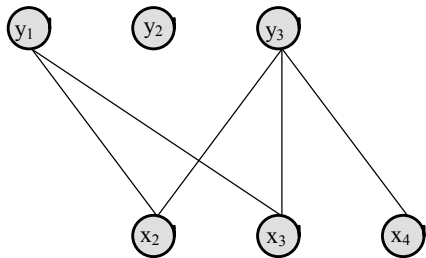


держит ли подграф, полученный таким образом из G_{f^1} , совершенное паросочетание.

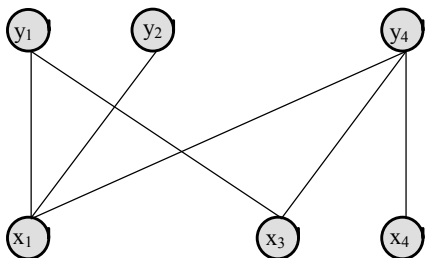


Очевидно, что подграф не содержит совершенного паросочетания.

S4. Положим

$$E_1 = E_1 - \{(x_1, y_4)\} = \{(x_2, y_3), (x_3, y_3), (x_3, y_4)\}.$$

S3. Выберем в $E_1 - (E_1' \cup E_2') = \{(x_2, y_3)\}$ единственное ребро (x_2, y_3) , которому соответствует следующий подграф графа G_{f^1} , содержащий совершенное паросочетание $\{(x_1, y_2), (x_3, y_1), (x_4, y_4)\}$:



S3. Так как построено совершенное паросочетание $\pi_3 = \{(x_1, y_2), (x_2, y_3), (x_3, y_1), (x_4, y_4)\}$, то полагаем $k=3, l=3$.

S1. Находим

$$E_3' = E_2' \cup E_3' = \{(x_3, y_3), (x_3, y_4), (x_2, y_3)\}.$$

Поскольку $E_3' = E_1$, то построены все совершенные паросочетания подграфа равенств G_{f^1} .

Паросочетанию

$$\pi_1^* = \{(x_1, y_2), (x_3, y_3), (x_2, y_1), (x_4, y_4)\}$$

соответствует последовательность весов $(4, 4, 3, 2)$, а паросочетанию

$$\pi_2^* = \{(x_1, y_2), (x_3, y_4), (x_2, y_2), (x_4, y_3)\} -$$

такая же последовательность. Для решения

$\pi_3^* = \{(x_3, y_1), (x_1, y_2), (x_2, y_3), (x_4, y_4)\}$ имеем последовательность $(5, 4, 2, 2)$. Таким образом,

$$P_1 = \{\pi_1^*, \pi_2^*, \pi_3^*\}, P = \{\pi_1^*, \pi_3^*\}.$$

Литература: 1. *Свами М., Тхуласироман К.* Графы, сети и алгоритмы. М.: Мир, 1984. 454 с. 2. *Шахбадян К.В., Лебединская Н.Б.* Эффективные методы оптимизации составления расписаний для одной машины (обзор)// Зап. науч. семинаров ЛОМИ АН СССР. Численные методы и вопросы организации вычислений. 5. 1981. С. 195-217. 3. *Панишев А.В., Подоляка О.О., Чернищук С.* Дихотомічний пошук розв'язку мінімаксної задачі про призначення // Вісник ЖІТІ, 1998. №7. С. 195-201.

Поступила в редколлегию 28.05.99

Рецензент: д-р техн. наук Евдокимов А.Г.

Панишев Анатолий Васильевич, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой информатики ХГАДТУ. Научные интересы: математическое моделирование, теория расписаний и ее применение. Адрес: Украина, 61002, Харьков, ул. Петровского, 25, тел. 10-77-53.

Костикова Марина Владимировна, канд. техн. наук, доцент кафедры информатики ХГАДТУ. Научные интересы: математическое моделирование, теория расписаний и ее применение. Адрес: Украина, 61002, Харьков, ул. Петровского, 25, тел. 10-77-53.

Скакалина Елена Викторовна, соискатель кафедры информатики ХГАДТУ. Научные интересы: математическое моделирование, теория расписаний и ее применение. Адрес: Украина, 61002, Харьков, ул. Петровского, 25, тел. 10-77-53.

УДК 681.3+681.5:007

АЛГОРИТМЫ ПОИСКА ТОЧКИ С ХАРАКТЕРНЫМ ПРИЗНАКОМ В УСЛОВИЯХ НЕСИММЕТРИЧНОГО РЕГУЛЯРНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

АЛИПОВ Н.В., АЛИПОВ И.Н., ОХАПКИН А.А., РЕБЕЗЮК Л.Н.

Разрабатываются методы защиты информации на основе алгоритмов помехоустойчивого поиска точки в условиях несимметричного регулярного воздействия.

Подобные алгоритмы поиска описывают функционирование дискретных автоматов систем защиты информации в ЭВМ [1]. Рассмотрим ряд характерных случаев, первоначально такой, когда длительность помехи l равна интервалу между двумя соседними импульсами помехи H ($l = H = \Delta t$, где Δt - длительность одного шага алгоритма). Для такого случая необходимо использовать принцип "повтор-

ных сравнений". Действительно, пусть на первом шаге алгоритма поиска некоторым образом выбраны k точек эксперимента. Тогда возможен один из исходов:

$$a) x(t_1) \in [0, x_1^1]; \quad b) x(t_1) \in [x_q^1, x_{q+1}^1],$$

где $x(t_1)$ - смесь сигнала и помехи; t_1 - начало поиска; $q = 1, k$; $x_{k+1}^1 = 1$.

Для исхода а) характерно то, что хотя помеха и действовала на первом шаге, она не повлияла на результат эксперимента (рассматривается однополярная помеха положительной полярности, действующая в направлении $0 \rightarrow 1$). По предположению оптимальный алгоритм поиска существует и разбивает первоначальный интервал неопределенности на

$\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i,k)$ равные части. Поэтому выделенный интервал неопределенности $(0, x_1^1)$ за оставшиеся $(i-1)$ шага алгоритма разобьем на $\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i-1,k)$ равные части. Следовательно, длина этого отрезка будет равна

$$L([0, x_1^1]) = h\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i-1, k). \quad (1)$$

Для исхода b) применяем принцип “пересечения” [2] и получаем относительно точки с характерным признаком x интервал неопределенности $[x_q^{1,1}, x_{q+1}^1]$, где

$$x_q^{1,1} = \begin{cases} x_q^1 - ah, & \text{если } x_q^1 - ah \geq 0; \\ 0, & \text{если } x_q^1 - ah < 0. \end{cases}$$

Используя на втором шаге алгоритма поиска принцип “повторных сравнений”, получая при этом, что $x_1^2 = x_1^1$, образуем один из исходов:

$$b_1) \quad x(t_1 + \Delta t) \in [x_{q_1}^2, x_{q_1+1}^2];$$

$$b_2) \quad x(t_1 + \Delta t) \in [x_q^2, x_{q+1}^2];$$

$$b_3) \quad x(t_1 + \Delta t) \in [x_{q_2}^2, x_{q_2+1}^2],$$

где $q_1 = \overline{1, q-1}$; $q_2 = \overline{q+1, k}$.

Для исхода b₁) характерно действие помехи на первом шаге алгоритма (произошло уменьшение значения смеси сигнала и помехи $x(t_1 + \Delta t)$). В этом случае помеха по условию в обязательном порядке будет действовать на третьем, пятом и т.д. шагах алгоритма; на четвертом, шестом и т.д. шагах амплитуда помехи по условию равна нулю. Поэтому на нечетных шагах алгоритма необходимо определять значение смеси сигнала и помехи $x(t) = x + ah$, а на четных — значение координаты точки с характерным признаком. В первом случае поиск ведется в исходном интервале неопределенности $[x_q^1, x_{q+1}^1]$, во втором — в исходном интервале $[x_q^2, x_{q+1}^2]$. Интервал неопределенности $[x_q^1, x_{q+1}^1]$ за оставшиеся $(i-2)$ шага алгоритма следует разбить на число интервалов $\varphi_1(\alpha, k) = (k+1)^\alpha$, (2)

где

$$\alpha = \begin{cases} \frac{i-2}{2}, & \text{если } (i-2) \bmod 2 = 0; \\ \left\lceil \frac{i-2}{2} \right\rceil + 1, & \text{если } (i-2) \bmod 2 \neq 0, \end{cases}$$

а интервал $[x_q^2, x_{q+1}^2]$ — на число интервалов

$$\varphi_2(\alpha_1, k) = (k+1)^{\alpha_1}, \quad (3)$$

где

$$\alpha_1 = \begin{cases} \frac{i-3}{2}, & \text{если } (i-3) \bmod 2 = 0; \\ \left\lceil \frac{i-3}{2} \right\rceil + 1, & \text{если } (i-3) \bmod 2 \neq 0. \end{cases}$$

Для исхода b₂) характерно то, что помех, которые привели к принятию неправильного решения относительно выделенного интервала неопределенности, не было ни на первом, ни на втором шагах алгоритма.

Поскольку в распоряжении алгоритма осталось $(i-2)$ шага, то за оставшиеся шаги алгоритм разобьет интервал неопределенности $[x_q^1, x_{q+1}^1]$ на $\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i-2, k)$ равные части, следовательно, длина этого отрезка составит

$$L([x_q^1, x_{q+1}^1]) = h\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i-2, k). \quad (4)$$

Для исхода b₃) характерно действие помехи на втором шаге алгоритма (значение смеси сигнала и помехи увеличилось). Размещая равномерно точки эксперимента на нечетных шагах алгоритма на отрезке $[x_q^1, x_{q+1}^1]$, а на четных шагах — на отрезке

$[x_{q_3}^2, x_{q_3+1}^2]$, разобьем их соответственно на $\varphi_1(\alpha, k)$

и $\varphi_2(\alpha_1, k)$ равные части. Следует заметить, что для соотношений (2), (3) характерно то, что шаги алгоритма, на которых действует помеха, определены, а для (4) характерно то, что проявление помехи не обнаружено и приходится применять принцип “пересечения”. Применение этого принципа приводит к увеличению интервала неопределенности. Из этих особенностей вытекает истинность неравенств:

$$\begin{aligned} \varphi_1(\alpha, k) &\geq \Psi_{1,8}^{a,l,H}(i-2, k); \\ \varphi_2(\alpha_1, k) &\geq \Psi_{1,8}^{a,l,H}(i-2, k). \end{aligned} \quad (5)$$

На отрезке $[0, x_1^1]$, с одной стороны, может действовать $(i-1)$ -шаговый помехоустойчивый алгоритм, с другой — не помехоустойчивый, у которого $x_q^{1,1} = 0$. Поэтому необходимо исходить из соотношения

$$\varphi^*(\alpha_1, k) = \min\{\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i-1, k), \varphi_2(\alpha_1, k)\}.$$

Поскольку при построении алгоритма поиска исходим из минимаксного критерия оптимальности, то для функции $\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i, k)$ с учетом (1), (4), (5) будет справедливо такое соотношение:

$$\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i, k) = \varphi^*(\alpha_1, k) + k\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i-2, k). \quad (6)$$

Нетрудно убедиться в справедливости выражения

$$\Psi_{1,8}^{a,l,H}(1, k) = \Psi_{1,8}^{a,l,H}(1-1, k) = \dots = \Psi_{1,8}^{a,l,H}(1, k) = 1. \quad (7)$$

Если же $i = l+1$, то, применяя $(l+1)$ раз принцип “повторных сравнений” и выбирая самый левый интервал неопределенности относительно точки с характерным признаком, получаем

$$\Psi_{1,8}^{a,l,H}(l+1, k) = k+1. \quad (8)$$

Исходы a), b), b₁), b₂), b₃) и правила их разрешения обосновывают следующую схему помехоустойчивого алгоритма:

1-й шаг: разместить точки эксперимента согласно соотношениям:

$$x_q^1 = h(\varphi^*(\alpha_1, k) + (q-1)\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i-2, k)),$$

где $q = \overline{1, k}$;

2-й шаг: если на первом шаге возникает исход а), то второй шаг есть первый шаг оптимального $(i-1)$ -шагового алгоритма, действующего на отрезке $[0, x_1^1]$;

если на первом шаге возникает исход б), то применить на втором шаге операции “повторных сравнений”: $x_q^2 = x_{q-1}^1, q = \overline{1, k}$;

3-й шаг: если на втором шаге возникает исход б₁), то начиная с третьего шага точки эксперимента на нечетных шагах алгоритма размещаются на отрезке $[x_q^1, x_{q+1}^1]$, а на четных, начиная с четвертого шага, –

на отрезке $[x_{q_1}^2, x_{q_1+1}^2]$, $q_1 = \overline{1, q-1}$;

если на втором шаге возникает исход б₂), то третий шаг алгоритма есть первый шаг оптимального $(i-2)$ -шагового алгоритма, действующего на отрезке $[x_q^1, x_{q+1}^1]$;

если на втором шаге возникает исход б₃), то начиная с третьего шага точки эксперимента на нечетных шагах размещаются на отрезке $[x_q^1, x_{q+1}^1]$, а на четных, начиная с четвертого шага, – на отрезке $[x_{q_2}^2, x_{q_2+1}^2]$, $q_2 = \overline{q+1, k}$.

Используя правила выделения нового интервала неопределенности, распределения точек эксперимента на j -м шаге алгоритма и обобщенный алгоритм поиска, можно по схеме, описанной в работе [3], для любых значений параметров a, i, k построить помехоустойчивый алгоритм.

Рассмотрим еще один характерный случай, для которого $N \geq l$. После выполнения первого шага алгоритма может возникнуть либо исход а), либо исход б). Исход а) разрешается таким же образом, как и для первого характерного случая. Поэтому получим, что

$$x_1^1 = h\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i-1, k). \quad (9)$$

Для исхода б) необходимо применить смешанную стратегию: $(k-2)$ точки эксперимента разместить в интервале (x_q^1, x_{q+1}^1) , а две оставшиеся точки разместить так, чтобы $x_1^2 = x_q^1; x_k^2 = x_{q+1}^1$. Для исхода б) после выполнения второго шага алгоритма может возникнуть один из исходов:

$$c_1) x(t_1 + \Delta t) \in [x_q^1, x_{q+1}^1];$$

$$c_2) x(t_1 + \Delta t) \in [x_{q_1}^2, x_{q_1+1}^2], q_1 = \overline{1, k-1};$$

$$c_3) x(t_1 + \Delta t) \in [x_{q+1}^1, x_{q+1}^{1,2}],$$

$$\text{где } x_{q+1}^{1,2} = \begin{cases} x_{q+1}^1 + ah, & \text{если } x_{q+1}^1 + ah \leq 1; \\ 1, & \text{если } x_{q+1}^1 + ah > 1. \end{cases}$$

Для исхода с₁) характерно действие помехи на первом шаге алгоритма. Поскольку проявление об-

наружено, то полуоткрытый интервал неопределенности $[x_q^{1,1}, x_q^1]$ за оставшиеся $(i-2)$ шага будет разбит на

$$\begin{aligned} \Phi_3(\alpha, \alpha_1, k) &= (k+1)^{H-1} (k+1)^{Ha} (k+1)^{\alpha_1} = \\ &= (k+1)^{H-1+Ha+\alpha_1} \end{aligned} \quad (10)$$

равные части, где

$$\alpha = \begin{cases} \frac{i-1-H}{l+H}, & \text{если } (i-1-H) \bmod(l+H) = 0; \\ \left\lceil \frac{i-1-H}{l+H} \right\rceil, & \text{если } (i-1-H) \bmod(l+H) > 0; \end{cases}$$

$$\alpha_1 = \begin{cases} 0, & \text{если } (i-1-H) \bmod(l+H) = 0 \\ \text{или } (i-1-H) \bmod(l+H) \leq l; \\ (i-1-H) \bmod(l+H) - l, & \text{если } (i-1-H) \bmod(l+H) > 0. \end{cases}$$

Действительно, после второго шага, действуя на отрезке $[x_q^{1,1}, x_q^1]$ первоначально $(H-1)$ шагов непомехоустойчивым алгоритмом, разобьем этот отрезок на $(k+1)^{H-1}$ равные части. Поскольку на последующих l шагах действует помеха, то они пропускаются, затем на следующих H шагах снова действуем непомехоустойчивым алгоритмом и каждый интервал неопределенности, выделенный на первой паузе, разбиваем на $(k+1)^H$ равные части и т.д. Таких циклов в работе алгоритма будет, как нетрудно заметить, α . Поскольку начало цикла связано с действием помехи после паузы, то с учетом этих замечаний нетрудно установить и истинность соотношения для α_1 .

Для исхода с₃) характерно действие помехи на втором шаге алгоритма. Поскольку по условию задачи длительность помехи равна l , то её действие закончится на $(l+1)$ -м шаге алгоритма. Проявление помехи на втором шаге алгоритма подтверждает истинность соотношения $x \in [x_q^1, x_{q+1}^1]$. Действуя на этом отрезке на последующих шагах алгоритма $(i-l-1)$ раз циклически непомехоустойчивым алгоритмом (первоначально на первых j шагах алгоритма, затем пропускается l шагов, повторно на вторых H шагах алгоритма и т.д.), разобьем его на

$$\Phi_4(\alpha_2, \alpha_3, k) = (k+1)^{H\alpha_2} (k+1)^{\alpha_3}, \quad (11)$$

где

$$\alpha_2 = \begin{cases} \frac{i-l-1}{l+H}, & \text{если } (i-l-1) \bmod(l+H) = 0; \\ \left\lceil \frac{i-l-1}{l+H} \right\rceil, & \text{если } (i-l-1) \bmod(l+H) > 0; \end{cases}$$

$$\alpha_3 = \begin{cases} 0, & \text{если } (i-l-1) \bmod(l+H) = 0; \\ (i-l-1) \bmod(l+H), & \text{если } (i-l-1) \bmod(l+H) \leq H; \\ H, & \text{если } (i-l-1) \bmod(l+H) > H, \end{cases}$$

равные части.

Для исхода с₂) на третьем шаге необходимо распределить в выделенном интервале неопределен-

ности относительно $(x + \xi(t_1 + \Delta t))$ точки эксперимента по тому же правилу, что и для исхода б):

$$x_1^3 = x_{q_1}^2, \quad x_k^3 = x_{q_1+1}^2,$$

$$x_{q_2}^3 = x_{q_1}^2 + q_2 \left(\left(x_{q_1+1}^2 - x_{q_1}^2 \right) / (k-1) \right), \quad q_2 = \overline{1, k-1}.$$

Пусть исход типа $c_2)$ возникает и на третьем, затем на четвертом и т.д., потом на j -м шагах алгоритма. В результате применения стратегии для исхода б) на втором, третьем и т.д., потом на j -м шагах алгоритма интервал неопределенности (x_q^1, x_{q+1}^1) , выделенный на первом шаге алгоритма, будет уменьшен в

$$\varphi(j-1, k-2) = (k-1)^{j-1} \quad (12)$$

раз.

Пусть на j -м шаге относительно $(x + \xi(t_1 + (j-2)\Delta t))$ выделен полуоткрытый интервал неопределенности $[x_\beta^j, x_{\beta+1}^j)$, $\beta = \overline{1, k-1}$. При планировании $(j+1)$ -го шага алгоритма применена такая же стратегия, как и для исхода б). Тогда может возникнуть один из исходов:

$$d_1) \quad x(t_1 + j\Delta t) \in [x_\beta^j, x_{\beta+1}^j);$$

$$d_2) \quad x(t_1 + j\Delta t) \in [x_{\beta+1}^{j+1}, x_{\beta+1}^{j+1}), \quad \beta_1 = \overline{1, k-1};$$

$$d_3) \quad x(t_1 + j\Delta t) \in [x_{\beta+1}^j, x_{\beta+1}^{j,2}),$$

$$\text{где } x_{\beta+1}^{j,2} = \begin{cases} x_{\beta+1}^j + ah, & \text{если } ah + x_{q+1}^j \leq 1; \\ 0, & \text{если } ah + x_{q+1}^j > 1. \end{cases}$$

Для исхода $d_1)$ характерно действие помехи на первом, втором, ..., j -м шагах алгоритма. Поскольку проявление помехи обнаружено, то интервал неопределенности $(x_\beta^{j,1}, x_{\beta+1}^j)$ за оставшиеся $(i-j-1)$ шагов алгоритма будет разбит на

$$\varphi_5(\overline{\alpha}, \overline{\alpha}_1, k) = (k+1)^{H-1} (k+1)^{H\overline{\alpha}} (k+1)^{\overline{\alpha}_1}, \quad (13)$$

где

$$\overline{\alpha} = \begin{cases} \frac{i-j-H}{l+H}, & \text{если } (i-j-H) \bmod(l+H) = 0; \\ \left\lceil \frac{i-j-H}{l+H} \right\rceil, & \text{если } (i-j-H) \bmod(l+H) > 0; \end{cases}$$

$$\overline{\alpha}_1 = \begin{cases} 0, & \text{если } (i-j-H) \bmod(l+H) = 0; \\ ((i-j-H) \bmod(l+H)) - l, & \text{если } (i-j-H) \bmod(l+H) > 0, \end{cases}$$

равные части.

Для исхода $d_3)$ характерно действие помехи на $(j+1)$ -м шаге алгоритма. Оно окончится на $(j+l)$ -м шаге. Проявление помехи на $(j+1)$ -м шаге алгоритма подтверждает истинность соотношения:

$$x \in [x_\beta^j, x_{\beta+1}^j).$$

Действуя на этом полуоткрытом интервале на последующих $(i-j-l)$ шагах циклически не помехоустойчивым алгоритмом поиска (на первых его H шагах, затем l шагов пропускается, повторно на вторых H шагах и т.д.), разобьем его на

$$\varphi_6(\overline{\alpha}_2, \overline{\alpha}_3, k) = (k+1)^{H\overline{\alpha}_2} (k+1)^{\overline{\alpha}_3}, \quad (14)$$

где

$$\overline{\alpha}_2 = \begin{cases} \frac{i-l-j}{l+H}, & \text{если } (i-l-j) \bmod(l+H) = 0; \\ \left\lceil \frac{i-l-j}{l+H} \right\rceil, & \text{если } (i-l-j) \bmod(l+H) > 0; \end{cases}$$

$$\overline{\alpha}_3 = \begin{cases} 0, & \text{если } (i-l-j) \bmod(l+H) = 0; \\ (i-l-j) \bmod(l+H), & \text{если } (i-l-j) \bmod(l+H) \leq H; \\ H, & \text{если } (i-l-j) \bmod(l+H) > H, \end{cases}$$

равные части.

Если на $(j+1)$ -м шаге возникает исход $d_2)$ и при этом $(j+1) < l$ или $(j+1) \geq l$ и $(j+1) < H$, то к выделенному интервалу неопределенности применить стратегию исхода б); если же $(j+1) \geq l$; $(j+1) \geq H$, то к выделенному интервалу неопределенности

$(x_{\beta+1}^{j+1}, x_{\beta+1}^{j+1})$ применить стратегию помехоустойчи-

вого $(i-j-1)$ -шагового алгоритма. По предположению за оставшиеся $(i-j-1)$ шага этот алгоритм разобьет выделенный интервал неопределенности на $\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i-j-1, k)$ равные части.

В наилучшем случае интервал неопределенности $[x_q^1, x_{q+1}^1)$ будет разбит на

$$\varphi(i-j-1, k) = (k-1)^j \Psi_{1,8}^{a,l,H}(i-j-1, k) \quad (15)$$

частей. С учетом соотношений (9) и (15) получим

$$\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i, k) = \varphi_5^*(\overline{\alpha}_1, \overline{\alpha}_2, k) + k \varphi_6^*(\overline{\alpha}_2, \overline{\alpha}_3, k), \quad (16)$$

где $\varphi_5^*(\overline{\alpha}_1, \overline{\alpha}_2, k) = \min\{\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i-1, k), \varphi_5(\overline{\alpha}, \overline{\alpha}_1, k)\}$,

$$\varphi_6^*(\overline{\alpha}_2, \overline{\alpha}_3, k) = \min\{\varphi(i-j-1, k), \varphi_6(\overline{\alpha}_2, \overline{\alpha}_3, k), \Psi_{1,8}^{a,l,H}(i-j-1, k)\}.$$

Исходы а), б), $c_1)$, $c_2)$, $c_3)$, $d_1)$, $d_2)$, $d_3)$ и правила их разрешения обосновывают следующую логическую схему помехоустойчивого алгоритма:

1-й шаг: разместить точки эксперимента согласно соотношениям

$$x_q^1 = h(\varphi_5^*(\overline{\alpha}, \overline{\alpha}_1, k) + (q_1 - 1) \varphi_6^*(\overline{\alpha}_2, \overline{\alpha}_3, k)),$$

где $q_1 = \overline{1, k}$;

выделить относительно $x(t_1)$ интервал неопределенности $(x_{q_1}^1, x_{q_1+1}^1)$, $q_1 = \overline{1, k}$;

2-й шаг: если на первом шаге возникает исход а), то второй шаг есть первый шаг относительно $(i-1)$ -шагового алгоритма, действующего на отрезке $[0, x_1^1)$;

если на первом шаге возникает исход b), сформировать относительно $x(t_1)$ интервал неопределенности $(x_{q_1}^{1,1}, x_{q_1+1}^1)$, применить смешанную стратегию:

$$x_1^2 = x_{q_1}^1; \quad x_{q_2}^2 \in (x_{q_1}^1, x_{q_1+1}^j), \quad q_2 = \overline{1, k-1}; \quad x_k^2 = x_{q_1+1}^1;$$

3-й шаг: если возникает исход c_1), то на последующих $(H-1)$ шагах алгоритма применить не помехоустойчивый алгоритм, затем l шагов пропустить, потом снова применить не помехоустойчивый алгоритм и т.д.;

если возникает исход c_3), то пропустить $(l-1)$ шагов алгоритма, затем применить на последующих шагах не помехоустойчивый алгоритм поиска, потом пропустить l шагов алгоритма и на последующих H шагах применить не помехоустойчивый алгоритм поиска и т.д.;

если возникает исход c_2), то применить смешанную стратегию второго шага алгоритма и перейти на четвертый шаг;

4-й шаг: если возникают исходы типа c_1), c_3), то их разрешают таким же образом, как и на третьем шаге алгоритма;

если возникает исход типа c_2), то разрешить его так же, как он разрешался на третьем шаге, и перейти на пятый шаг;

...;

j-й шаг: совершается подобным образом, как и предыдущие шаги; если возник исход типа c_2), то выделить интервал неопределенности

$$(x_{\beta}^j, x_{\beta+1}^j), \quad \beta = \overline{1, k-1};$$

(j+1)-й шаг: сформировать исход;

если возникают исходы d_1), d_3), то они разрешаются таким же образом, как и исходы c_1), c_3);

если возникает исход d_2) и при этом $(j+1) < l$ или $(j+1) \geq l$ и $(j+1) < H$, то в этом случае применить стратегию c_2) и повторить $(j+1)$ -й шаг;

если $(j+1) \geq l$; $(j+1) \geq H$, то к выделенному интервалу неопределенности применить стратегию помехоустойчивого $(i-H)$ -шагового алгоритма.

Рассмотрим еще один случай, для которого характерно то, что $l > H$. Для такого случая стратегия поиска отличается от рассмотренных ранее тем, что в процессе поиска кодируется не x , а значение смеси сигнала $(x + \xi(t))$. Организационно это происходит следующим образом: отыскиваются моменты времени, когда действие помехи началось или окончилось. В первом случае осуществляется кодирование смеси сигнала и помехи на последующих $(l-1)$ шагах алгоритма, затем H шагов пропускается, кодирование осуществляют на следующих l шагах алгоритма и т.д. Во втором случае первоначально пропускается $(H-1)$ шагов алгоритма, затем на последующих l шагах осуществляют кодирование смеси сигнала и помехи, потом пропускают следующие H шагов и т.д.

Исходным интервалом для рассматриваемого случая является интервал $(0, 1 + ah)$. Значение x определяется на основании соотношения

$$\dot{x} = \dot{S} - a, \quad (16)$$

где \dot{x} – оценка координаты точки x ; \dot{S} – оценка смеси сигнала и помехи $(x + \xi(t))$; a – амплитуда помехи.

Рассмотрим особенности функционирования алгоритма поиска при данной стратегии (оценки значения смеси сигнала и помехи).

В результате совершения первого шага могут, как это было раньше сказано, возникнуть исходы а) и б). Для исхода а) применяется стратегия помехоустойчивого $(i-1)$ -шагового алгоритма поиска, а для исхода б) – смешанная стратегия. При использовании этой стратегии на втором шаге алгоритма возникают уже известные исходы: c_1), c_2) и c_3).

Для исхода c_1), как отмечено, характерно действие помехи на первом шаге алгоритма. На последующих $(H-1)$ шагах помеха отсутствует. Исходя из специфики нашей стратегии поиска, эти шаги пропускаются. Оценка значения смеси сигнала и помехи начнется на последующих l шагах. Затем H шагов пропускаются и на вторых l шагах начнется снова оценивание значения сигнала и помехи. С учетом сказанного полуоткрытый интервал $(x_{q_1}^1, x_{q_1+1}^1)$ будет разбит на

$$\varphi_7(\alpha_4, \alpha_5, k) = (k+1)^{l\alpha_4} (k+1)^{\alpha_5}, \quad (17)$$

где

$$\alpha_4 = \begin{cases} \frac{i-1-H}{l+H}, & \text{если } (i-1-H) \bmod(l+H) = 0; \\ \left\lceil \frac{i-1-H}{l+H} \right\rceil, & \text{если } (i-1-H) \bmod(l+H) > 0; \end{cases}$$

$$\alpha_5 = \begin{cases} 0, & \text{если } (i-1-H) \bmod(l+H) = 0; \\ 1, & \text{если } (i-1-H) \bmod(l+H) \geq l; \\ (i-1-H) \bmod(l+H), & \text{если } (i-1-H) \bmod(l+H) < l, \end{cases}$$

равные части.

Для исхода c_3) в данном случае характерно действие помехи на втором шаге. Действуя на отрезке $(x_{q_1+1}^1, x_{q_1+1}^{1,2})$ на последующих $(l-1)$ шагах не помехоустойчивым алгоритмом, затем пропуская H шагов алгоритма, повторно применяя на последующих l шагах не помехоустойчивый алгоритм и т.д., разобьем указанный отрезок на

$$\varphi_8(\overline{\alpha}_4, \overline{\alpha}_5, k) = (k+1)^{l-1} (k+1)^{l\overline{\alpha}_4} (k+1)^{\overline{\alpha}_5}, \quad (18)$$

где

$$\overline{\alpha}_4 = \begin{cases} \frac{i-l-1}{l+H}, & \text{если } (i-l-1) \bmod(l+H) = 0; \\ \left\lceil \frac{i-l-1}{l+H} \right\rceil, & \text{если } (i-l-1) \bmod(l+H) > 0; \end{cases}$$

$$\overline{\alpha_5} = \begin{cases} 0, & \text{если } (i-l-1) \bmod(l+H) = 0 \\ & \text{или } (i-l-1) \bmod(l+H) \leq H; \\ \left((i-l-1) \bmod(l+H) \right) - H, & \text{если } (i-l-1) \bmod(l+H) > H, \end{cases}$$

равные части.

Если возникает исход c_2), то на отрезке $\left[x_{q_1}^2, x_{q_1+1}^2 \right]$

на первом шаге алгоритма применяется смешанная стратегия. Исход c_2) может возникнуть на первом, четвертом, ..., j -м шаге алгоритма. Пусть на j -м шаге относительно $(x + \xi(t))$ выделен интервал неопределенности $\left(x_{\beta}^j, x_{\beta+1}^j \right)$, $\beta = \overline{1, k-1}$, а на $(j+1)$ -м шаге применена смешанная стратегия, в результате которой возникает один из исходов d_1), d_2), d_3).

Для исхода d_1) характерно действие помехи на первом, втором, ..., j -м шагах алгоритма. Пропуская $(H-1)$ шаг (паузу между двумя соседними импульсами), затем применяя на последующих l шагах непомехоустойчивый алгоритм, повторно пропуская H шагов алгоритма и т.д., полуоткрытый интервал неопределенности $\left[x_{\beta}^j, x_{\beta+1}^j \right]$ разобьем на

$$\varphi_9(\alpha_6, \alpha_7, k) = (k+1)^{l\alpha_6} (k+1)^{l\alpha_7},$$

где

$$\alpha_6 = \begin{cases} \frac{i-j-H}{l+H}, & \text{если } (i-j-H) \bmod(l+H) < 0; \\ \left[\frac{i-j-H}{l+H} \right], & \text{если } (i-j-H) \bmod(l+H) > 0; \end{cases}$$

$$\alpha_7 = \begin{cases} 0, & \text{если } (i-j-H) \bmod(l+H) = 0; \\ l, & \text{если } (i-j-H) \bmod(l+H) \geq l; \\ (i-j-H) \bmod(l+H), & \text{если } (i-j-H) \bmod(l+H) < l, \end{cases}$$

равные части.

Для исхода d_3) характерно действие помехи на $(j+1)$ -м шаге алгоритма.

Действуя на отрезке $\left[x_{\beta+1}^j, x_{\beta+1}^{j,2} \right)$ на последующих $(l-1)$ шагах непомехоустойчивым алгоритмом, затем пропуская H шагов алгоритма, повторно – непомехоустойчивым алгоритмом и т.д., разобьем отрезок $\left[x_{\beta+1}^j, x_{\beta+1}^{j,2} \right]$ на

$$\varphi_{10}(\overline{\alpha_6}, \overline{\alpha_7}, k) = (k+1)^{l-1} (k+1)^{l\overline{\alpha_6}} (k+1)^{\overline{\alpha_7}},$$

где

$$\overline{\alpha_6} = \begin{cases} \frac{i-l-j}{l+H}, & \text{если } (i-l-j) \bmod(l+H) = 0; \\ \left[\frac{i-l-j}{l+H} \right], & \text{если } (i-l-j) \bmod(l+H) > 0; \end{cases}$$

$$\overline{\alpha_7} = \begin{cases} 0, & \text{если } (i-l-j) \bmod(l+H) = 0; \\ \left((i-l-j) \bmod(l+H) \right) - H, & \text{если } (i-l-j) \bmod(l+H) > H, \end{cases}$$

равные части.

Если при выполнении $(j+1)$ -го шага снова возник исход типа d_2) и при этом $(j+1) < H$ или $(j+1) \geq H$ и $(j+1) < l$, то к выделенному интервалу неопределенности применить смешанную стратегию; если же $(j+1) \geq H$; $(j+1) \geq l$, то к вновь выделенному интервалу неопределенности применить стратегию помехоустойчивого $(i-j-1)$ -шагового алгоритма. В этом случае интервал неопределенности $\left(x_{q_1}^1, x_{q_1+1}^1 \right)$ следует разбить на $\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i-j-1, k)$ равные части (см. соотношение (15)). Для рассматриваемого исхода в наихудшем случае для функции $\Psi_{1,8}^{a,l,H}(i, k)$ будет справедливо соотношение (16).

Логическая схема алгоритма для рассмотренного случая $(l > H)$ будет иметь вид:

1-й шаг: распределить точки эксперимента согласно соотношениям:

$$x_q^1 = h\left(\varphi_5^*(\overline{\alpha}, \overline{\alpha_1}, k) + (q_1 - 1)\varphi_6^*(\overline{\alpha_2}, \overline{\alpha_3}, k)\right), \text{ где } q_1 = \overline{1, k};$$

выделить относительно смеси сигнала и помехи интервал неопределенности

$$\left(x_q^1, x_{q_1+1}^1 \right), \quad q = \overline{1, k};$$

2-й шаг: если на первом шаге возникает исход типа а), то второй шаг есть первый шаг оптимального

алгоритма, действующего на отрезке $\left(0, x_1^1 \right)$;

если на первом шаге сформирован исход б), то применить смешанную стратегию:

$$x_1^2 = x_{q_1}^1; \quad x_{q_2}^2 \in \left(x_{q_1}^1, x_{q_1+1}^1 \right), \quad q_2 = \overline{1, k-1}; \quad x_k^2 = x_{k_1}^1 + \xi$$

3-й шаг: если возникает исход c_1), то пропустить $(H-1)$ шагов алгоритма, затем на последующих l шагах применить непомехоустойчивый алгоритм, затем пропустить H шагов и т.д.;

если возникает исход c_3), то на последующих $(l-1)$ шагах применить непомехоустойчивый алгоритм, затем пропустить H шагов алгоритма, потом повторно на последующих l шагах применить непомехоустойчивый алгоритм и т.д.;

если возникает исход c_2), то применить смешанную стратегию второго шага алгоритма и перейти на четвертый шаг;

4-й шаг: если возникают исходы c_1) или c_3), то разрешить их так же, как и на третьем шаге алгоритма;

если возник исход c_2), то разрешить его так же, как и на третьем шаге алгоритма, и перейти к пятому шагу;

...;

j -й шаг: выполняется таким же образом, как и предыдущие шаги; если возникает исход типа c_2), то при этом выделяется интервал неопределенности

$$\left(x_{\beta}^j, x_{\beta+1}^j \right), \quad \beta = \overline{1, k-1};$$

$(j+1)$ -й шаг: сформировать исход; если возникают исходы типа d_1) или d_3), то разрешить их таким же образом, как и исходы c_1) и c_3);

если возникает исход c_2) и при этом $(j+1) < N$ или $(j+1) \geq N$ и $(j+1) < l$, то повторить $(j+1)$ -й шаг;

если возникает исход c_2) и $(j+1) \geq N$; $(j+1) \geq l$, то к выделенному интервалу неопределенности применить стратегию помехоустойчивого $(i-l)$ -шагового алгоритма.

Литература: 1. *Алипов И.Н., Ребезюк Л.Н.* Постановка задач синтеза новых методов защиты информации // Радиотехника. Харьков, ХТУРЭ, 1997. Вып. 103. С. 60-64. 2. *Алипов Н.В.* Разработка теории и методов решения задач помехоустойчивого поиска и преобразования информации // Автореф. дисс. на соискание ученой степени д-ра техн. наук. Харьков, ХИРЭ, 1986. 48 с. 3. *Алипов И.Н.* Помехоустойчивые к A_1 -последовательности алгоритмы поиска точки экстремума унимодальной функции // АСУ и приборы автоматики. Харьков, ХТУРЭ. 1997. Вып. 104. С. 69-75.

Поступила в редколлегию 25.04.99

Рецензент: д-р техн. наук Руденко О.Г.

УДК 519.21

ПРИМЕНЕНИЕ МАРКОВСКИХ МОДЕЛЕЙ ФАРМАКОКИНЕТИКИ ПРИ АНАЛИЗЕ СТАБИЛЬНОСТИ ЛЕКАРСТВЕННЫХ ФОРМ

ГЕРАСИН С.Н., КИРИЧЕНКО Л.О., РОДЗИНСКИЙ А.А.

Рассматриваются модели стабилизации концентрации лекарственных средств в организме человека. Обосновываются эмпирические схемы приема лекарства на основе метода фокусировки в неоднородной марковской системе.

Традиционно в фармакокинетике принято выделять в качестве системных единиц так называемые камеры. Это название достаточно условно и за ним не скрывается какое-либо пространственное ограничение в анатомическом смысле. Фармакокинетическую камеру можно определить как часть системы, в которой равномерно распределен препарат. В частном случае камерой может быть и определенный орган, но в основе этого понятия связи с разделением организма на отдельные органы нет. Иначе говоря, понятие камеры является единицей формализованной фармакокинетической системы.

Критерием разделения организма на некоторое число камер является не степень близости к анатомо-физиологической структуре, а исключительно принцип математического правдоподобия. Скажем, принцип равномерного распределения препарата в крови невыполним в конкретных условиях физиологии [1].

Рассмотрим многочастевую модель фармакокинетики, схематично изображенную на рис. 1

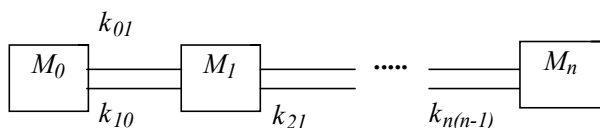


Рис. 1

Алипов Николай Васильевич, д-р техн. наук, профессор кафедры конструирования электронно-вычислительных машин ХТУРЭ. Научные интересы: защита информации, алгоритмизация задач автоматизированного проектирования электронных вычислительных средств. Адрес: Украина, 61189, Харьков, ул. Иртышская, 8, тел. 40-94-94.

Алипов Илья Николаевич, канд. техн. наук, сотрудник кафедры конструирования электронно-вычислительных машин ХТУРЭ. Научные интересы: защита информации. Адрес: Украина, 61189, Харьков, ул. Иртышская, 8, тел. 40-94-94.

Охалкин Александр Александрович, аспирант кафедры конструирования электронно-вычислительных машин ХТУРЭ. Научные интересы: защита информации. Адрес: Украина, 61007, Харьков, ул. Бекетова, 19/17, кв. 21, тел. 93-45-75.

Ребезюк Леонид Николаевич, канд. техн. наук, доцент кафедры конструирования электронно-вычислительных машин ХТУРЭ. Научные интересы: защита информации, автоматизация проектирования электронных вычислительных средств. Адрес: Украина, 310136, Харьков, ул. Ком. Уборевича, 40-6, кв. 17, тел. 69-79-38.

Здесь $M_i, i=0, \dots, n$ – количество препарата в каждой камере; k_{ij} – величина, характеризующая скорость обмена препарата из i камеры в j . Стрелки обозначают направление переноса препарата из камеры в камеру. Данная модель не является, вообще говоря, вероятностной, но она станет таковой, если считать $M = \sum_{i=0}^n M_i = 1$. Камера M_0 отвечает внешней среде.

Запишем систему дифференциальных уравнений, описывающую динамику данного процесса. Каждому блоку M_i поставим в соответствие состояние некоторого случайного марковского процесса. А константу скорости будем интерпретировать как соответствующие интенсивности переходов из состояния в состояние:

$$\begin{cases} \frac{dM_0}{dt} = -k_{01}M_0 + k_{10}M_1; \\ \frac{dM_i}{dt} = -(k_{i(i-1)} + k_{i(i+1)})M_i + k_{(i+1)i}M_{i+1} + k_{(i-1)i}M_{i-1}, i = \overline{1, n-1}; \\ \frac{dM_n}{dt} = k_{(n-1)n}M_{n-1} - k_{n(n-1)}M_n. \end{cases} \quad (1)$$

Это есть система уравнений Колмогорова для процессов рождения и гибели. Сумма коэффициентов главной матрицы системы по столбцам равна нулю. Значит, (1) есть система уравнений Колмогорова. Сделаем некоторые предположения на характер изменения коэффициентов k_{ij} . Будем считать, что они зависят от времени t , т.е. процесс неоднороден. Изучим поведение такого процесса на промежутке времени $[0, t^*]$. Зависимость от времени объясняется тем, что содержание препарата в организме уменьшается. Совокупность процессов, ведущих к уменьшению концентрации, принято называть элиминацией.

Нас будет интересовать следующий специфический вопрос. Можно ли за указанный промежуток времени достичь определенной концентрации вещества (лечебного средства) в каждой из камер? Естественно, что при этом следует исходить из традици-