

А. В. ПРОКОПОВ, д-р физ.-мат. наук, О. А. РЕМАЕВА, канд. техн. наук,  
Г. К. СЧУРНИКОВА, канд. физ.-мат. наук

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ АТМОСФЕРНЫХ ПОПРАВОК К РЕЗУЛЬТАТАМ ЛАЗЕРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ РАССТОЯНИЙ ДО ИСЗ МЕТОДАМИ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ

В настоящее время лазерные наблюдения искусственных спутников Земли (ИСЗ) используются при решении задач определения параметров вращения Земли, координат станций геодезических сетей, компонентов (гармоник) гравитационного потенциала Земли, фундаментальных физических констант, эфемерид ИСЗ. Точностные возможности лазерной дальнометрии позволяют решать также задачи калибровки аппаратуры для геодезических наблюдений в радиодиапазоне, передачи сигналов времени с пикосекундной точностью и др. [1].

В связи с существенным повышением аппаратурных возможностей лазерных спутниковых дальномеров основной вклад в погрешность лазерных измерений расстояний до ИСЗ вносит неоднородная, нестационарная земная атмосфера. Влияние земной атмосферы на лазерные наблюдения ИСЗ главным образом связано с тем, что скорость распространения электромагнитного сигнала в атмосфере отличается от скорости света в вакууме, а траектория сигнала - от прямой линии, соединяющей точку наблюдения и ИСЗ. Эти эффекты приводят к дополнительной задержке сигнала на измеряемой трассе, которая должна быть исключена из результатов измерений с привлечением ограниченной информации о состоянии атмосферы (чаще всего в качестве такой информации используются наземные метеорологические параметры и направление распространения сигнала по отношению к зениту). Для определения поправок по этим данным разработано большое количество методов, опирающихся на теорему статики атмосферы, при этом зависимость поправки от зенитного угла учитывается с помощью функции отображения, построенной с помощью численной обработки профилей вертикального зондирования либо стандартной атмосферы. Определение точностных возможностей этих методов обычно производят путем сравнения их результатов с результатами вычислений искомых поправок по строгим формулам, вытекающим из лучевого уравнения геометрической оптики, с использованием реальных высотных профилей метеопараметров атмосферы.

Рассмотрим задачу определения поправок к результатам электромагнитных измерений расстояний до ИСЗ в сферически-симметричной земной атмосфере (геометрия задачи представлена на рис. 1) в приближении геометрической оптики. Траектория луча описывается лучевым уравнением геометрической оптики

$$\frac{d}{d\sigma}(n\mathbf{l}) = \nabla n, \quad (1)$$

где  $\sigma$  – лучевая координата;  $\mathbf{r}(\sigma)$  – радиус-вектор точки траектории с координатой  $\sigma$ ;  $n = n(\mathbf{r}(\sigma))$  – значение фазового показателя преломления воздуха в точке  $\mathbf{r}(\sigma)$ ;  $\mathbf{l} = \frac{d\mathbf{r}}{d\sigma}$ ,  $\nabla$  – оператор градиента.

Используя 1-й интеграл лучевого уравнения

$$\mathbf{l}_L - n_0 \mathbf{l}_0 = \int_0^{D+L_{\text{вак}}} \nabla n d\sigma, \quad (2)$$

где  $D$  – точка пересечения луча с верхней границей атмосферы (выше которой  $n = n_L = 1$ ,  $\mathbf{l} = \mathbf{l}_L = \text{const}$ ), а также соотношение для суммы векторов, являющихся сторонами треугольника *ОГИ* (см. рис. 1), получим

$$\int_0^D \mathbf{l} d\sigma + \mathbf{l}_L L_{\text{вак}} = \mathbf{l}_{\text{ист}} L, \quad (3)$$

где  $\mathbf{l}_{\text{ист}}$  – истинное направление из точки наблюдения на наблюдаемый объект;  $L_{\text{вак}}$  – расстояние от точки пересечения луча с верхней границей атмосферы до наблюдаемого объекта;  $L$  – расстояние от точки наблюдения до наблюдаемого объекта по прямой линии (отметим, что в процессе измерений



где  $r_0, r_L$  – радиус-векторы начальной и конечной точек траектории ( $r_0, r_L$  – их модули);  $n_g$  – групповой (а  $n$  – фазовый) показатель преломления, определяемый, например, по формуле Оуэнса [2] (далее приведена формула для фазового показателя преломления)

$$n = 1 + 10^{-8} \left[ 2371,34 + \frac{683939,7}{130 - v^2} + \frac{4547,3}{38,9 - v^2} \right] D_S + 10^{-8} \left[ 6487,31 + 58,058v^2 - 0,71150v^4 + 0,08851v^6 \right] D_W, \quad (8)$$

где

$$D_S = \frac{P_S}{T} \left[ 1 - P_S \left( 57,90 \cdot 10^{-9} - 9,3250 \cdot 10^{-4} / T + 0,25844 / T^2 \right) \right],$$

$$D_W = \frac{e}{T} \left[ 1 + e \left( 1 + 3,7 \cdot 10^{-4} e \right) \left( -2,37321 \cdot 10^{-3} + 2,23366 / T - 710,792 / T^2 + 7,75041 \cdot 10^{-4} / T^3 \right) \right],$$

$P_S, T, e$  – давление сухого воздуха (в миллибарах), его температура (в градусах Кельвина) и парциальное давление водяных паров (в миллибарах), соответственно,  $v=1/\lambda$  – величина, обратная длине волны электромагнитного излучения ( $\lambda$  – в мкм).

Очевидно, что при  $z_0 \sim \pi/2$  интегралы (5 - 7) являются несобственными интегралами второго рода, и их значения обычными методами численного интегрирования получить нельзя.

Чтобы преодолеть это препятствие, в данной работе предлагается новый метод численного интегрирования несобственных интегралов II рода с медленно меняющейся функцией, входящей в подынтегральное выражение. В частности, этот метод приемлем для вычисления интегралов рефракции в земной атмосфере (5 - 7), где значения  $n$  меняются всего лишь на  $3 \cdot 10^{-4}$  по абсолютной (и относительной) величине на всем интервале интегрирования.

Заметим, что в предположении  $n=const$ , интегралы (5) - (7) становятся табличными, например,

$$\int_{r_0}^r \frac{n_0 r_0 \sin z_0 dr}{r_0 r \sqrt{n^2 r^2 - n_0^2 r_0^2 \sin^2 z_0}} = \int_{r_0}^r \frac{A dr}{r_0 r \sqrt{n^2 r^2 - A^2}} = \arccos \left( \frac{A}{r \cdot n} \right) \Big|_{r_0}^r. \quad (9)$$

Предлагаемый метод предполагает, что на малом интервале интегрирования (где  $n_i \approx n_{i+1}$ ) интегралы (5 - 7) можно заменить табличными интегралами вида (9) (считая, что  $n=const$ ), которые, хотя и являются несобственными интегралами второго рода, но позволяют определить их значения на таком интервале.

В работе была исследована сходимость приведенного метода численного интегрирования в зависимости от числа узлов, находящихся в промежутке между соседними точками, в которых пространственный профиль показателя преломления (8) определяется табличными значениями высотного распределения давления, температуры и влажности воздуха для стандартной атмосферы [4]. Для сравнения были использованы результаты, полученные в [5] при определении углов астрономической рефракции с помощью решения уравнений Гарцера методом Рунге-Кутты 4-го порядка для такого же распределения метеорологических параметров. Данные вычислений, проведенных с помощью предлагаемого метода, а также аналогичные результаты из [5], приведены в таблице 1 для угла астрономической рефракции. В таблицах 2 и 3 приведены результаты определения группового набега и искривления траектории луча\*, соответственно, найденные предложенным в настоящей работе методом. Вычисления были проведены для длины волны электромагнитного излучения  $\lambda=0,59$  мкм, среднего радиуса Земли  $R_3=6367,51$  км, географической широты  $45^\circ$ .

\* К сожалению, авторам не известны аналогичные результаты по вычислениям группового набега и рефракционного удлинения траектории электромагнитного сигнала в земной атмосфере на основе стандартной атмосферы (ГОСТ 4401-81) либо других моделей, поэтому сравнение результатов вычислений группового набега и рефракционного удлинения с данными других авторов не проводилось.

Таблица 1

Число узлов интегрирования	Видимый зенитный угол			
	30	70	80	90
10	32,9461	155,4739	312,5116	1936,1699
100	32,9462	155,4759	312,5257	1962,4226
1000	32,9462	155,4761	312,5271	1970,6806
10000	32,9462	155,4761	312,5272	1973,2878
65000	32,9462	155,4761	312,5272	1974,0202
Данные [5]	32,946	155,476	312,537	1975,201
Данные Пулков- ских таблиц [5]	32,945	155,471	312,529	1977,971

Таблица 2

Число узлов интегрирования	Видимый зенитный угол			
	30	70	80	90
10	2,7992	7,0363	13,5415	92,1033
100	2,7959	7,0281	13,5261	92,2710
1000	2,7956	7,0273	13,5245	92,3375
10000	2,7956	7,0272	13,5244	92,3599
65000	2,7956	7,0272	13,5244	92,3663

Таблица 3

Число узлов интегрирования	Видимый зенитный угол			
	30	70	80	90
10	0,0000683	0,0038	0,02929	5,9308
100	0,0000683	0,0038	0,02926	5,9711
1000	0,0000682	0,0038	0,02926	5,9831
10000	0,0000682	0,0038	0,02926	5,9868
65000	0,0000682	0,0038	0,02926	5,9879

Как видно из приведенных таблиц, сходимость предложенного метода вполне удовлетворяет современным требованиям, предъявляемым к точности определения атмосферных поправок в спутниковой геодезии. Сравнения с известными результатами [5] показывают высокую точность и надежность данного метода. В связи с этим можно предложить использовать этот метод для тестирования известных формул определения атмосферных поправок, а также применять его как инструмент при построении приближенных алгоритмов коррекции атмосферных эффектов.

**Список литературы:** 1. *Proceedings of 11<sup>th</sup> International Workshop on Laser Ranging, September 21-25, 1998*. Deggendorf, Germany. 2. *Учебные материалы по специальности "Космическая радиофизика": Распространение радиоволн в околоземном и космическом пространстве. Часть II. Уравнения геометрической оптики / Сост. В.А. Мисюра и др.* Харьков: Изд. ХГУ. 1991. 116 с. 3. *Owens J.C. Optical Refractive Index of Air: Dependence on Pressure, Temperature and Composition// Appl. Opt. 1967. Vol. 6 No.1. pp. 51-59.* 4. *Атмосфера стандартная. Параметры. ГОСТ 4401-81.* М.: Изд-во стандартов, 1981. 179 с. 5. *А.Ю. Яценко. Теория рефракции.* Казань: Изд-во Казанского университета, 1990. 130 с.

Харьковский государственный НИИ метрологии  
Харьковский государственный технический университет  
радиоэлектроники  
Харьковский государственный экономический университет

Поступила в редколлегию 9.11.00