

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет _____ Електронної та біомедичної інженерії _____
(повна назва)

Кафедра _____ Мікроелектроніки, електронних приладів та пристроїв _____
(повна назва)

АТЕСТАЦІЙНА РОБОТА

Пояснювальна записка

рівень вищої освіти _____ другий (магістерський) _____

ІНЖЕКЦІЙНИЙ НАПІВПРОВІДНИКОВИЙ ЛАЗЕР З

НАДГРАТКОЮ ПЕРШОГО ТИПУ

(тема)

Виконав:

студент 2 курсу, групи МНПм – 18 – 1

Кут О.В.

(прізвище, ініціали)

Спеціальність 153 «Мікро- та наносистемна
техніка»

Тип програми освітньо-професійна

Освітня програма «Мікро - та наноелектронні
прилади і пристрої»

Керівник

доц. Пащенко О.Г.

(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту

Зав. кафедри

(підпис)

Бондаренко І.М.

(прізвище, ініціали)

2019 р.

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій (слайдів) Презентація – 14 слайдів;
1 слайд – «Титульний лист»; 2 слайд – «Мета роботи, об'єкт та метод
дослідження»; 3 слайд – «Актуальність роботи»; 4 слайд – «Двошарова квантово-
розмірна структура на основі GaAs/AlGaAs»; 5 слайд – «Правило Міллера»; 6
слайд – «Система рівнянь для хвильових функцій частинок і квазічастинок у
двошаровій наноструктурі»; 7 слайд – «Енергетичні стани електронів і густина
електронних станів у зоні провідності двошарової КРС»; 8 слайд – «Хвильові
функції і густини розподілу щільності вірогідності знаходження носіїв у
стаціонарному стані»; 9 слайд – «Частоти переходів електрон – важка дірка,
електрон – легка дірка у стац. стані»; 10 слайд – «Зміна положення власних
значень енергії електронів та густини розподілу електронів у збуреному стані»; 11
слайд – «Хвильові функції і густини розподілу щільності вірогідності
знаходження носіїв у збуреному стані»; 12 слайд – «Частоти випромінювальних
переходів електрон – важка дірка, електрон – легка дірка у збуреному стані»; 13
слайд – «Спектри коефіцієнту оптичного підсилення двошарової наноструктури
активної області ІНЛ»; 14 слайд – «Висновки».

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1.	Отримання завдання	4.11.2019	
2.	Підбір інформаційних джерел	5.11 – 15.11	
3.	Вибір та опрацювання математичної моделі	16.11 – 30.11	
4.	Дослідження енергетичних станів частинок активної області ІНЛ на КРС	01.12 – 05.12	
5.	Дослідження підсилення у ІНЛ на КРС	01.12 – 05.12	
6.	Аналіз отриманих результатів	06.12 – 13.12	
7.	Оформлення пояснювальної записки	06.12 – 13.12	
8.	Подання роботи на кафедрі	16.12.2019	

Дата видачі завдання _____ 20__ р.

Студент _____ Кут О.В.
 (підпис)

Керівник роботи _____
 (підпис)

доц. Пашенко О.Г.
 (посада, прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка містить: 73 с., 43 рис., 1 табл., 6 джерел, 2 додатка.

ЛАЗЕРНИЙ ДІОД, КВАНТОВА РОЗМІРНА СТРУКТУРА, ОПТИЧНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ, ОПТИЧНЕ ПІДСИЛЕННЯ, НАДГРАТКА, МОЛЯРНА ЧАСТКА, ЕЛЕКТРОН, ЗОВНІШНЄ ПОЛЕ, ГЕТЕРОПЕРЕХІД.

Об'єкт дослідження – активний шар лазерного діоду – інжекційного напівпровідникового лазера на основі квантової розмірної структури першого типу у вигляді двошарової надгратки на основі гетероструктури GaAs/Al_xGa_{1-x}As.

Мета роботи – дослідження частотного зсуву випромінювання ІНЛ на КРС під впливом зовнішнього електричного поля.

Метод дослідження – моделювання енергетичних станів частинок в активній області лазера на основі математичного апарату квантової механіки.

У данній дипломній роботі проведено дослідження формування енергетичних станів частинок і квазічастинок у двошаровій квантовій розмірній структурі та її модифікацію у зовнішньому електричному полі.

ABSTRACT

The explanatory note contains: 73 pages, 43 figures, 1 table, 6 sources, 2 supplements.

LASER DIODES, QUANTUM SIZE STRUCTURES, OPTICAL RADIATION, OPTICAL AMPLIFICATION, SUPERLATTICE, MOLE FRACTIONS, ELECTRONS, EXTERNAL FIELD, HETEROJUNCTION.

Object of study - active layer of laser diode - injection semiconductor laser based on quantum size structure of the first type in the form of a two-layer superstructure based on the GaAs/Al_xiGa_{1-x}iAs. heterostructure.

The purpose of the work is to study the frequency shift of the radiation of the INL at the CRC under the influence of an external electric field.

The method of investigation is the modeling of the energy states of particles in the active region of a laser based on the mathematical apparatus of quantum mechanics.

In this diploma work, the formation of energy states of particles and quasiparticles in a two-layer quantum size structure and their modification in an external electric field are investigated.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ	7
1 ФІЗИЧНІ ПРОЦЕСИ В АКТИВНОЇ ОБЛАСТІ КВАНТОВО-РОЗМІРНОГО ЛАЗЕРА	8
1.1 Квантово-розмірний ефект напівпровідникових матеріалів	8
1.2 Робочі характеристики і параметри квантово-розмірних лазерів	13
1.3 Двошарова квантово-розмірна структура активної області квантово- розмірного лазера	20
2 ІНЖЕКЦІЙНИЙ НАПІВПРОВІДНИКОВИЙ ЛАЗЕР З НАДГРАТКОЮ ПЕРШОГО ТИПУ	30
2.1 Квантування енергетичних рівнів електронів і дірок	30
2.2 Квантування електронів у квантових ямах	31
2.3 Квантування дірок у квантових ямах	36
2.4 Енергетичні стани частинок нелегованої квантово-розмірної структури на основі GaAs	43
2.5 Визначення АЧХ коефіцієнта посилення випромінювання.	48
2.6 Рішення рівнянь Шредінгера для двошарової квантово-розмірної структури з урахуванням зовнішнього збуреного потенціалу	50
3 АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАННЯ	52
ВИСНОВКИ	71
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ	73
ДОДАТОК А	74
ДОДАТОК Б	75

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

ІНЛ – інжекційний напівпровідниковий лазер;

КРС – квантова-розмірна структура;

ПГС – подвійна гетероструктура;

НР – надрешітки;

ЩС – щільність станів.

1 ФІЗИЧНІ ПРОЦЕСИ В АКТИВНОЇ ОБЛАСТІ КВАНТОВО-РОЗМІРНОГО ЛАЗЕРА

1.1 Квантово-розмірний ефект напівпровідникових матеріалів

У твердотільної електроніки досліджуються властивості електронів, фононів та екситонів або в «нескінченному» кристалі, або в кристалі з періодичними граничними умовами.

При відсутності дефектів ці частинки, або порушення, описуються з використанням блохівських хвиль, які можуть вільно поширюватися в кристалі. Нехай кристал кінцевий і існують два нескінченно високих бар'єра на відстані L один від одного, які можуть відображати блохівські хвилі вздовж напрямку z . Тоді говорять про просторове обмеження цих хвиль. Класичним прикладом хвиль, обмежених в одному вимірі двома непроникними бар'єрами, є коливальна струна з двома фіксованими кінцями.

Добре відомо, що нормальні коливальні моди такої струни представляють собою стоячі хвилі з довжиною хвилі λ , що приймає дискретні значення виду

$$\lambda_n = 2L/n, n = 1, 2, 3, \dots \quad (1.1)$$

Іншим класичним прикладом є інтерферометр Фабрі-Перо. В результаті багаторазових відображень в кінцевих дзеркалах, що утворюють резонатор, у спектрі пропускання, які пройшли через інтерферометр електромагнітних хвиль, з'являються максимуми та мінімуми при дискретних довжинах хвиль. Якщо простір всередині резонатора заповнене повітрям, умовою конструктивної інтерференції буде вираз (1.1).

У мінімумі пропускання хвилю можна вважати «замкненою» в інтерферометрі. Для вільної частинки з ефективною масою m^* , рух якої в кристалі в напрямку z обмежена непроникними бар'єрами (тобто бар'єрами з

нескінченною потенційною енергією), дозволені значення хвильових векторів k_z блохівських хвиль мають вигляд

$$k_{zn} = 2\pi/\lambda_n = n\pi/L, n = 1, 2, 3, \dots, \quad (1.2)$$

а енергія основного стану в порівнянні зі станом без обмеження зростає на величину

$$\Delta E = \frac{\hbar^2 k_{z1}^2}{2m^*} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^* L^2}. \quad (1.3)$$

Це збільшення енергії називається енергією розмірного квантування частинки. Енергія розмірного квантування є наслідком принципу невизначеності в квантовій механіці. Якщо частка обмежена в просторі в межах відстані L (в нашому випадку - вздовж напрямку z), невизначеність z -компоненти її імпульсу зростає на величину порядку \hbar / L . Відповідне збільшення кінетичної енергії частинки за виразом (1.3). Тому даний ефект часто називають квантовим розмірним ефектом. Крім збільшення мінімальної енергії частинки квантовий розмірний ефект призводить також до квантування енергій її збуджених станів. Для нескінченного одновимірного потенціалу «прямокутної ями» енергії збуджених станів виражаються як $n^2 \Delta E$, де $n = 1, 2, 3, \dots$, як і в (1.2). Важливо усвідомлювати різницю між обмеженням, обумовленим бар'єрами, і локалізацією внаслідок розсіювання на домішках. У напівпровідниках вільні носії заряду розсіюються на фононах і дефектах із середнім часом розсіювання τ . Можна визначити їх середню довжину вільного пробігу L як добуток номінальної середньої вихідної швидкості на τ . Подібне розсіювання також може зменшити невизначеність у положенні частинки і, отже, збільшити невизначеність її імпульсу. Останнє призводить до невизначеності в енергії частки на величину, що задається виразом (1.3) з $L^2 \approx (l^2)$. Цей ефект зазвичай

пов'язаний з дефектами або безладом в твердих тілах і відрізняється від ефектів квантового обмеження, що представляють науковий і практичний інтерес. Одним із способів провести відмінність між двома зазначеними випадками є дослідження хвильового вектора k_z вздовж напрямку обмеження. Хвильовий вектор частинки, рух якої відбувається без розсіювання, але обмежена квантової ямою, дискретний, оскільки він відповідає стоячій хвилі і дається виразом (1.2).

Розсіювання на дефектах призводить до порушення фази хвилі, так що її амплітуда експоненціально убуває в межах довжини вільного пробігу (L). Фур'є-перетворення такої загасаючої хвилі показує, що в даному випадку k_z не є дискретним, а має лоренцевий розподіл з шириною $\sim 1/L$.

Більшість збуджень мають кінцевий час життя. Наприклад, оптичні фонони загасають внаслідок взаємодії з іншими фононами (за допомогою ангармонізму) або взаємодії з дефектами. В результаті їх енергії мають уявну частину, яка описується постійною згасання Γ . Роль Γ зводиться до розширення енергетичних рівнів. Тому для виникнення ефектів розмірного квантування необхідно, щоб енергія квантування була принаймні дорівнює Γ . Це, як випливає з (1.3), еквівалентно існуванню максимального розміру L , при якому ще можливе спостереження подібних ефектів. Іншими словами, якщо L занадто велике, то станеться загасання збудження до того, як воно досягне бар'єру. Оскільки енергія розмірного квантування обернено пропорційна m^* , ці ефекти важче спостерігати для важких частинок. Як правило, необхідно охолодити зразок до нижчих температур (для зміни Γ), щоб мати можливість фіксувати малі енергії квантування.

Поведінка екситонів при розмірному квантуванні відрізняється від поведінки як електронів, так і фононів, оскільки вони складаються з електрона і дірки, які перебувають на відстані Борівського радіуса a_0 . Якщо $L \gg a_0$, екситон може рухатися між бар'єрами як вільна частинка з повною масою M (що дорівнює сумі мас електрона і дірки). Максимальне значення L для квантового розмірного ефекту визначається середньою довжиною вільного

пробігу екситона. При $L < \alpha_0$ властивості екситону модифікуються внаслідок дії квантового розмірного ефекту на складові його електрон і дірку. Наприклад, енергія зв'язку екситона збільшується, оскільки електрон і дірка змушені розташовуватися ближче один до одного. У граничному випадку двовимірного екситона енергія зв'язку зростає в чотири рази в порівнянні з тривимірним. Іноді потенціал квантових бар'єрів (у припущенні, що він нескінченний) надає на дві частки більший вплив, ніж їх кулонівські взаємодії. Тоді зручніше вважати, що квантове обмеження всередині потенційної ями відчуває важча частка (оскільки її хвильова функція сильніше локалізована в центрі ями), а легша притягнута до неї внаслідок кулонівської взаємодії. Аналогічно можна вважати, що енергії зв'язку донора і акцептора збільшуються, коли такі домішки знаходяться в потенційній ямі з шириною, меншою їх Борівського радіуса. Квантовий розмірний ефект не тільки змінюються енергії збуджень, але також модифікуються їх щільність станів (ШС). У загальному випадку її зменшення призводить до «посилення» сингулярності в ШС в критичній точці. наприклад, E_g змінює вид від функції з порогом, що залежить від енергії фотона $\hbar\omega$ як $(\hbar\omega - E_g)^{1/2}$, до функції у вигляді сходинок. Оскільки ймовірності переходів, що обчислюються за допомогою золотого правила Фермі, залежать від щільності кінцевих станів, квантовий розмірний ефект істотно впливає на динаміку процесів розсіювання в напівпровідникових приладах. Лазерні діоди, виготовлені на основі КЯ, мають більшу ефективність і менший граничний струм, ніж відповідні об'ємні лазерні діоди. Очікується, що лазери на квантових точках (нуль розмірні) повинні мати ще менші порогові струми. Крім того, їх частоти генерації будуть значно менш чутливі до змін температури.

Структура одиночною квантовою ями являє собою «сендвіч», що складається з тонкого шару (з товщиною L) напівпровідникового матеріалу (позначеного A) між двома шарами іншого напівпровідника B (з рівними товщинами L '). Напрямок, перпендикулярний до цих шарів, позначається як

вісь z . Існують більш складні структури, що складаються з періодично повторюваних шарів типу $B / A / B / A / B / A / B / A \dots$ (Де $L' \gg L$). Такі структури називаються багаторазово повторюваними квантовими ямами або БКЯ. Надрешітки і БКЯ мають однакову структуру за винятком того, що в БКЯ відстань між ямами досить велике для того, щоб виключити можливість тунелювання електронів з однієї ями в іншу. Ширина бар'єра L' в НР досить мала для забезпечення електронам можливості тунелювання, так що електрони «бачать» чергування шарів як періодичний потенціал, який додається до потенціалу кристала. Припустимо, що в одиночній КЯ ширина забороненої зони ями A (E_{gA}) менше, ніж у бар'єрів B ($E_{gB} > E_{gA}$). Внаслідок такої відмінності в ширині заборонених зон не відбувається вирівнювання країв зон провідності і валентних зон для A і B . Різниця між ними одна від одної називається розривом зон. Розрив зон створює потенціал, відповідальний за квантове обмеження (конфайнмент) носіїв тільки в одному шарі, в результаті чого і виникає квантовий розмірний ефект. Таким чином, знання величини розриву зон і його контроль відіграють вирішальну роль при виготовленні приладів з квантовим розмірним ефектом. Розуміння факторів, що визначають розрив зон двох різних напівпровідників, є неповним, в техніці виготовлення і контроль форми розриву зон досягнуто значного прогресу. Наприклад, в добре вивченій системі GaAs (= A) / GaAlAs (= B) товщина інтерфейсів між A і B становить всього один моношар, що було показано за допомогою просвічувальної електронної мікроскопії високого розширення (рис. 1.1). Численні порівняння експериментальних результатів і теоретичних розрахунків показали, що розриви країв зон можуть бути вельми різкими. Останнє робить просту прямокутну яму хорошим наближенням для більшості КЯ. Як спосіб характеристики розриву зон Дингл і ін. [1] ввели множник Q , що дорівнює відношенню між розривом зон провідності (ΔE_C) і різницею між шириною заборонених зон (ΔE_g). Наприклад, було знайдено, що в технологічно важливих КЯ $\text{GaAs} / \text{GaAlAs}$ і $\text{InGaAs} / \text{InP}$ значення Q рівні 0,6 і 0,3 відповідно.



Рисунок 1.1 – Трансмісійний електронний мікроскоп свехрешетки GaAs / AlAs з високою роздільною здатністю. На мікрограмі показана для променя, падаючого в напрямку [110]

1.2 Робочі характеристики і параметри квантово-розмірних лазерів

1.2.1 Зниження порогового струму. Як вже було зазначено, в порівнянні з аналогічним по геометрії лазерним діодом з подвійною гетероструктур лазер з багат шарової КРС має в три рази менше значення порогового струму [2]. Це пояснюється зменшенням спектральної ширини лінії посилення, причиною якого є наявність ступінчастої функції щільності станів $\rho(E)$, що призводить до зростання максимального коефіцієнта посилення. Однак, є можливість ще більшого зниження порогового струму, якщо розробити механізм, що дозволяє більш ефективно інжектувати електрони в квантові ями.

1.2.2 Збільшення характеристичної температури T_0 . Першопочаткові спроби розробки лазерів з багат шаровою КРС показали, що лазери цього типу мають високу характеристичну температуру T_0 (слабка температурна залежність порогового струму). Це пояснюється меншим впливом в порівнянні з випадком об'ємного кристала температурних змін на енергетичний розподіл електронів при наявності ступінчастої функції щільності станів. Однак у міру вдосконалення технологічної бази характеристична температура в звичайних

лазерах з подвійною гетероструктурою також збільшується приблизно до 200 К, так що квантово-розмірні лазери втратять свою перевагу.

1.2.3 Зменшення ширини забороненої зони. На рис. 1.2 показані спектри люмінесценції багат шарового квантово-розмірного лазера при токах, які істотно менше порогового значення. Навіть при струмі накачування, що становить 0,04 порогового значення, в спектрі з'являються два явних максимуми. При збільшенні рівня накачування більш довгохвильовий максимум буде зростати аж до досягнення режиму лазерної генерації. Максимум же в короткохвильовій області є наслідком рекомбінації електронів і важких дірок з найнижчих квантових рівнів ($n = 1$), і його положення приблизно відповідає довжині хвилі максимуму фотолюмінесценції, зазначеного на рис. 1.2 стрілкою PL. Різниця енергій обох максимумів збігається з енергією поздовжнього оптичного фонуна (приблизно 36 MeV), у зв'язку з чим спочатку вважалося, що в процес генерації багат шарового квантово-розмірного лазера вносять вклад фононні компоненти. На противагу цьому в результаті докладних досліджень, проведених Тарутою з співробітниками, було показано відсутність вкладу поздовжніх оптичних фононів і висунуто припущення, що причиною зсуву є зменшення ефективної ширини забороненої зони внаслідок струмового накачування [3]. Для такого припущення є такі підстави:

- різниця енергій між двома максимумами не залишається постійною, а збільшується в міру збільшення струму інжекції;
- спектр спонтанного випромінювання, що виходить через вікно в електроді лазерного діода, має один максимум на довжині хвилі, зазначеної на рис. 1.2, і ніяких більше довгохвильових максимумів не спостерігається;
- поява в спектрі двох максимумів можна пояснити накладанням спектрів оптичного посилення і поглинання в оптичному хвилеводі;
- зареєстрований спектр спонтанного випромінювання має тенденцію монотонного розширення біля основи в міру збільшення струму інжекції, яке в основному відбувається в бік збільшення довжини хвилі.

Якщо позначити абсолютне зменшення енергії як ΔE , то це розширення в нульовому наближенні можна записати у вигляді

$$\Delta E \sim (n_{inj})^{1/(2,8-3)} \quad (1.4)$$

На основі цієї залежності можна припустити, що в міру збільшення концентрації інжекційних носіїв n_{inj} відбувається зменшення еквівалентної ширини забороненої зони.

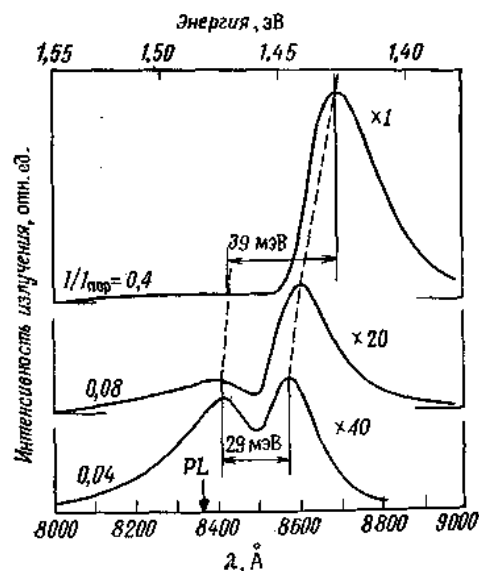


Рисунок 1.2 – Спектри люмінесценції багатошарового квантово-розмірного лазера при токах нижче порогового значення (ТЕ-мода)

1.2.4 Анізотропія коефіцієнта посилення. На рис. 1.3 показана залежність істинного посилення світла $(g - \alpha_i)$, що поширюється в хвилеводі на основі багатошарової КРС, від нормованого струму інжекції $I/I_{пор}$ тут же для порівняння наведені аналогічні характеристики для випадку, коли використовується хвилевід на основі подвійної гетероструктури. На малюнку α_i - коефіцієнт внутрішніх втрат. Характерною особливістю багатошарової КРС є значно більша відмінність коефіцієнтів посилення для хвиль, лінійно-

поляризованих в площині р-n-переходу (ТЕ-моди) і перпендикулярно їй (ТМ-моди). Різниця відповідних коефіцієнтів посилення поблизу порогу генерації становить 140 см^{-1} . Аналогічна різниця коефіцієнтів посилення для подвійний гетероструктури становить всього лише 20 см^{-1} . Хоча в обох структурах лазерна генерація виникає на ТЕ-моді, в звичайній подвійний гетероструктурі селекція мод здійснюється за рахунок різниці коефіцієнтів відбиття дзеркал резонатора, в той час як в багат шарової КРС такий селективність володіє сам оптичний хвилевід, завдяки чому пом'якшується обмеження на дзеркала резонатора.

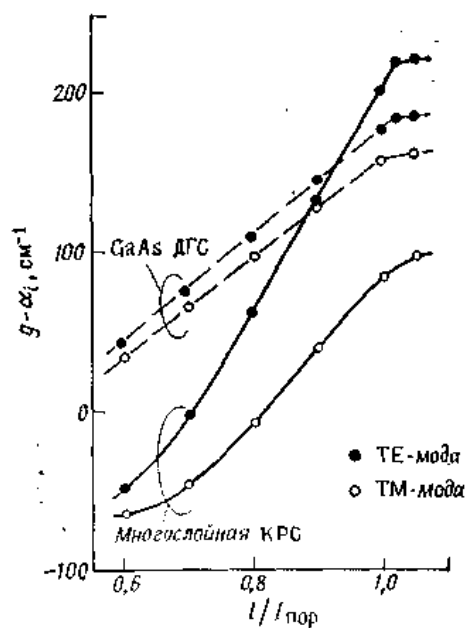


Рисунок 1.3 – Залежність ефективного оптичного посилення від струму інжекції і від поляризації випромінювання у хвилеводі ($T = 293\text{K}$) [4]

Анізотропія коефіцієнта посилення фізично пояснюється правилами відбору для переходу, що супроводжується електронно-доречною рекомбінацією, при обліку структурної анізотропії багат шарового квантово-розмірного лазера. З цього випливає, що випромінювання, що генерується завдяки рекомбінації електронів і важких дірок, має ТЕ-поляризацію і що в багат шарової КРС переважають переходи між електронами і важкими дірками, квантові рівні яких нижче в порівнянні з легкими дірками, а щільність станів в 7 разів вище.

1.2.5 Стабільність спектра генерації. Лазер з багатошарової КРС у порівнянні з лазером з подвійною гетероструктурою має вузьку лінію посилення. Отже, можна припустити, що в ньому легше реалізується режим генерації на одній поздовжньої моді (одночастотний режим). Однак в даний час і в звичайному лазері в режимі накачування постійним струмом можна без важкості забезпечити умови одночастотної генерації. Тому для порівняння стабільності спектрів генерації коректно вивчати поведінку поздовжніх мод в режимі високошвидкісної модуляції, що викликає значні коливання концентрації інжекціюваних носіїв заряду. На рис. 1.4 наведено спектри генерації для лазера з багатошарової КРС і звичайного лазера з подвійною гетероструктурою. У режимі високошвидкісної модуляції, коли на постійне зміщення I_B , менше порогового струму ($I_B = 0,8 \cdot I_{\text{пор}}$), Накладається імпульсна послідовність в форматі RZ з тривалістю імпульсів 1 нс, амплітудою $0,5 I_{\text{пор}}$ і тактовою частотою 500 МГц, обидва лазера генерують одну поздовжню моду при накачуванні постійним струмом. У лазері з подвійною гетероструктурою виникає режим багатомодової генерації, і ширина кривої лінії спектра на половинному рівні досягає 40 А. Спектр же квантово-розмірного лазера зазнає істотних змін, і навіть довжина хвилі генерації незначно зміщується в порівнянні з випадком накачування постійним струмом.

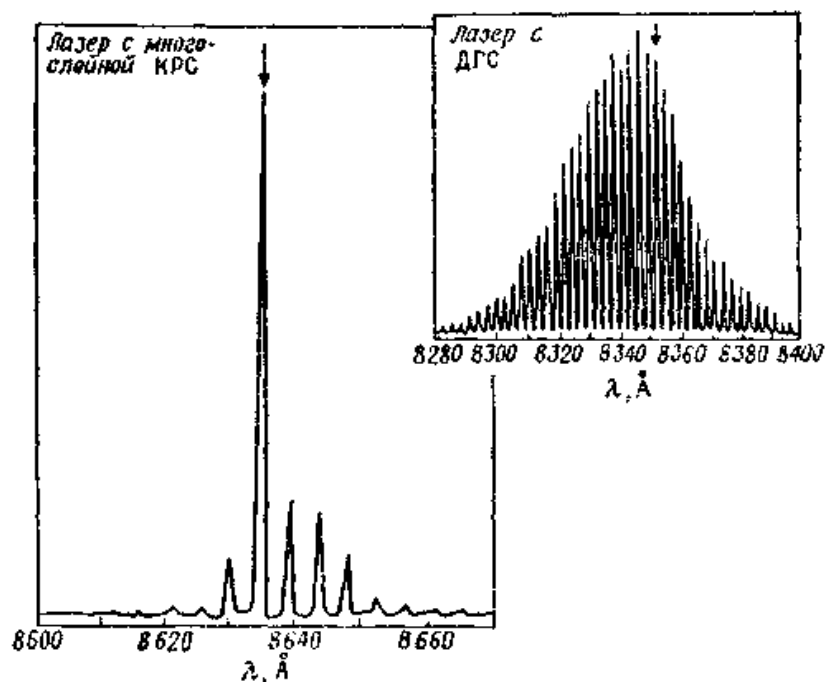


Рисунок 1.4 – Порівняння модуляційних характеристик багат шарового квантово-розмірного лазера і звичайного лазера з подвійною гетероструктурою

1.2.6 Низькі втрати при використанні КРС в якості оптичного хвилеводу. На рис. 1.5 показані результати порівняння спектрів оптичного поглинання для ненакачуємих (тобто за відсутності струмового інжекції) хвилеводів на основі звичайної подвійної гетероструктури і хвилеводів, в активному шарі яких використана багат шарова КРС. Коефіцієнти поглинання визначені з урахуванням параметра оптичного обмеження, який в обох випадках був приблизно однаковим. Для багат шарової КРС спостерігається різка зміна коефіцієнта поглинання, що відображає існування ступінчастої функції щільності станів.

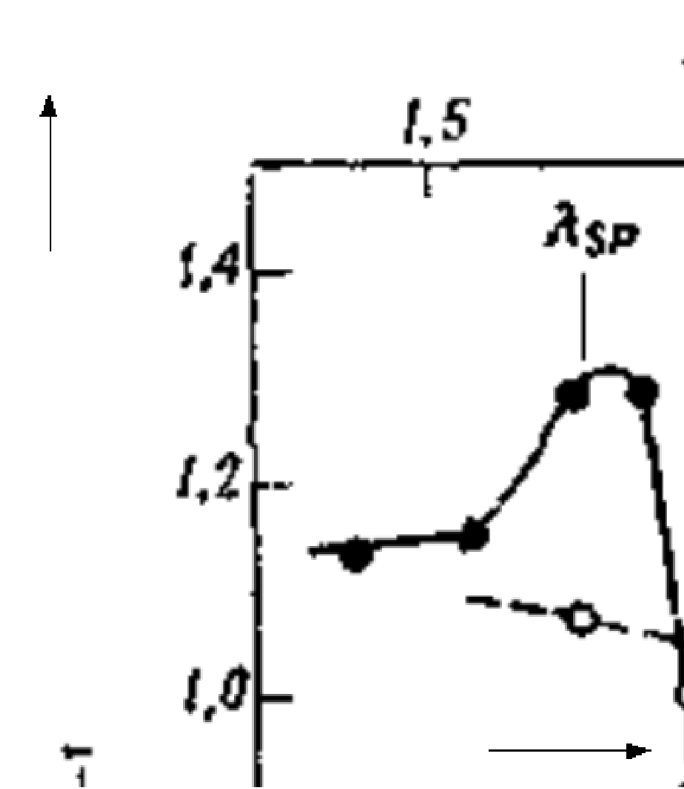


Рисунок 1.5 – Спектри оптичного поглинання волноводів на основі багат шарових КРС за відсутності накачування

Крім того, на малюнку для обох випадків вказана середня довжина хвилі λ_{SP} спектра спонтанного випромінювання. Довжини хвиль когерентного випромінювання на порозі генерації для кожної зі структур позначені як λ_{LD} . Зрушення довжин хвиль $\lambda_{LD} - \lambda_{SP}$ для обох хвилеводів відповідає різниці енергій порядку 30 MeV і пояснюється ефектом зменшення ширини забороненої зони. Особливу увагу слід звернути на те, що в звичайній подвійній гетероструктурі на довжині хвилі генерації λ_{LD} зберігається досить велике поглинання в речовині внаслідок порівняно плавного спаду коефіцієнта поглинання, в той час як у хвилеводі на основі квантово-розмірної структури зміна коефіцієнта поглинання дуже різке, і поглинання на хвилі λ_{LD} досить незначне. Цей факт має важливе значення з точки зору практичного застосування, оскільки в разі інтеграції на одній підкладці лазерного діода і елемента на основі пасивних хвилеводів, наприклад оптичного мультиплексора

або демультиплексор, за допомогою багат шарової КРС можна зменшити оптичні втрати в пасивному елементі.

1.3 Двошарова квантово-розмірна структура активної області квантово-розмірного лазера

Якщо товщина активного шару стане одного порядку з довжиною хвилі де Бройля електронів (або дірок) і навіть менше, то виникне помітний квантово-розмірний ефект. Напівпровідникові лазери, у яких активний шар виготовлений на основі ультратонких плівок товщиною в кілька сотень ангстрем або ще менше, називаються квантово-розмірними.

На рис. 1.6 показана енергетична діаграма квантово-розмірного лазера біля активного шару.

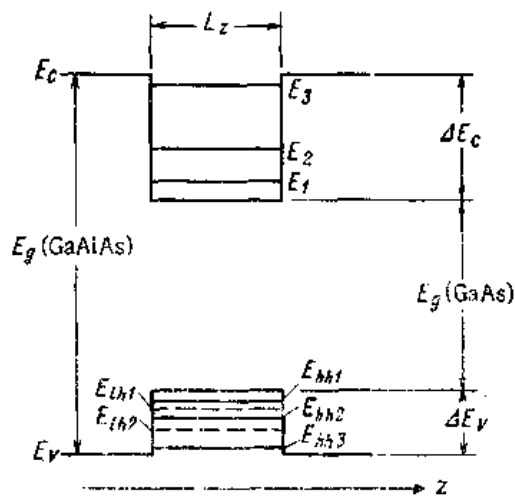


Рисунок 1.6 – Діаграма енергетичних рівнів КРС на основі $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}/\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$

Через різної ширини заборонених зон центрального квантово-розмірного шару на основі GaAs і обох прикордонних шарів на основі $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ електрони і дірки локалізуються всередині шару GaAs; тому в інтервалі енергій, відповідному потенційній ямі, утворюються енергетичні рівні. У наближенні ефективної маси енергії цих рівнів і відповідні хвильові функції $\phi_n(z)$ (Частина

хвильової функції, що залежить від z можна визначити за допомогою одновимірного стаціонарного рівняння Шредінгера

$$\frac{-\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2 \phi_n(z)}{\partial z^2} + V(z)\phi_n(z) = E_n \phi_n(z) \quad (1.5)$$

при наступних граничних умовах: $\phi_n(z) = 0$ при $z = \pm \infty$, $\phi_n(z)$ и $\phi_n'(z)/m^*(z)$ безперервні на кордонах квантово-розмірного і емітерних шарів. У разі кінцевої глибини ями V_0 рівні E_n є рішення рівняння

$$(k_1 a) \operatorname{tg}(k_1 a) = k_2 a (m_w^* / m_B^*) \quad (1.6)$$

або

$$-(k_1 a) \operatorname{ctg}(k_1 a) = k_2 a (m_w^* / m_B^*), \quad (1.7)$$

де $k_1^2 = 2m_w^* E / \hbar^2$, $k_2^2 = 2m_B^* (V_0 - E) / \hbar^2$, $a = L_z / 2$, m_w^* и m_B^* - ефективні маси носіїв відповідно в квантово-розмірному і прикордонних емітерний шарах.

У площині xy (потенційної ями) пересування носіїв не обмежується, і тому повну енергію носіїв можна записати у вигляді

$$E_i(n, k_x, k_y) = E_{in} + (\hbar^2 / 2m_w^*) (k_x^2 + k_y^2), \quad (1.8)$$

а повна хвильова функція являє собою добуток обвідної функції на базисну $u_i(\mathbf{r})$, період якої дорівнює періоду решітки, і записується у вигляді

$$\phi_{in}(x, y, z) = \phi_{in}(z) e^{i(k_x x + k_y y)} u_i(\mathbf{r}), \quad (1.9)$$

де індекс i вказує на зону провідності (C), підзону важких дірок (H) або підзону легких дірок (L). В даному випадку носії в площині $x-y$ володіють двома степенями свободи, тому, як показано на рис. 1.7, функція щільності станів для відповідних рівнів E_{in} в кожній зоні буде мати вигляд сходинок. Наприклад, функція щільності станів в зоні провідності $\rho_C(E)$ записується як сума східчастих функцій $H(E)$:

$$\rho_C(E) = \sum_n \left(\frac{m_C^*}{\pi \cdot \hbar^2} \right) H(E - E_{cn}) \quad (1.10)$$

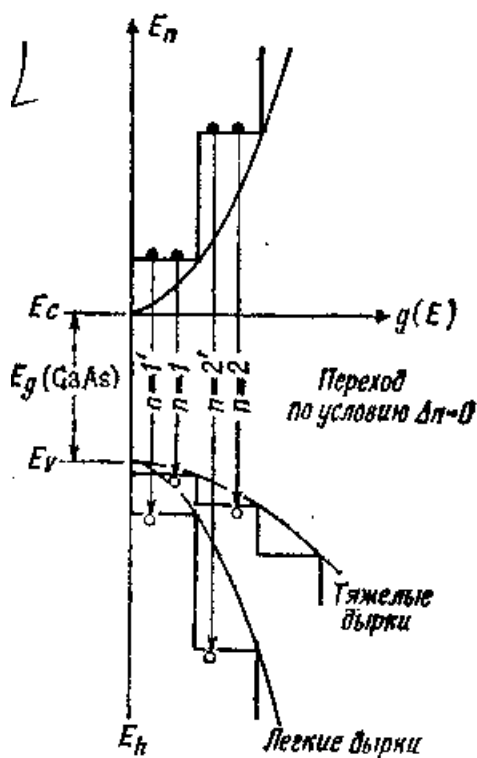


Рисунок 1.7 – Густина станів в зоні провідності і валентній зоні одношарової КРС

Використовуючи функції щільності станів з (1.10) і припускаючи, що при визначенні матричних елементів переходу з (1.9) справедливі правила відбору по k в напрямках осей x і y і правила відбору $\Delta n = 0$ в напрямку осі z , можна

знайти коефіцієнт оптичного підсилення для одношарового квантово-розмірного лазера:

$$\begin{aligned}
 g(h\nu) = & \frac{e^2 \hbar M^2}{\epsilon_0 m_0^2 c \hbar \nu} \left(\frac{m_{rH}}{\hbar^2} \sum_n H(h\nu - E_{Cn} - E_{Hn}) \right) \times \\
 & \times \left\{ f_C \left[E_{Cn} + \frac{m_H^*}{m_C^* + m_H^*} (h\nu - E_{Cn} - E_{Hn}) \right] - \right. \\
 & - f_V \left[E_{Cn} + \frac{m_H^*}{m_C^* + m_H^*} (h\nu - E_{Cn} - E_{Hn}) \right] \left. + \right. \\
 & + \frac{m_{rL}}{\hbar^2} \sum_n H(h\nu - E_{Cn} - E_{Ln}) \left\{ f_C \left[E_{Cn} + \frac{m_L^*}{m_C^* + m_L^*} (h\nu - E_{Cn} - E_{Ln}) \right] - \right. \\
 & \left. \left. - f_V \left[E_{Ln} - \frac{m_L^*}{m_C^* + m_L^*} (h\nu - E_{Cn} - E_{Ln}) \right] \right\} \right)
 \end{aligned} \quad , (1.11)$$

де m_{rH} і m_{rL} - наведені маси, які виражаються через ефективні маси в кожній зоні m_C^* , m_H^* , m_L^* :

$$1/m_{rH} = 1/m_C^* + 1/m_H^*, \quad 1/m_{rL} = 1/m_C^* + 1/m_L^*. \quad (1.12)$$

У разі коли товщина квантово-розмірного шару досить мала і носії локалізуються завдяки наявності досить високих стінок, різниця між найнижчим і подальшим квантовими рівнями може значно перевищувати теплову енергію $k_H \cdot T$ при цьому максимальне значення лінії посилення визначається носіями, що знаходяться на краю найнижчій підзони. Таким чином, в квантово-розмірному шарі функція щільності станів має не параболічну форму, як в об'ємному кристалі, а ступінчасту, тому число залишкових носіїв з високою енергією в ньому зменшується. Внаслідок цього знижується швидкість спонтанного випромінювання. Крім того, якщо виконується умова $(E_{FC} - E_{FV}) > (E_{C1} - E_{H1})$, щільності станів на краях підзон різко збільшуються, що призводить до зростання коефіцієнта посилення. З

огляду на це, а також малу товщину активного шару, можна (рис.1.8) очікувати, що коефіцієнт посилення різко зростає вже при малій щільності струму інжекції ($100\text{-}200\text{ A / cm}^2$).

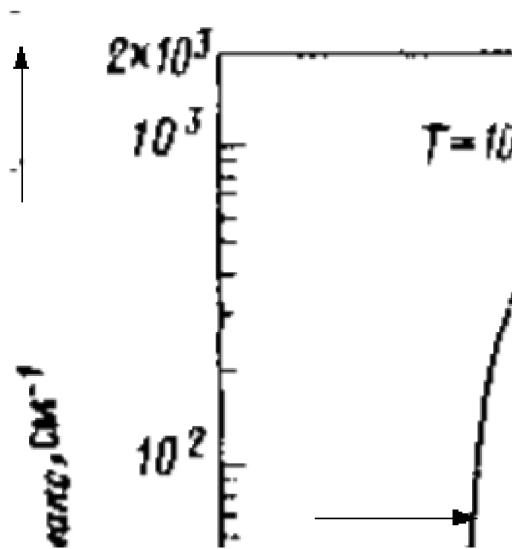


Рисунок 1.8 – Розрахунок залежності максимального коефіцієнта посилення від щільності струму інжекції в одношаровому квантово-розмірному лазері на основі GaAs [вплив вищих підзон не враховується ($L_x = 200\text{Å}$)]

Цим же пояснюється слабка температурна залежність коефіцієнта посилення, і відображає температурну стабільність порогового струму. Характеристична температура в квантово-розмірних лазерах виявляється в 2 ... 2,5 рази більше, ніж в структурах на основі об'ємного кристала, і становить $300\text{...}400\text{ °C}$. Однак в лазерах з одношаровою квантово-розмірною структурою, що має єдиний тонкий активний шар, коефіцієнт оптичного обмеження Γ істотно зменшується при зменшенні L_z . Коефіцієнт посилення $g_{\text{пор}}$, необхідний для виникнення лазерної генерації, можна написати у вигляді:

$$g_{\text{пор}} = (1/\Gamma)[(\alpha + (1/L)\ln(1/R))], \quad (1.13)$$

де α - коефіцієнт втрат;

L - довжина резонатора;

R - коефіцієнт відбиття за потужністю.

Отже, ми бачимо, що зі зменшенням Γ $g_{\text{пор}}$ зростає, а це в кінцевому рахунку призводить до збільшення щільності порогового струму. Зокрема, як видно з рис. 1.8, в лазерах з КРС в області великого посилення спостерігається тенденція до насичення характеристик, так що істотну роль відіграють збільшення Γ і зменшення $g_{\text{пор}}$.

Для запобігання зменшення Γ існують два способи. Один з них ілюструється на рис. 1.9 і являє собою структуру GRIN-SCH, що поєднує одиночний квантово-розмірний шар і градієнтні шари зі змінною концентрацією алюмінію.

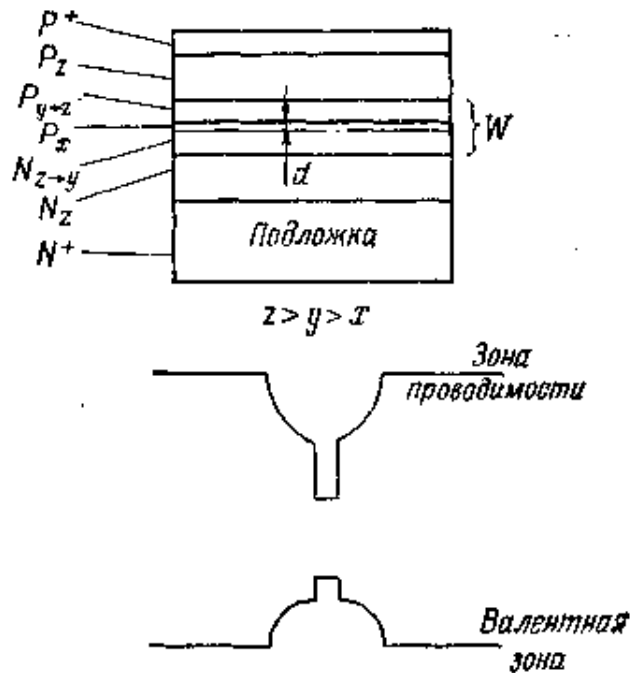


Рисунок 1.9 – Структура квантово-розмірного лазера типу GRIN- SCH і зонна діаграма квантово-розмірного шару

Іншим шляхом збільшення коефіцієнта оптичного обмеження Γ є використання багатошарової квантово-розмірної структури з чередуванням квантово-розмірних шарів. Наприклад, в показаному на рис. 1.10 лазері з модифікованою багатошаровою квантово-розмірною структурою поряд з високим значенням Γ поліпшується ефективність інжекції носіїв і щільність порогового струму виявляється невеликий (250 A / cm^2).

Теоретичний розгляд електронних станів в багатошарової квантово-розмірної структурі нічим не відрізняється від вищевикладеного. Кожен квантований рівень E_n в напрямліні осі z всередині однієї квантової ями через взаємодію між різними ямами розщеплюється на N (по числу ям) рівнів $E_{n1}, E_{n2}, \dots, E_{nN}$, і діаграма щільності станів виглядає, як на рис. 1.11. Крім того, загальна хвильова функція в напрямку осі z лінійно пов'язана з власними хвильовими функціями кожної квантової ями $\varphi_n(z)$. Слід зауважити, що хвильові функції нижніх станів E_{11}, E_{21}, \dots підзон знаходяться один з одним в фазі, а верхніх станів E_{1N}, E_{2N}, \dots - в протифазі. завдяки цим особливостям різниця енергій між нижньою і наступної за нею підзонами повинна бути досить великою (більше $k_H \cdot T$). Щоб задовольнити цій умові, можна зменшити взаємодію між потенційними ямами за рахунок збільшення товщини і висоти стінок. Однак при цьому виникають труднощі з інжекцією носіїв, і при дуже слабкому взаємодії має місце неоднорідна інжекція носіїв в кожен потенційну яму. Це завдання можна вирішити, якщо врахувати в теорії тунелювання носіїв крізь стінки потенційної ями, визначивши при цьому умову однорідності розподілу носіїв, і використовувати переваги ступінчастої функції щільності станів квантово-розмірної структури.

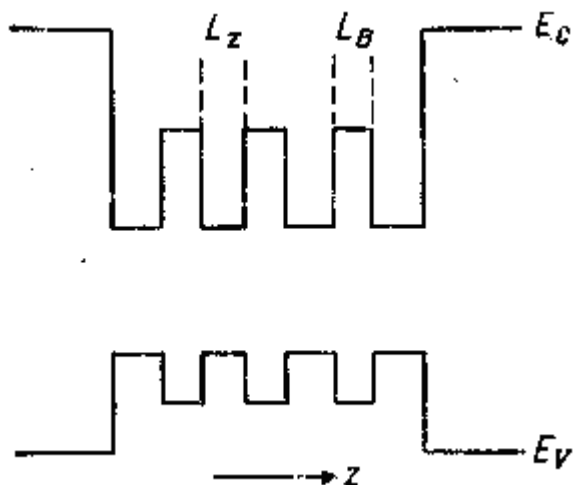


Рисунок 1.10- Зонна діаграма для лазера з модифікованою багатошаровою КРС

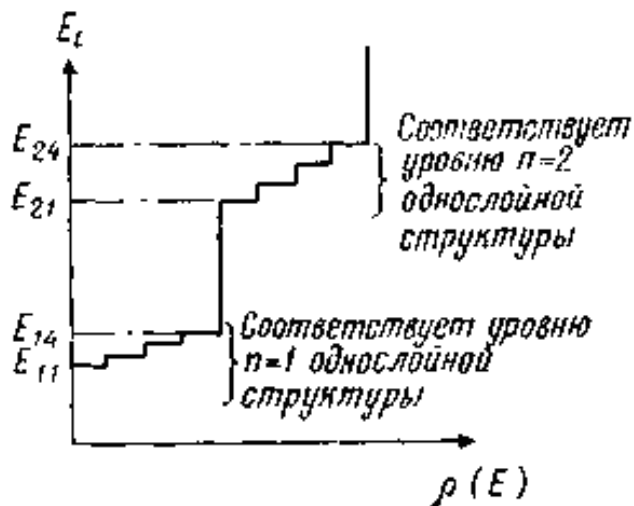


Рисунок 1.11 - Функція щільності станів для зони провідності в багатошарової КРС. (Число шарів $N_{\omega} = 4$)

У лазерах на основі як одношарової, так і багатошарової КРС необхідно проводити оптимізацію характеристик з урахуванням впливу вищих підзон. На рис. 1.12 наведені щільності порогового струму $I_{\text{пор}}$ лазера на основі модифікованої багатошарової КРС при необмеженій довжині лазерного резонатора (або 100%-них коефіцієнтах відображення) з різною кількістю квантово-розмірних шарів N_{ω} . Слід зауважити, що $I_{\text{пор}}$ досягає мінімуму при

$N_{\omega} = 1$ і $L_z \sim 80 \text{ \AA}$ і що значення цього мінімуму становить всього лише $50 \text{ \AA} / \text{см}^2$. Крім того, з рис. 1.13 випливає, що при коефіцієнтах відбиття $R = 90\%$ і довжині резонатора $L < 50 \text{ мкм}$ пороговий струм повинен бути близько $50 \text{ мкА} / \text{мкм}$ при ширині смужки 1 мкм . З огляду на ці результати, можна сказати, що лазери на основі КРС є найбільш перспективними малопотужними джерелами випромінювання в майбутніх оптоелектронних ІС. В обчисленнях, виконаних в роботі, коефіцієнт посилення визначається без урахування зіткнень розмиття рівнів, що є цілком коректним. Іншими словами, якщо ґрунтуватися на результатах теоретичного аналізу в роботах, то при розрахунку розподілу щільності станів для двовимірної системи поправка з урахуванням зіткнень розмиття виходить ще менше, ніж для об'ємного кристала. Крім того, $(\Delta E_C = 0,85 \cdot \Delta E_g, \Delta E_V = 0,15 \cdot \Delta E_g)$ і було показано, що в валентній зоні можливе накопичення дірок в бар'єрних шарах. Однак якщо вважати постійним час релаксації $T_2 \sim 10\text{-}13 \text{ с}$ і прийняти лоренцевих форму спектральної лінії, то можна отримати занижені значення коефіцієнтів посилення. Крім того, є відомості про можливість реалізації умови $\Delta E_V > 0,15 \Delta E_g$, Так що питання надмірного накопичення дірок вимагає подальших досліджень.

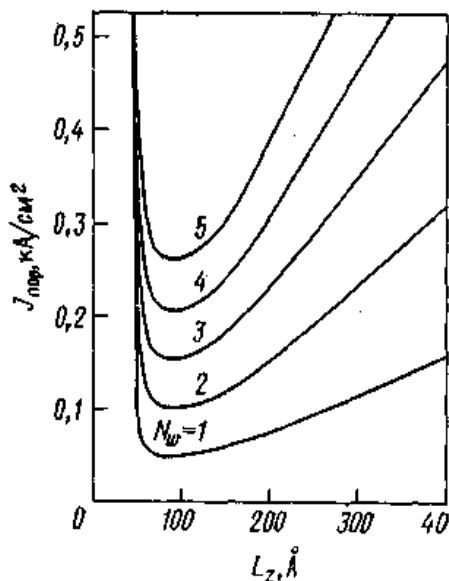


Рисунок 1.12 – Теоретична залежність щільності порогового струму від товщини квантово-розмірного шару для лазера з модифікованою багатошарової КРС

при необмеженій довжині резонатора ($L = \infty$) або 100% -них коефіцієнтах відображення дзеркал ($R = 1$). N_w - число квантово-розмірних шарів

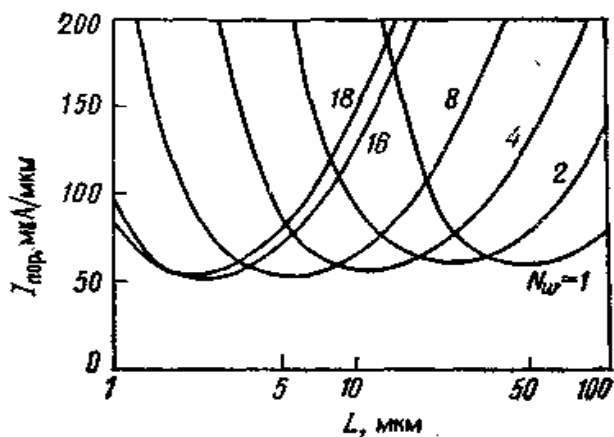


Рисунок 1.13 – Теоретичні значення порогового струму лазера з модифікованою багатошарової КРС

при коефіцієнтах відображення дзеркал $R = 90\%$ (нормована по ширині смужка). N_w - число квантово-розмірних шарів

2 ІНЖЕКЦІЙНИЙ НАПІВПРОВІДНИКОВИЙ ЛАЗЕР З НАДГРАТКОЮ ПЕРШОГО ТИПУ

2.1 Квантування енергетичних рівнів електронів і дірок

Для розуміння того, як утворюються енергетичні рівні в КЯ, спочатку можна припустити, що КЯ має простий прямокутний потенціал виду

$$\begin{aligned} V(z) &= 0 \text{ при } -L/2 < z < L/2, \\ V(z) &= V_0 \text{ при } z > L/2 \text{ або } z < -L/2, \end{aligned} \quad (2.1)$$

де L і V_0 - ширина і висота ями.

Висота бар'єрів, що обмежують рух носіїв в ямі з обох сторін однакова і, отже, її потенціал (2.1) має симетрію відображення щодо центру. Для того, щоб скористатися цією симетрією, вибирається початок координат в центрі ями. В результаті власні стану електронів в ямі мають певну парність при операції відображення відносно площини $z = 0$ [1, 4].

Отже, існують правила відбору (крім накладених симетрією кристала), які визначають взаємодію електронів і фононів в КЯ з зовнішніми збуреннями. Однак при використанні результатів, заснованих на симетрії відображення, необхідно дотримуватися обережності. Найбільш часто зустрічається у випадку квантової ями GaAs, оточеній бар'єрами з AlAs і вирощеної на підкладці GaAs з орієнтацією 001, нецентросиметричний кристал GaAs, строго кажучи, не містить дзеркальних площин, перпендикулярних осі росту. Проте, симетрія, подібна парності, існує щодо дворазового обертання навколо осей [100] і [010]. Припущення про існування дзеркальної площини, що проходить через центр симетрії КЯ, залишається зазвичай в наближенні ефективної маси.

2.2 Квантування електронів у квантових ямах

У найпростішому випадку розглядається електрон в КЯ типу I, утвореної двома напівпровідниками зі схожими параболічними зонами провідності. Передбачається, що напрямок росту (вісь z) паралельно одній з головних осей тензора ефективної маси в обох матеріалах. Як уже зазначалося, енергії і хвильові функції електрона можуть бути обчислені в наближенні ефективної маси, якщо потенціал $V(z)$ задовольняє умовам: збуджений потенціал повинен бути слабким (щоб електрони не збуджувалися з однієї зони в іншу) і повільно змінювались у просторі (щоб можна було вважати R безперервним). Останнє, означає, що ширина ями повинна бути багато більше товщини одного моношару. Позначимо функції Ваньє і огинаючі функції всередині ями через $\alpha_{n\Lambda}$ і $C_{n\Lambda}$, а відповідні функції в бар'єрі - через α_{nB} і C_{nB} . В літературі по КЯ розглядаюче наближення часто називають наближенням огинаючої функцій. Хвильову функцію електрона в КЯ можна представити у вигляді:

$$\Psi(r) = \begin{cases} N^{-1/2} \sum C_{n\Lambda}(R_i) \alpha_{n\Lambda}(r - R_i) & \text{при } -L/2 \leq z \leq L/2, \\ N^{-1/2} \sum C_{nB}(R_i) \alpha_{nB}(r - R_i) & \text{при } z > L/2 \text{ или } z < -L/2 \end{cases} \quad (2.2)$$

Рівняння руху для огинаючої функцій також різні всередині і поза ями. Для ізотропних ефективних мас (m_{Λ}^* і m_B^* для ям і бар'єрів відповідно) ці рівняння мають вигляд:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_{\Lambda}^*} \frac{\partial^2}{\partial R^2} \right] C_{\Lambda}(R) \approx [E - E_{c\Lambda}] C_{\Lambda}(R) \text{ при } -L/2 \leq z \leq L/2. \quad (2.3 \text{ а})$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_B^*} \frac{\partial^2}{\partial R^2} + V_0 \right] C_B(R) \approx [E - E_{c\Lambda}] C_B(R) \text{ при } z > L/2 \text{ або } z < -L/2, \quad (2.3 \text{ б})$$

де $E_{c\Lambda}$ - край зони провідності в ямі (без обмеження спільності приймається рівним нулю) [4].

Оскільки потенціал ями залежить від z , можна розділити (2.3 а) і (2.3 б) на два рівняння, з яких одне буде залежати тільки від z , а інше тільки від x і y . Після цього можна висловити хвильові функції від $C_{(\Lambda\text{или}B)}(X, y, z)$ у вигляді твору рішень двох рівнянь:

$$C_{(\Lambda\text{или}B)}(x, y, z) = \phi_{(\Lambda\text{или}B)}(x, y) \psi_{(\Lambda\text{или}B)}(z). \quad (2.4 \text{ а})$$

Вираз для $\phi_{(\Lambda\text{или}B)}(x, y)$ є рівнянням для вільної частинки, і тому його рішення є плоскими хвилі виду

$$\phi_{(\Lambda\text{или}B)}(x, y) \propto \exp[\pm i(k_x x + k_y y)]. \quad (2.4 \text{ б})$$

де k_x і k_y - компоненти блохівське хвильових векторів, паралельних площині ями, оскільки в площині xy зберігається трансляційна інваріантність, всі теореми, що стосуються збереження хвильового вектора k і отримані для об'ємних кристалів, застосовні до k_x і k_y , але не застосовні до z -компоненті.

Маса змінюється від значення m_{Λ}^* всередині ями до значення m_B^* поза нею. Однак з граничної умови про безперервність хвильових функцій по обидва боки металургійного кордону, що як k_x , так і k_y повинні бути одними і тими ж всередині і поза ями. Рівняння для хвильової функції $\psi_{(\Lambda\text{или}B)}(z)$ має вигляд:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_B^*} \left(\frac{d^2}{dz^2} + k_x^2 + k_y^2 \right) \psi_{\Lambda}(z) \approx E \psi_{\Lambda}(z) \text{ при } -L/2 \leq z \leq L/2. \quad (2.5 \text{ а})$$

і

$$\left[\frac{\hbar^2}{2m_B^*} \left(\frac{d^2}{dz^2} + k_x^2 + k_y^2 \right) + V_0 \right] \psi_B(z) \approx E \psi_B(z) \text{ при } z > L/2 \text{ або } z < -L/2. \quad (2.5 \text{ б})$$

За винятком того, що маси m_A^* і m_B^* можуть різнитися, вирази (2.5) при $k_x = k_y = 0$ ідентичні випадку частки, що знаходиться в одновимірній прямокутній ямі. Рішення для випадку $m_A^* = m_B^*$ можна, наприклад знайти в [5]. У загальному випадку (2.5) має два типи рішень. якщо $E - \left[\hbar^2 / (2m_B^*) \right] (k_x^2 + k_y^2) > V_0$, то рішення є плоскими хвилями з безперервним спектром енергій. Частка володіє достатньою кінетичною енергією для подолання бар'єру і тому не відчуває квантового обмеження в ямі.

Якщо $E - \left[\hbar^2 / (2m_B^*) \right] (k_x^2 + k_y^2) < V_0$, то рішення (2.5 б) є експонентними функціями виду

$$\psi_B(z) = \alpha_1 e^{\tau z} + \alpha_2 e^{-\tau z}, \quad (2.6 \text{ а})$$

з умови кінцівки $\psi_B(z)$ при $z = \pm\infty$ слід

$$\psi_B(z) = \begin{cases} \alpha_1 e^{\tau z} & \text{при } z < L/2, \\ \alpha_2 e^{-\tau z} & \text{при } z > L/2. \end{cases} \quad (2.6 \text{ б})$$

де, τ - позитивне реальне число, яке знаходиться з рівняння

$$E - \frac{\hbar^2}{2m_B^*} (k_x^2 + k_y^2 - \tau^2) = V_0. \quad (2.7 \text{ а})$$

Хвильова функція $\phi_B(x, y)\psi_B(z)$ описує хвилю, що поширюється паралельно ямі, але експоненціально загасаючу в бар'єрах в міру віддалення від меж гетеропереходів. Такі хвилі називають затухаючими хвилями. Їх хвильовий вектор має уявну z -компоненту, яка дорівнює $\pm i\tau$. Всередині ями рішення (2.5 а) можуть бути представлені у вигляді лінійної комбінації симетризованих хвильових функцій (по відношенню до відбиття в площині $z = 0$), таких як косинус (симетрична функція) і синус (антисиметрична функція):

$$\psi_{\Lambda}(z) = \beta \cos(k_z z) \text{ або } \beta_2 \sin(k_z z) \text{ для } -L/2 < z < L/2 \quad (2.7 \text{ б})$$

В даному випадку дозволені значення E_i мають дискретний характер. Ці рішення, що описують зв'язані стани, (тобто чотири коефіцієнта $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1$ і β_2) визначаються шляхом накладення звичайної вимоги: хвильові функції і їх перші похідні повинні бути безперервними при перетині двох кордонів, гетеропереходов, що утворюють КЯ. Зазвичай не існує аналітичного виразу для власних значень, за винятком випадку, коли V_0 - нескінченна величина. Тоді частка повністю замкнена всередині ями (і тому значення m_B^* не істотні), а значення k_z даються класичними виразами для стоячих хвиль:

$$k_z = n\pi/L, \quad (2.8)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$

Відповідні енергії мають вигляд

$$E_{in}(k_x, k_y) = \frac{\hbar^2}{2m_{\Lambda}^*} \left[\left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 + k_x^2 + k_y^2 \right], n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.9 \text{ а})$$

при $k_x = k_y = 0$ рівні енергії рівні між собою

$$E_{in} = \frac{\hbar^2}{2m_{\Lambda}^*} \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2. \quad (2.9 \text{ б})$$

На рис. 2.1 показані рівні енергії електронів в КЯ з нескінченними бар'єрами. Ці енергетичні зони, квантовані в двох вимірах, називають підзонами, щоб відрізнити їх від електронних енергетичних зон відповідного об'ємного кристала А.

При кінцевому значенні V_0 енергії підзон не можуть бути виражені аналітично. Їх можна визначити або графічно, або за чисельними розрахунками за допомогою комп'ютера. Перший спосіб для окремого випадку $m_{\Lambda}^* = m_{\text{В}}^*$ містяться в підручниках з квантової механіки [5]. При $m_{\Lambda}^* \neq m_{\text{В}}^*$ умова безперервності для похідних $\partial\psi_{\Lambda}(z)/\partial z$ і $\partial\psi_{\text{В}}(z)/\partial z$ слід перетворити в так звану граничну умову Бастарда:

$$\frac{1}{m_{\Lambda}^*} \frac{\partial\psi_{\Lambda}}{\partial z} = \frac{1}{m_{\text{В}}^*} \frac{\partial\psi_{\text{В}}}{\partial z} \text{ при } z = \pm L/2. \quad (2.10)$$

Воно забезпечує безперервність потоку частинок через інтерфейс між А і В.

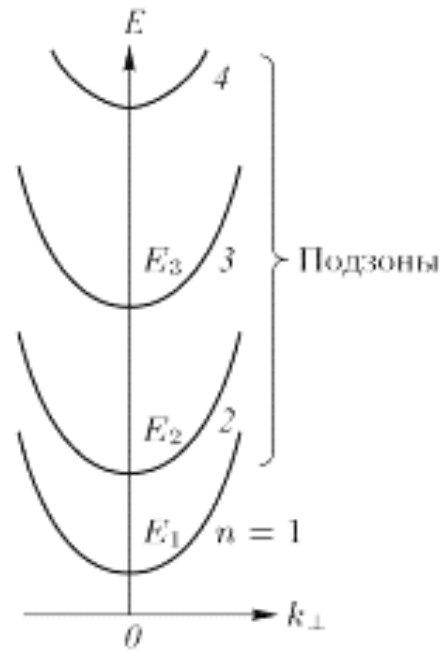


Рисунок 2.1 – Схематична залежність енергетичних підзон квантової ями з нескінченним бар'єром від хвильового вектора в площині ями k_{\perp}

2.3 Квантування дірок у квантових ямах

Рівняння руху дірок в напівпровідниках типу алмазу і цинкової обманки під дією кулонівського потенціалу є досить складним навіть в наближенні ефективної маси. У разі дрібних акцепторів рішення спрощуються внаслідок сферичної симетрії потенціалу. Оскільки потенціал $V(z)$ в квантовій ямі не є сферичним, можна припускати, що проблема виявиться більш складною. Дійсно, для знаходження мають сенс результати яким необхідні чисельні розрахунки. Приклад доручених підзон, отриманих за допомогою таких розрахунків показаний на рис. 2.2. для КЯ GaAs/Ga_{0,7}Al_{0,3}As з шириною 100 і 150 Å. вони відбуваються або від зон важких дірок, або від зон легких дірок об'ємного кристала. Це, строго кажучи, невірно, оскільки валентна зона об'ємного кристала в квантових ямах сильно перемішані з-за потенціалу $V(z)$. Якісне походження таких підзон можна уявити, так, як це показано на рис. 2.2.

Штриховані криві відносяться до підзон, які відбулися з об'ємних валентних зон важких і легких дірок. Суцільними кривими показані енергії підзон, розраховані без урахування змішування зон важких і легких дірок.

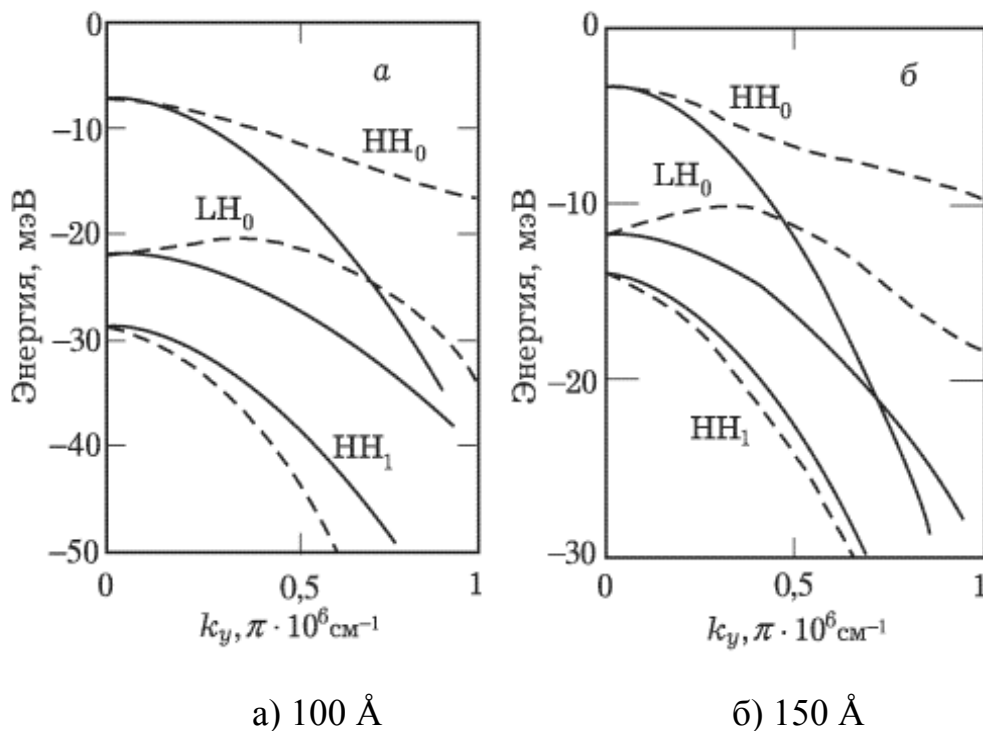


Рисунок 2.2 – Енергії діркових підзон в КЯ GaAs/Ga_{0,7}Al_{0,3}As, розраховані в наближенні обвідної функції для ширини ям

Нехай спін-орбітальне розщеплення діркових зон настільки велике, що можна розглядати тільки діркові зони з $J = 3/2$, важкі ($J_z = \pm 3/2$) і легкі ($J_z = \pm 1/2$). Віссю квантування для $j \in$ напрямку росту. Їх дисперсія в об'ємному кристалі описується за допомогою гамільтоніана Латтінжера, до якого в разі КЯ слід додати потенціал квантової ями $V(z)$. В остаточному вигляді гамільтоніан в основному містить члени виду $J_x J_y (\partial/\partial x)(\partial/\partial y)$ і подібні до них з розкладання $(\mathbf{J} \cdot \nabla)^2$. Рівняння Шредінгера, відповідне цьому гамільтоніану, нероздільно. Оскільки «внедіагональні» члени з'являються через гофрування валентних зон і не важливі для розуміння ефекту просторового обмеження на дисперсії

валентної зони, ними нехтують. Для більшості напівпровідників ці члени малі і можуть бути введені пізніше як слабкі збурення [1, 4]. При зроблених припущеннях гамільтоніан дірок в КЯ набуває вигляду

$$H_{QW} = \frac{\hbar^2}{2m} \left[\left(\gamma_1 + \frac{5\gamma_2}{2} \right) \nabla^2 - 2\gamma_2 \left(\nabla_x^2 J_x^2 + \text{ц.и.} \right) \right] + V(z). \quad (2.11)$$

Відповідне рівняння Шредінгера можна розділити на два рівня. Гамільтоніан для руху уздовж z виражається як

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left[\left(\gamma_1 + \frac{5\gamma_2}{2} \right) - 2\gamma_2 J_z^2 \right] \left(\frac{\partial}{\partial z} \right)^2 + V(z). \quad (2.12)$$

Звідси випливає, що стан $J_z = 3/2$ поводить ся при обчисленні квантових станів за допомогою гамільтоніана (2.12 а) так, якщо б його ефективна маса дорівнювала,

$$(m_{hz})^{-1} = (\gamma_1 - 2\gamma_2)/m, \quad (2.13 \text{ а})$$

а стан $J_z = 1/2$ - як якщо б воно мало більш легку масу:

$$(m_{lz})^{-1} = (\gamma_1 + 2\gamma_2)/m. \quad (2.13 \text{ б})$$

Оскільки енергія квантування обернено пропорційна ефективній масі, для стану $J_z = 1/2$ вона більше, ніж для важкого стану з $J_z = 3/2$. Схематично ця ситуація показана на рис. 2.3 (а). Гамільтоніан для руху, перпендикулярного потенціалу квантової ями (наприклад, уздовж осі y), має вигляд:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left[\left(\gamma_1 + \frac{5\gamma_2}{2} \right) - 2\gamma_2 J_y^2 \right] \left(\frac{\partial}{\partial y} \right)^2. \quad (2.13 \text{ в})$$

Очікувані значення $\langle 3/2, 3/2 | J_y^2 | 3/2, 3/2 \rangle$ і $\langle 3/2, 1/2 | J_y^2 | 3/2, 1/2 \rangle$ рівні $3/4$ і $7/4$ відповідно. Якщо вони використовуються для обчислення очікуваних значень гамільтоніана (2.12 б), то виявляється, що стан $J_z = 3/2$ поводить ся так, якщо б у напрямку у воно мало масу:

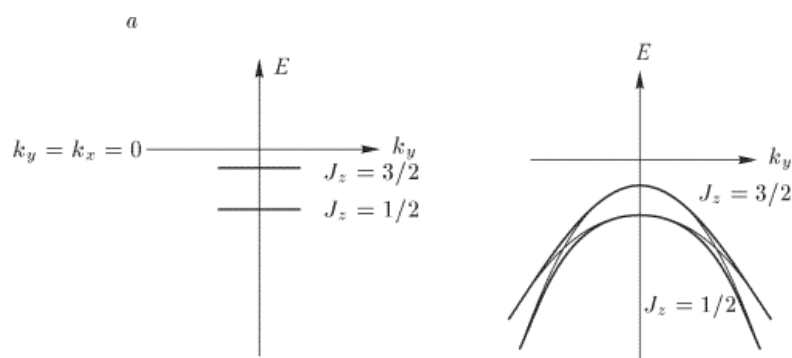
$$(m_{hy})^{-1} = (\gamma_1 + \gamma_2)/m, \quad (2.14 \text{ а})$$

в той час як стан $J_z = 1/2$ має масу:

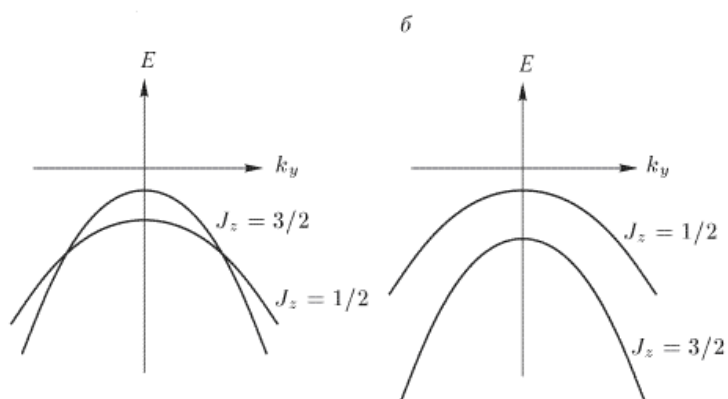
$$(m_{ly})^{-1} = (\gamma_1 - \gamma_2)/m. \quad (2.14 \text{ б})$$

Таким чином, отриманий частково парадоксальний результат: стан $J_z = 3/2$ (Важка дірка об'ємному кристалі вздовж напрямку квантування, а також при обчисленнях в квантовій ямі вздовж напрямку z) має меншу масу в напрямках x і y, ніж стан $J_z = 1/2$ (або легка дірка в об'ємному кристалі). Даний феномен відомий як звернення мас. Вперше з ним зустрілися в експериментах по циклотронному резонансу в Si p-типу при одноостному тиску вздовж [001]. В цьому випадку одноостний тиск призводить до розщеплення вироджених зон важких і легких дірок в центрі зони Бріллюена, і зони стають параболічними. Деформаційний потенціал В має такий знак, що стан $J_z = 1/2$ (володіє тепер більшою масою) має велику енергію, ніж стан $J_z = 3/2$. В результаті ці дві зони не перетинаються. Однак в квантових ямах діркові зони перетинаються. Якщо враховуються недиагональні члени, то відбувається змішування двох зон і виникає антисмежування рівнів там, де вони могли перетинатися. У той час як одноостний тиск стиснення вздовж напрямку високою симетрії в

напівпровідниках типу алмазу і цинкової обманки призводить до спрощення валентних зон, з $J = 3/2$ в напрямку k , перпендикулярному тиску, знімаючи їх виродження і усуваючи гофрування, потенціал квантової ями ускладнює структуру валентних зон, приводячи до їх змішування і антисмежування рівнів. Незважаючи на двозначність термінів важка і легка маса, терміни «важка дірка» і «легка дірка» часто використовуються для позначення підзон в КЯ, що виникли з валентних зон з $J = 3/2$.



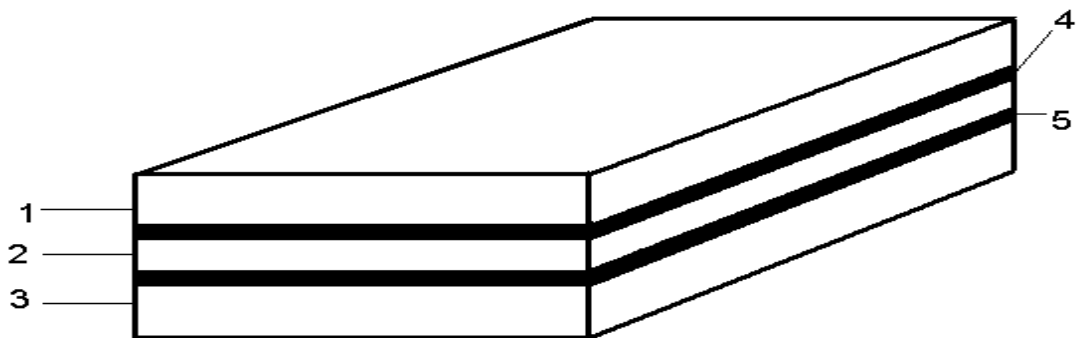
а) Квант потенціал «прямокутної ями» в напрямку z без урахування «недіагональних» елементів (тобто без урахування змішування) і з урахуванням «недіагональних» елементів (з урахуванням змішування)



б) одноостний тиск стиснення вздовж напрямку

Рисунок 2.3 – Схематехнічне зображення дисперсії валентних зон з $J_z = 3/2$ і $J_z = 1/2$

У даній дипломній роботі розглядається нелегована двошарова симетрична квантово-розмірна структура, створена на основі GaAs/Al_xGa_{1-x}As (рис. 2.4). У даній структурі шари вузькозонного матеріалу GaAs обмежені з двох сторін рівноширокими шарами широкозонного матеріалу Al_xGa_{1-x}As.



- де 1, 3 - зовнішні квантово-обмежують шари Al_xGa_{1-x}As. (що не мають квантового обмеження руху носіїв)
 2 - центральний квантово-обмежувальний шар Al_xGa_{1-x}As.
 4, 5 - квантово-обмежений шар GaAs

Рисунок 2.4 – Структура нелегованої двошарової квантово-розмірної структури

Енергетична діаграма даної структури (рисунок 2.4) показана на рисунку 2.5.

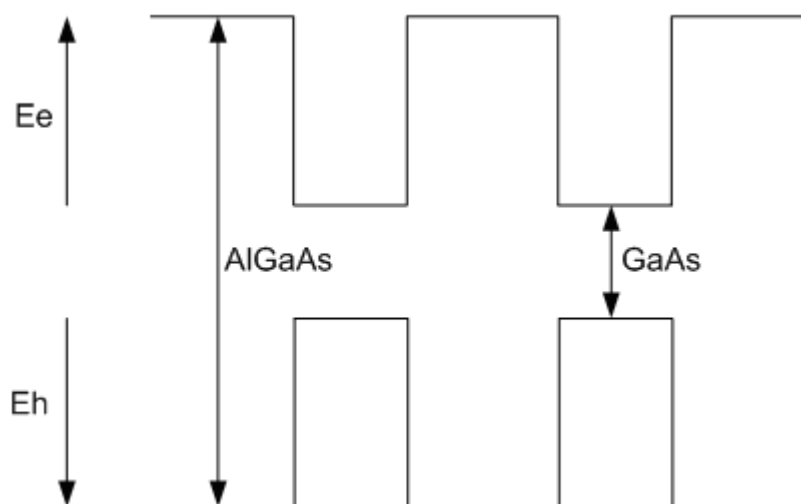


Рисунок 2.5 – Енергетична діаграма двошарової КРС обмеженою бар'єрами кінцевої ширини

КРС на рис. 2.5 є симетричною для електронів і дірок, тому схема завдання знаходження власних значень енергій і функцій частинок і квазічастинок зображується у вигляді:

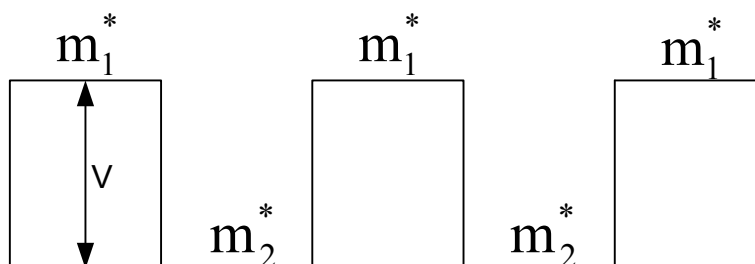


Рисунок 2.6 – Схема завдання знаходження власних значень енергій і власних значень функцій частинок і квазічастинок

2.4 Енергетичні стану частинок нелегованої квантово-розмірної структури на основі GaAs

Для знаходження власних значень енергій і власних значень функцій частинок і квазічастинок в структурі показаної на рис. 2.1., Згідно схеми представленої на рис. 2.2. вирішується стаціонарне рівняння Шредінгера [6]:

$$\hat{H} \Psi = E \Psi, \quad (2.15)$$

де \hat{H} - оператор Гамільтона (оператор повної енергії);

E - власне значення енергії;

Ψ - хвильова функція (власна функція частинки або квазічастинки).

Рівняння (2.15) для структури показаної на рисунку (2.4) записується у вигляді системи:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_2} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial z^2} = E \Psi_1, \quad (2.16)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial z^2} + V \Psi_2 = E \Psi_2, \quad (2.17)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m_2} \frac{\partial^2 \Psi_3}{\partial z^2} = E \Psi_3, \quad (2.18)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2 \Psi_4}{\partial z^2} + V \Psi_4 = E \Psi_4, \quad (2.19)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m_2} \frac{\partial^2 \Psi_5}{\partial z^2} = E \Psi_5. \quad (2.20)$$

Система рівнянь (2.16) - (2.20) для подальшого вирішення перетворюється до виду:

$$\frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial z^2} + k_2^2 \cdot \Psi_1 = 0, \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial z^2} + \chi_1^2 \cdot \Psi_2 = 0, \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_3}{\partial z^2} + k_2^2 \cdot \Psi_3 = 0, \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_4}{\partial z^2} + \chi_1^2 \cdot \Psi_4 = 0, \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi_5}{\partial z^2} + k_2^2 \cdot \Psi_5 = 0. \quad (2.25)$$

В системі (2.21) - (2.25):

$$\chi_1^2 = \frac{2 \cdot m_1}{\hbar^2} \cdot (E - V), \quad (2.26)$$

$$k_2^2 = \frac{2 \cdot m_2}{\hbar^2} \cdot E. \quad (2.27)$$

Рішення системи (2.21) - (2.25) щодо хвильових функцій $\Psi_1 - \Psi_5$ записується у вигляді:

$$\Psi_1 = A_1 \cdot \exp(i \cdot k_2 \cdot z) + B_1 \cdot \exp(-i \cdot k_2 \cdot z), \quad (2.28)$$

$$\Psi_2 = A_2 \cdot \exp(i \cdot \chi_1 \cdot z) + B_2 \cdot \exp(-i \cdot \chi_1 \cdot z), \quad (2.29)$$

$$\Psi_3 = A_3 \cdot \exp(i \cdot k_2 \cdot z) + B_3 \cdot \exp(-i \cdot k_2 \cdot z), \quad (2.30)$$

$$\Psi_4 = A_4 \cdot \exp(i \cdot \chi_1 \cdot z) + B_4 \cdot \exp(-i \cdot \chi_1 \cdot z), \quad (2.31)$$

$$\Psi_5 = A_5 \cdot \exp(i \cdot k_2 \cdot z) + B_5 \cdot \exp(-i \cdot k_2 \cdot z). \quad (2.32)$$

Задовольняючи умові безперервності функції і її першої похідної по координаті на кордоні розділу середовищ в системі (2.28) - (2.32), невідомі коефіцієнти розкладання хвильової функції B_1 і A_5 в областях I і V (рис. 2.6) приймаються рівними нулю. З урахуванням симетрії енергетичного профілю

завдання щодо центру квантово-обмеженого шару GaAs (щодо середини квантової ями) і уявлення хвильових функцій в областях I - V у вигляді гармонійних функцій, співвідношення (2.28) - (2.32), переписуються в такий спосіб [4, 7] :

$$\Psi_1 = A_1 \cdot \exp(i \cdot k_2 \cdot (z + (2 \cdot a + b))), \quad (2.33)$$

$$\Psi_2 = A_2 \cdot \operatorname{ch}(k_1 \cdot (z + b)) + B_2 \cdot \operatorname{sh}(k_1 \cdot (z + b)), \quad (2.34)$$

$$\Psi_3 = A_3 \cdot \cos(k_2 \cdot z) + B_3 \cdot \sin(k_2 \cdot z), \quad (2.35)$$

$$\Psi_4 = A_4 \cdot \operatorname{ch}(k_1 \cdot (z - b)) + B_4 \cdot \operatorname{sh}(k_1 \cdot (z - b)), \quad (2.36)$$

$$\Psi_5 = B_5 \cdot \exp(-i \cdot k_2 \cdot (z - (2 \cdot a + b))). \quad (2.37)$$

В системі (2.33) - (2.37):

$$k_1^2 = \frac{2 \cdot m_1}{\hbar^2} \cdot (V - E) \quad \text{і} \quad \chi_1^2 = -k_1^2, \quad (2.38)$$

де a - полушіріна квантово-обмеженого шару (квантової ями);

b - полушіріна квантово-розмірного обмежує бар'єру.

З огляду на парність енергетичних станів і можливості виникнення падаючих і відбитих хвиль ймовірності в обмежувальних бар'єрах, рішення системи (2.33) - (2.37) щодо хвильових функцій записуються наступним чином:

Таблиця 2.1 – Формули для рішення системи (2.33) - (2.37) щодо хвильових функцій

$\Psi_1 = A_1 \cdot \exp(i \cdot k_2 \cdot (z + (2 \cdot a + b)))$	(2.39 а)	$\Psi_1 = A_1 \cdot \exp(i \cdot k_2 \cdot (z + (2 \cdot a + b)))$	(2.43а)
$\Psi_2 = A_2 \cdot \operatorname{ch}(k_1 \cdot (z + b))$	(2.39 б)	$\Psi_2 = B_2 \cdot \operatorname{sh}(k_1 \cdot (z + b))$	(2.43б)
$\Psi_3 = A_3 \cdot \cos(k_2 \cdot z)$	(2.39 в)	$\Psi_3 = B_3 \cdot \sin(k_2 \cdot z)$	(2.43в)
$\Psi_4 = A_4 \cdot \operatorname{ch}(k_1 \cdot (z - b))$	(2.39 г)	$\Psi_4 = B_4 \cdot \operatorname{sh}(k_1 \cdot (z - b))$	(2.43г)

Продовження таблиці 2.1:

$\Psi_5 = B_5 \cdot \exp(-i \cdot k_2 \cdot (z - (2 \cdot a + b)))$	(2.39д)	$\Psi_5 = B_5 \cdot \exp(-i \cdot k_2 \cdot (z - (2 \cdot a + b)))$	(2.43д)
$\Psi_1 = A_1 \cdot \exp(i \cdot k_2 \cdot (z + (2 \cdot a + b)))$	(2.40а)	$\Psi_1 = A_1 \cdot \exp(i \cdot k_2 \cdot (z + (2 \cdot a + b)))$	(2.44а)
$\Psi_2 = B_2 \cdot \text{sh}(k_1 \cdot (z + b))$	(2.40б)	$\Psi_2 = A_2 \cdot \text{ch}(k_1 \cdot (z + b))$	(2.44б)
$\Psi_3 = A_3 \cdot \cos(k_2 \cdot z)$	(2.40в)	$\Psi_3 = B_3 \cdot \sin(k_2 \cdot z)$	(2.44в)
$\Psi_4 = A_4 \cdot \text{ch}(k_1 \cdot (z - b))$	(2.40 г)	$\Psi_4 = B_4 \cdot \text{sh}(k_1 \cdot (z - b))$	(2.44г)
$\Psi_5 = B_5 \cdot \exp(-i \cdot k_2 \cdot (z - (2 \cdot a + b)))$	(2.40 д)	$\Psi_5 = B_5 \cdot \exp(-i \cdot k_2 \cdot (z - (2 \cdot a + b)))$	(2.44д)
$\Psi_1 = A_1 \cdot \exp(i \cdot k_2 \cdot (z + (2 \cdot a + b)))$	(2.41 а)	$\Psi_1 = A_1 \cdot \exp(i \cdot k_2 \cdot (z + (2 \cdot a + b)))$	(2.45а)
$\Psi_2 = A_2 \cdot \text{ch}(k_1 \cdot (z + b))$	(2.41 б)	$\Psi_2 = B_2 \cdot \text{sh}(k_1 \cdot (z + b))$	(2.45б)
$\Psi_3 = B_3 \cdot \sin(k_2 \cdot z)$	(2.41 в)	$\Psi_3 = B_3 \cdot \sin(k_2 \cdot z)$	(2.45в)
$\Psi_4 = A_4 \cdot \text{ch}(k_1 \cdot (z - b))$	(2.41 г)	$\Psi_4 = A_4 \cdot \text{ch}(k_1 \cdot (z - b))$	(2.45г)
$\Psi_5 = B_5 \cdot \exp(-i \cdot k_2 \cdot (z - (2 \cdot a + b)))$	(2.41 д)	$\Psi_5 = B_5 \cdot \exp(-i \cdot k_2 \cdot (z - (2 \cdot a + b)))$	(2.45д)
$\Psi_1 = A_1 \cdot \exp(i \cdot k_2 \cdot (z + (2 \cdot a + b)))$	(2.42 а)	$\Psi_1 = A_1 \cdot \exp(i \cdot k_2 \cdot (z + (2 \cdot a + b)))$	(2.46а)
$\Psi_2 = B_2 \cdot \text{sh}(k_1 \cdot (z + (a + b)))$	(2.42 б)	$\Psi_2 = A_2 \cdot \text{ch}(k_1 \cdot (z + (a + b)))$	(2.46б)
$\Psi_3 = A_3 \cdot \cos(k_2 \cdot z)$	(2.42 в)	$\Psi_3 = A_3 \cdot \cos(k_2 \cdot z)$	(2.46в)
$\Psi_4 = B_4 \cdot \text{sh}(k_1 \cdot (z - (a + b)))$	(2.42 г)	$\Psi_4 = B_4 \cdot \text{sh}(k_1 \cdot (z - (a + b)))$	(2.46г)
$\Psi_5 = B_5 \cdot \exp(-i \cdot k_2 \cdot z)$	(2.42 д)	$\Psi_5 = B_5 \cdot \exp(-i \cdot k_2 \cdot z)$	(2.46д)

Задовольняючи вимогам умов безперервності хвильової функції і її першої похідної на кордоні розділу середовищ записуються трансцендентні рівняння для знаходження власних значень енергії частинок і квазічастинок по системам (2.39) - (2.46), (а) - (д).

За системою (2.39) (а) - (д):

$$\text{tg}(k_2 \cdot a) - \text{tg}(k_2 \cdot (a + 2 \cdot b)) = 2 \cdot \frac{k_1 \cdot m_2^*}{k_2 \cdot m_1^*} \cdot \text{th}(k_1 \cdot b). \quad (2.47)$$

За системою (2.40) (а) - (д):

$$\operatorname{tg}(k_2 \cdot a) - \operatorname{tg}(k_2 \cdot (a + 2 \cdot b)) = \frac{k_1 \cdot m_2^*}{k_2 \cdot m_1} \cdot (\operatorname{cth}(k_1 \cdot b) + \operatorname{th}(k_1 \cdot b)). \quad (2.48)$$

За системою (2.41) (а) - (д):

$$\operatorname{ctg}(k_2 \cdot (a + 2 \cdot b)) - \operatorname{tg}(k_2 \cdot a) = 2 \cdot \frac{k_1 \cdot m_2^*}{k_2 \cdot m_1} \cdot \operatorname{th}(k_1 \cdot b). \quad (2.49)$$

За системою (2.42) (а) - (д):

$$\operatorname{tg}(k_2 \cdot a) - \operatorname{tg}(k_2 \cdot (a + 2 \cdot b)) = 2 \cdot \frac{k_1 \cdot m_2^*}{k_2 \cdot m_1} \cdot \operatorname{cth}(k_1 \cdot b). \quad (2.50)$$

За системою (2.43) (а) - (д):

$$\operatorname{ctg}(k_2 \cdot (a + 2 \cdot b)) - \operatorname{tg}(k_2 \cdot a) = 2 \cdot \frac{k_1 \cdot m_2^*}{k_2 \cdot m_1} \cdot \operatorname{cth}(k_1 \cdot b). \quad (2.51)$$

За системою (2.44) (а) - (д):

$$\operatorname{ctg}(k_2 \cdot (a + 2 \cdot b)) - \operatorname{tg}(k_2 \cdot a) = \frac{k_1 \cdot m_2^*}{k_2 \cdot m_1} \cdot (\operatorname{th}(k_1 \cdot b) + \operatorname{cth}(k_1 \cdot b)). \quad (2.52)$$

За системою (2.45) (а) - (д):

$$\operatorname{ctg}(k_2 \cdot (a + 2 \cdot b)) - \operatorname{tg}(k_2 \cdot a) = \frac{k_1 \cdot m_2^*}{k_2 \cdot m_1} \cdot (\operatorname{cth}(k_1 \cdot b) + \operatorname{th}(k_1 \cdot b)). \quad (2.53)$$

За системою (2.46) (а) - (д):

$$\operatorname{tg}(k_2 \cdot a) - \operatorname{tg}(k_2 \cdot (a + 2 \cdot b)) = \frac{k_1 \cdot m_2^*}{k_2 \cdot m_1} \cdot (\operatorname{th}(k_1 \cdot b) + \operatorname{cth}(k_1 \cdot b)). \quad (2.54)$$

Координатний розподіл хвильових функцій, які визначені в системах (2.39) - (2.46), (а) - (д) виходять обчисленням невідомих коефіцієнтів розкладання хвильових функцій за допомогою нормування самої функції на одиницю по всьому координатному простору.

2.5 Визначення АЧХ коефіцієнта посилення випромінювання.

У площині (xy) потенційної ями, створеної квантово-обмеженим шаром (рис. 2.4), рух носіїв не обмежується, і носії мають два ступені свободи, тому функція щільності станів для кожного дискретного значення енергії як в зоні провідності, так і в валентній зоні буде мати вигляд ступенів:

$$\rho(E) = \sum_n \left(\frac{m^*}{\pi \cdot \hbar^2} \right) \cdot H(E - E_{(C,H,L)n}). \quad (2.55)$$

З урахуванням співвідношення (2.55), коефіцієнт оптичного посилення квантово-розмірної структури дорівнює:

$$\begin{aligned} g(\mathbf{h} \cdot \mathbf{v}) = & \frac{e^2 \cdot \hbar \cdot M^2}{\varepsilon_0 \cdot m_0^2 \cdot c \cdot \bar{n} \cdot \mathbf{h} \cdot \mathbf{v}} \cdot \left(\frac{m_{rH}}{\hbar^2} \cdot \sum_n H(\mathbf{h} \cdot \mathbf{v} - E_{Cn} - E_{Hn}) \times \right. \\ & \times \left\{ f_C \left[E_{Cn} + \frac{m_H^*}{m_C^* + m_H^*} (\mathbf{h} \cdot \mathbf{v} - E_{Cn} - E_{Hn}) \right] - \right. \\ & \left. \left. - f_V \left[E_{Hn} - \frac{m_C^*}{m_C^* + m_H^*} (\mathbf{h} \cdot \mathbf{v} - E_{Cn} - E_{Hn}) \right] \right\} + \right. \\ & + \frac{m_{rL}}{\hbar^2} \cdot \sum_n H(\mathbf{h} \cdot \mathbf{v} - E_{Cn} - E_{Ln}) \cdot \left\{ f_C \left[E_{Cn} + \frac{m_L^*}{m_C^* + m_L^*} (\mathbf{h} \cdot \mathbf{v} - E_{Cn} - E_{Ln}) \right] - \right. \\ & \left. \left. - f_V \left[E_{Ln} - \frac{m_C^*}{m_C^* + m_L^*} (\mathbf{h} \cdot \mathbf{v} - E_{Cn} - E_{Ln}) \right] \right\} \right), \quad (2.56) \end{aligned}$$

де e - заряд електрона, Кл;

\hbar - постійна Дірака (постійна Планка, поділена на $2 \cdot \pi$);

ϵ_0 - діелектрична постійна;

m_0 - маса вільного електрона, кг;

c - швидкість світла, м / с;

\bar{n} - показник заломлення активної області;

$\hbar \cdot \nu$ - енергія, що випромінює фотони, еВ;

M - матричний елемент переходу для напівпровідникових з'єднань $A^{III}B^V$;

m_C^* - наведена маса електрона в зоні провідності вузькозонних матеріалу структури, кг;

m_H^* - наведена маса «важкої» дірки у валентній зоні вузькозонних матеріалу структури, кг;

m_L^* - наведена маса «легкої» дірки у валентній зоні вузькозонних матеріалу структури, кг;

m_{rH} - наведена маса «важкого» ексітона в вузькозонних матеріалі структури, кг;

m_{rL} - наведена маса «легкого» ексітона в вузькозонних матеріалі структури, кг;

E - потокове значення енергії, еВ;

E_{Cn} - власне значення n -го енергетичного рівня електрона в зоні провідності вузькозонних, квантово-обмеженого матеріалу, еВ;

E_{Hn} - власне значення n -го енергетичного рівня важкої дірки в зоні провідності вузькозонних, квантово-обмеженого матеріалу, еВ;

E_{Ln} - власне значення n -го енергетичного рівня важкої дірки в зоні провідності вузькозонних, квантово обмеженого матеріалу, еВ;

$f_{C,V}$ - функції поділу Фермі-Дірака для частинок в вузькозонних матеріалі, в зоні провідності C і в валентній зоні V , відповідно.

Для напівпровідникових з'єднань $A^{III}B^V$ в об'ємному, чи не квантово-обмеженому стані кристала квадрат матричного елемента, що описує оптичний перехід між зонами, може бути визначений за формулою:

$$M^2 = \frac{m_0}{m_C^*} \cdot \frac{m_0 \cdot E_g \cdot (E_g + \Delta)}{12 \cdot (E_g + 2 \cdot \Delta/3)}, \quad (2.57)$$

де Δ - енергія спін-орбітальної розщеплення валентної зони, еВ.

У тому випадку, корду товщина квантово-розмірного шару мала і носії локалізуються завдяки наявності досить високих стінок, різниця між самим нижнім і наступним квантовими рівнями може бути значно більше kT , при цьому максимальне значення коефіцієнта оптичного посилення визначається носіями, які знаходяться на краю найнижчій зони.

2.6 Рішення рівнянь Шредінгера для двошарової квантово-розмірної структури з урахуванням зовнішнього збуреного потенціалу

Хвильові функції і власні значення енергії структури, показаної на рисунку 2.4, знаходяться при вирішенні рівняння Шредінгера. Частинки і квазічастинки усередині цієї структури перебувають в іонізованому стані. Поле об'ємного заряду, яке виникає, буде вносити збурення. Для того щоб вирішити рівняння Шредінгера використовується теорія збурень [8] оператор Гамільтона записується так:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}_0 + \hat{V}', \quad (2.58)$$

де \hat{V}' - оператор збурення.

$$\hat{V}' = -q \cdot \vec{E} \cdot \frac{\vec{r}}{z}, \quad (2.59)$$

де e - заряд електрона;
 \vec{E} - напруженість поля.

З урахуванням (2.58) і (2.59) рівняння Шредінгера запишеться:

$$\left(\hat{H}_0 + \hat{V}_0 - e \cdot \vec{E} \cdot \frac{\vec{r}}{z} \right) \Psi = E \cdot \Psi. \quad (2.60)$$

позначимо:

$$\hat{H}_0 + \hat{V}_0 = \hat{H}^0, \quad (2.61)$$

де \hat{H}^0 - гамільтоніан, власні значення енергії якого E^0 і власні функції Ψ^0 задовольняють стаціонарному рівнянню Шредінгера.

З урахуванням (2.60) рівняння (2.61) переписується у вигляді:

$$\left(\hat{H}^0 - e \vec{E} \vec{z} \right) \Psi = E \Psi. \quad (2.62)$$

Відповідно до теорії збурень рішення для E і Ψ записуються у вигляді:

$$E = E^0 + E^{(1)} + E^{(2)} + E^{(3)} + \dots, \quad (2.63)$$

$$\Psi = \Psi^0 + \Psi^{(1)} + \Psi^{(2)} + \Psi^{(3)} + \dots, \quad (2.64)$$

де $E^{(1)}$, $\Psi^{(1)}$ - величини першого порядку малості щодо E^0 і Ψ^0 ; $E^{(2)}$, $\Psi^{(2)}$ - величини другого порядку малості щодо E^0 і Ψ^0 і так далі.

3 АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАННЯ

Власні значення енергії електронів для структури, показаної на рис. 2.4, розраховувалися в даній роботі на підставі виразів (2.47) - (2.54) з використанням математичного пакета Mathcad 11. Власні значення енергії електронів в зоні провідності на тлі зміни її профілю показані на рис. 2.7

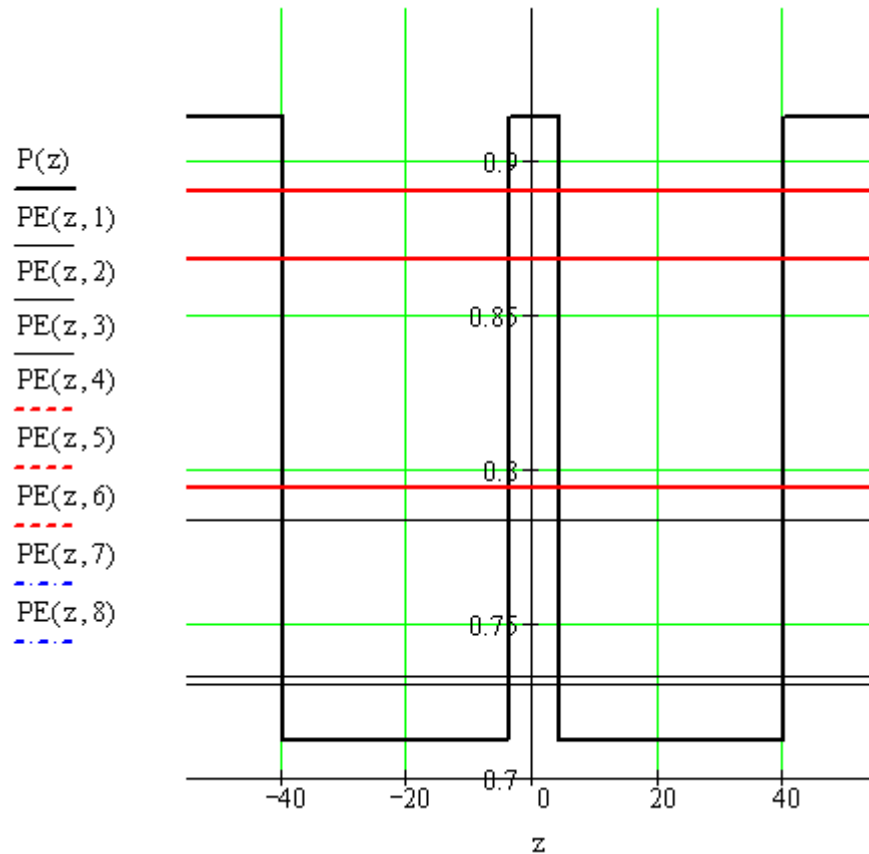


Рисунок 2.7 – Власні значення енергії електронів в зоні провідності

Функція щільності станів електронів в зоні провідності, відповідна спектру енергетичних станів, показаному на рис. 2.7 показана на рис. 2.8.

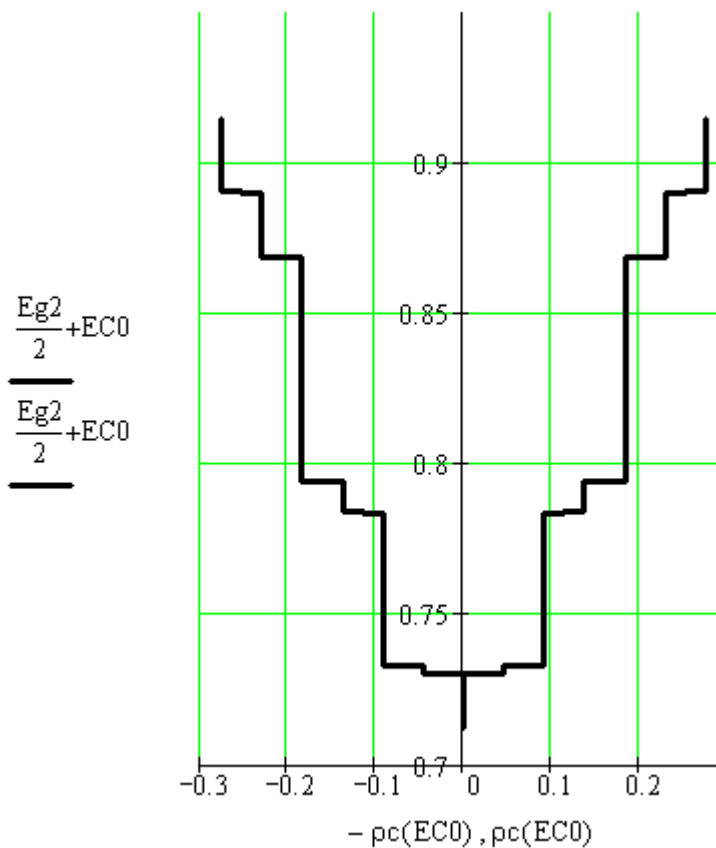


Рисунок 2.8 – Щільність станів у зоні провідності для електронів

З аналізу результатів моделювання енергетичних станів електронів, наведених на рис. 2.7 і 2.8, слід, що власні значення енергії розподілені нерівномірно по глибині КЯ, крім того, деякі стану виродилися, тобто одному значенню енергії частки відповідають кілька хвильових функцій, що підтверджується розрахунком координатного розподілу хвильових функцій електронів, результати якого, показані на рис. 2.9.

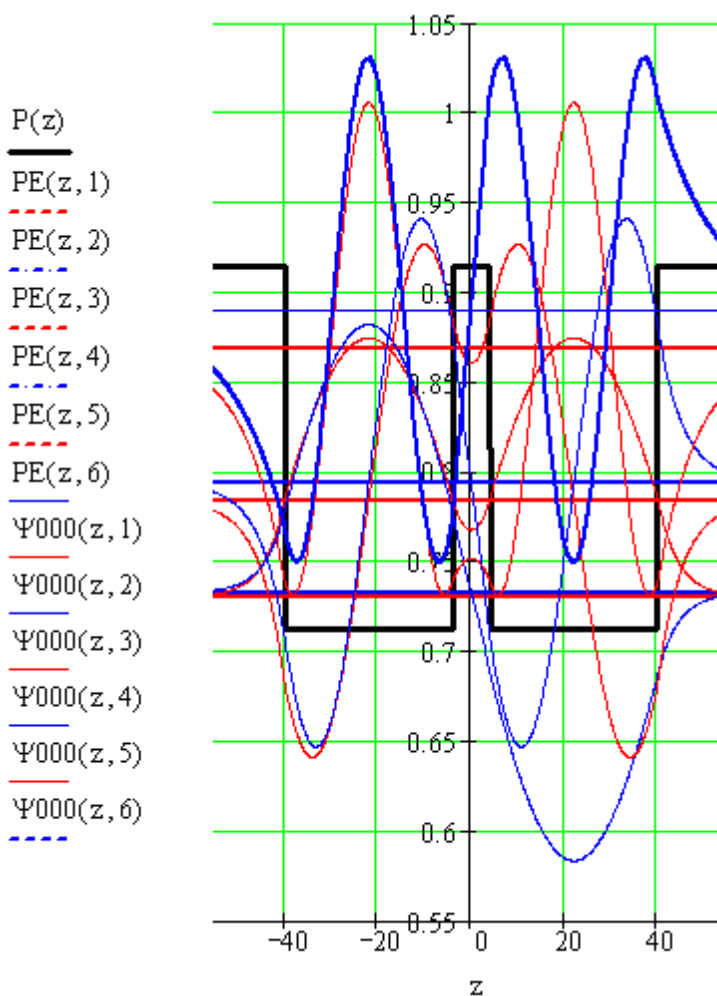


Рисунок 2.9 – Координатні залежності хвильових функцій електрона в області квантового обмеження

Наявність в даній структурі великої кількості енергетичних рівнів електронів, що характеризуються однаковою парністю, в тому числі і вироджених, пов'язане з можливістю виникнення падаючих і відбитих хвиль ймовірності в бар'єрах кінцевої ширини, і пов'язаних з ним комбінацій енергетичних станів. Нерівномірність розподілу енергій електронів по квантовій ямі пояснюється тим, що між енергетичними станами в квантово-обмеженому шарі арсеніду галію і такими ж статками в необмеженій матеріалі (за бар'єром) можуть виникати ефекти тунелювання - подбар'єрного проходження частинок без втрати енергії. Подібні явища багатодітній родині і безпосередній вплив на локалізацію частинок в області квантового обмеження, чим більше енергія частинки, чим ближче частка до стану континууму тим менше вона

локалізується в ямі. Така поведінка частинок добре узгоджується з щільністю розподілу ймовірності частинок в області квантового обмеження, показаного на рис. 2.10.

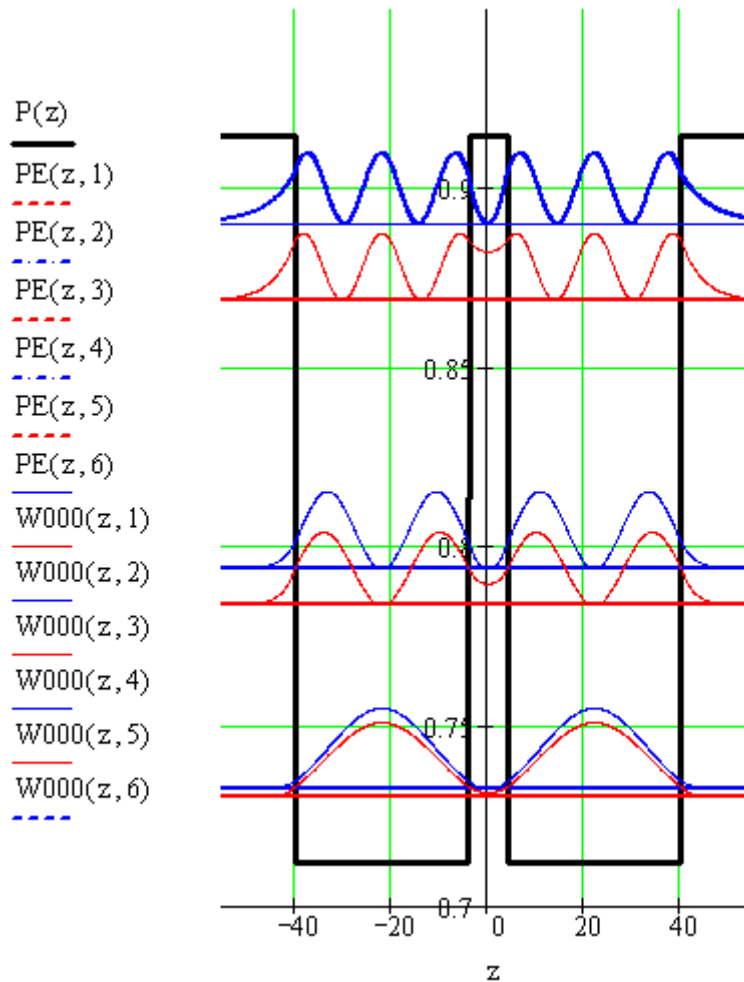


Рисунок 2.10 – Щільність розподілу ймовірності електронів в зоні провідності в області квантового обмеження

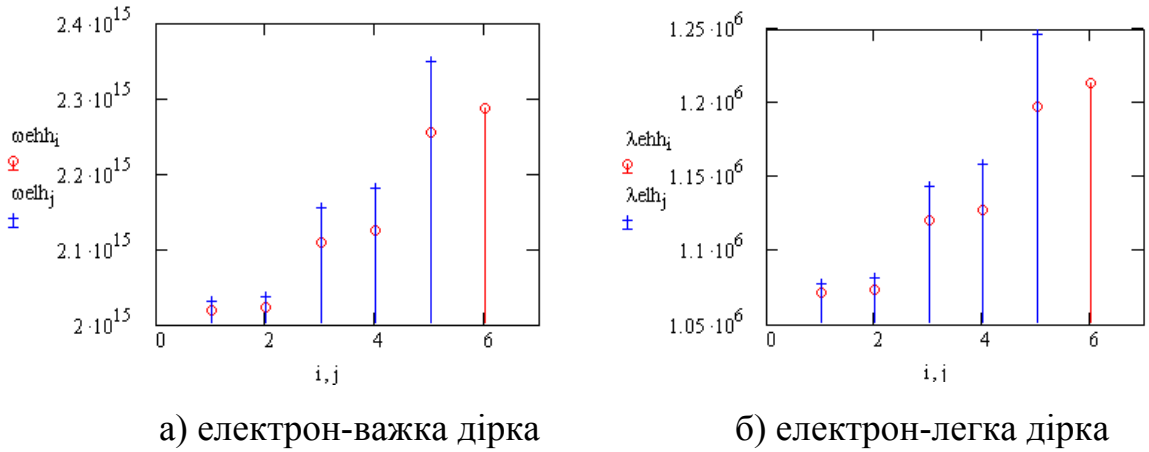


Рисунок 2.11 – Частоти (довжини хвиль) випромінювальних переходів між станами (а) і (б), в двошаровій симетричною квантово-розмірної структурі, дозволених з урахуванням закону збереження імпульсу (квантового номера)

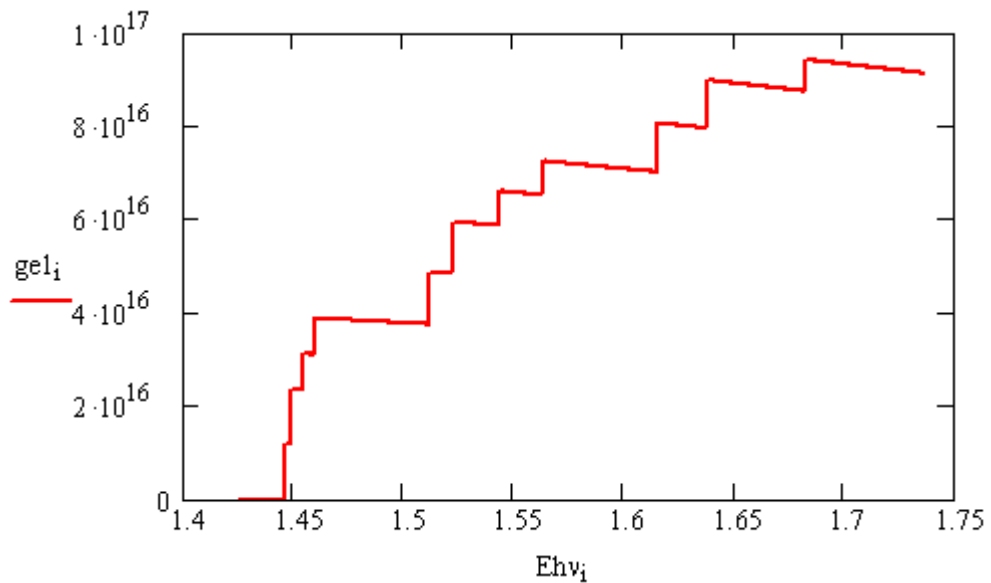


Рисунок 2.12 – Частотна (енергетична) характеристика коефіцієнта посилення випромінювання в двошаровій симетричною квантово-розмірної структурі, розрахована в наближенні ефективних мас

Використання структур з кулонівською блокадою, подібних розглянутої в даній роботі структурі неможливо без легування даних структур за умовами технологічного циклу виготовлення конкретного приладу, в якому такі структури використовуються. Різниця типів і концентрацій легування

конкретних верств призводить до нерівномірного перерозподілу об'ємних зарядів іонів повністю іонізованих домішок.

Для дослідження впливу зовнішнього електричного поля на енергетичний профіль даної структури, в даній дипломній роботі було використано друге наближення теорії збурень. Зміна енергетичного профілю структури і зміна координатного розподілу хвильових функцій електронів і щільності розподілу ймовірностей частинок і квазічастинок, розраховані в другому наближенні теорії збурень показані на рис. 2.13 і 2.

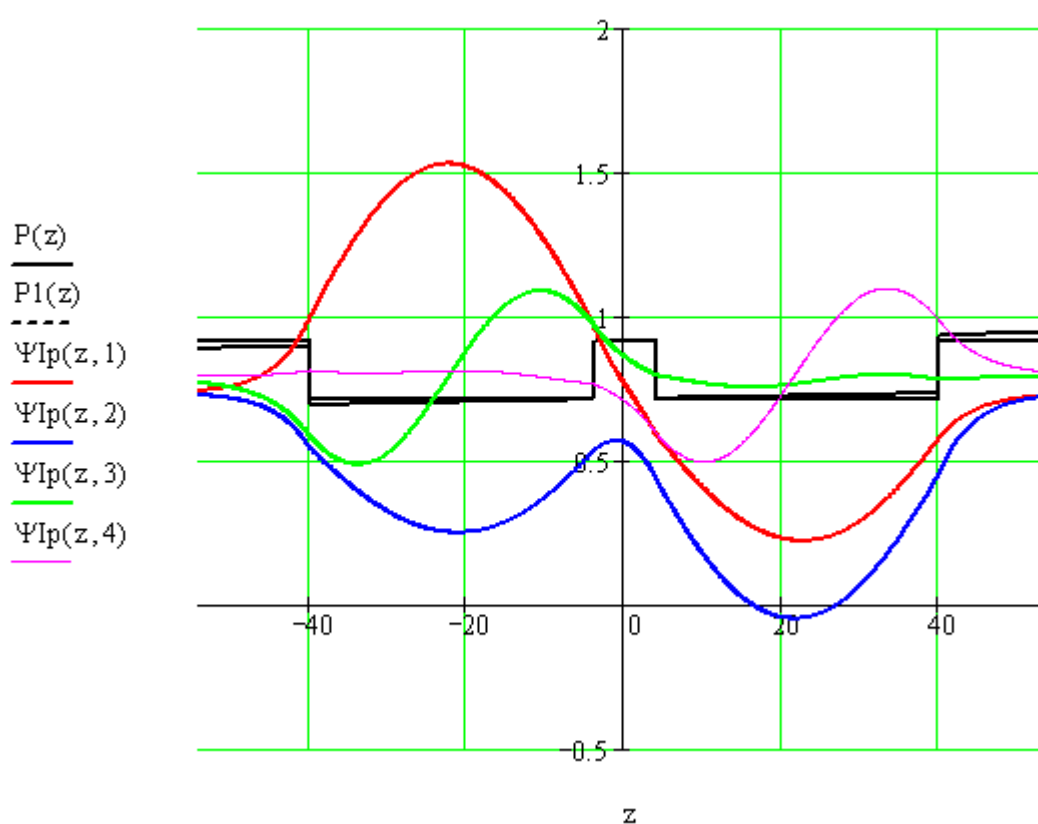


Рисунок 2.13 – Хвильові функції електронів в зоні провідності квантово-обмеженого (вузькозонних матеріалу) результати розрахунку в першому наближенні теорії збурень

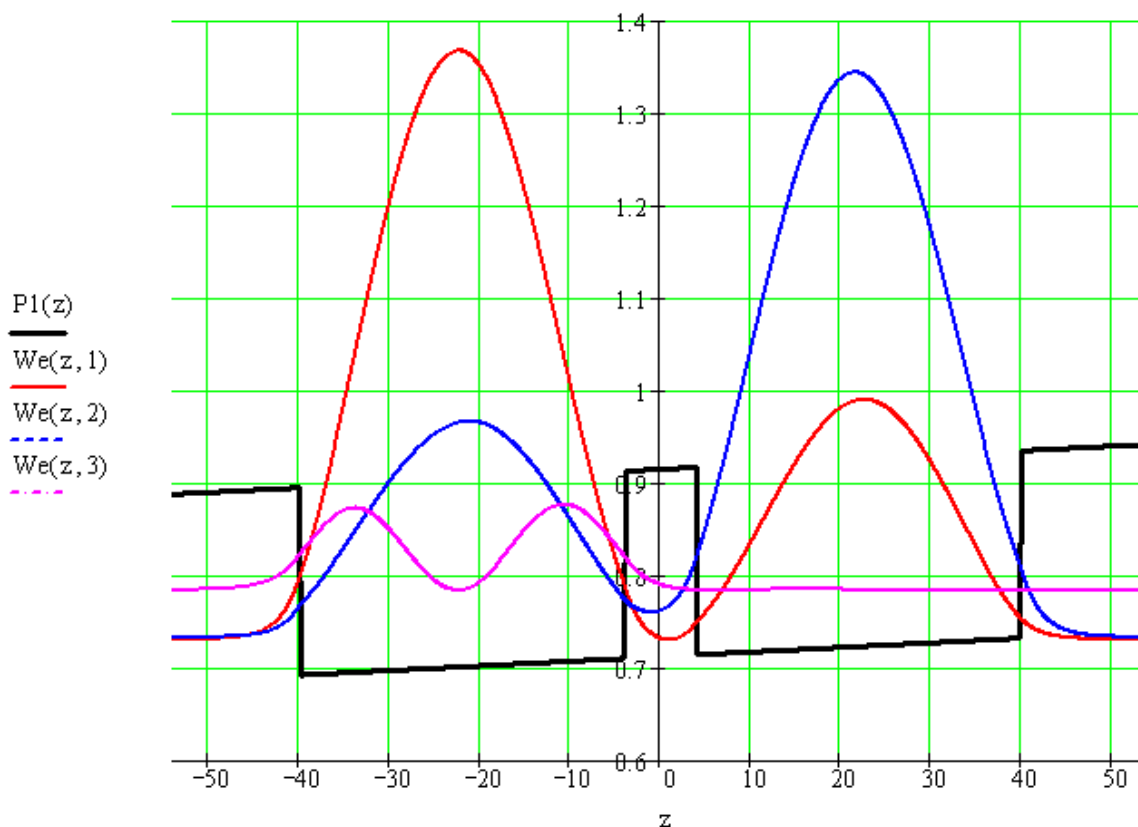


Рисунок 2.14 – Густині ймовірності знаходження електронів в зоні провідності квантово-обмеженого (вузькозонних матеріалу) результати розрахунку в першому наближенні теорії збурень

З аналізу результатів чисельного моделювання, представлених на рис. 2.14 і 2.15 слід, що під дією зовнішнього постійного в часі електричного поля хвильові функції частинок і квазічастинок змінюють свою парність, це в свою чергу призводить до того, що щільності ймовірності розподілу часток по квантово-обмеженим верствам перерозподіляються. Зокрема частки, відповідні «першому», «третього», «п'ятого» і т.д. енергетичним рівням локалізуються в «лівої» квантовій ямі, а частки відповідні «другого», «четвертому», «шостому» і т.д. енергетичним рівням локалізуються у «другий» квантовій ямі. Подібний перерозподіл пояснюється характером зовнішнього впливу - напруга змінюється лінійно в межах активної області та є непарною функцією координати.

На рис. 2.15 представлено зміна власних значень енергії електронів під дією зовнішнього постійного в часі електричного поля.

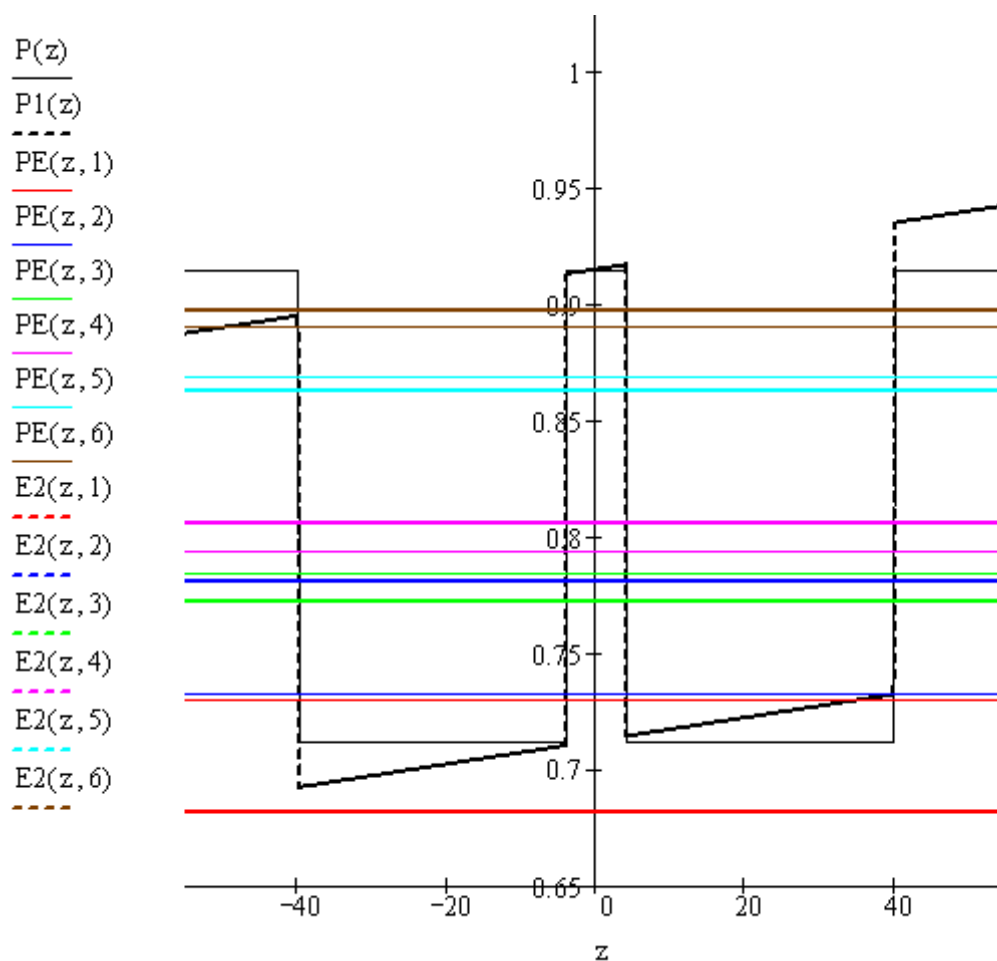


Рисунок 2.15 – Зміна власних значень енергії електронів під дією зовнішнього електричного поля (квантово-обмежений ефект Штарка)

З аналізу даних, представлених на рис. 2.15 випливає, що під дією зовнішнього стаціонарного електричного поля в квантово-обмежених системах чітко спостерігається квантово-обмежений ефект Штарка, що виявляється в розширенні енергетичного зазору між сусідніми станами частинок. На тлі ефекту подвоєння енергетичного стану, яке відбувається внаслідок тунелювання частинок, що знаходяться на близьких енергетичних рівнях в сусідніх квантових ямах, відбувається значний зсув «першого» енергетичного стану по енергетичній шкалі «вниз» в заборонену зону. Приблизно на ту ж величину «другий» енергетичний рівень зміщується «вгору». У меншій мірі таке ж проблема може виникнути з «третьим» і «четвертим» енергетичними рівнями і

іншими вище лежачими енергетичними рівнями частинок і квазічастинок. На рис 2.

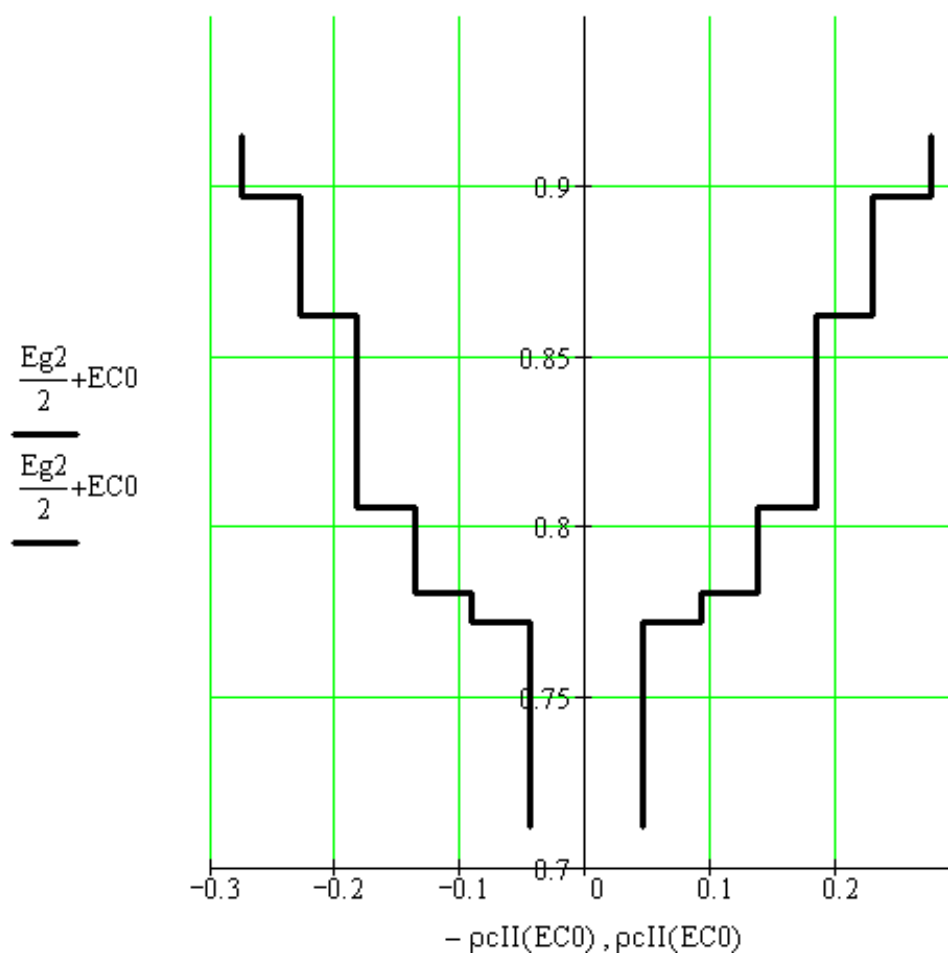


Рисунок 2.16 – Щільність станів у зоні провідності для електронів в другому наближенні теорії збурень

Внаслідок істотної зміни енергетичних відстаней між обуреними власними станами електрона, огинає функція щільності станів сильно відрізняється від параболічної.

На рис 2.17 показаний масив хвильових функцій електронів, розрахованих у другому наближенні теорії збурень.

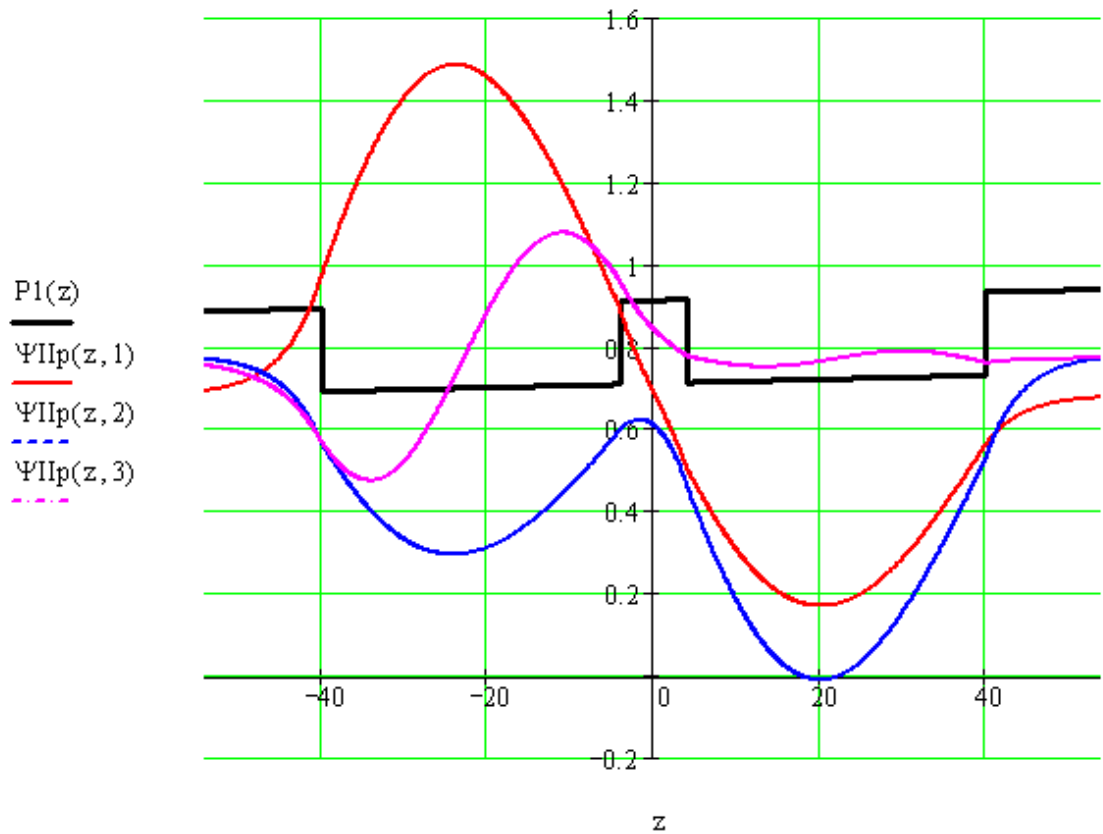


Рисунок 2.17 – Масив хвильових функцій електронів в другому наближенні теорії збурень (відлік власних значень енергії електронів проводиться від півширини забороненої зони вузькозонних квантово-обмеженого матеріалу)

На рис 2.18 показаний масив щільності ймовірності електронів, розрахованих у другому наближенні теорії збурень.

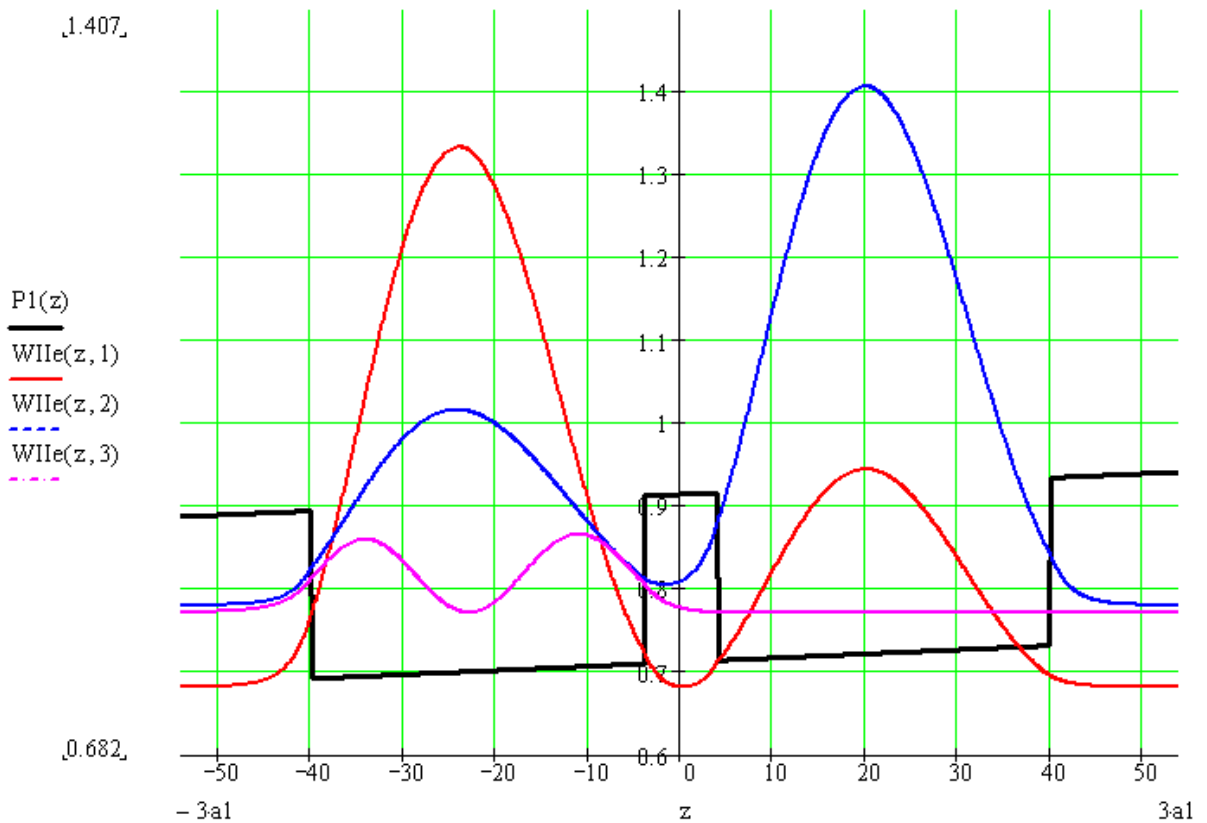


Рисунок 2.18 – Масив щільності ймовірності електронів, розрахованих у другому наближенні теорії збурень, (відлік власних значень енергії електронів проводиться від півширини забороненої зони вузькозонних квантово-обмеженого матеріалу)

На рис. 2.18 яскраво простежується локалізація частинок в сусідніх пов'язаних квантових ямах, що виникає під дією зовнішнього поля внаслідок прояву квантово-обмеженого ефекту Штарка.

На рис. 2.19 показані частотні залежності коефіцієнтів оптичного підсилення для стаціонарного стану і під впливом зовнішнього поля.

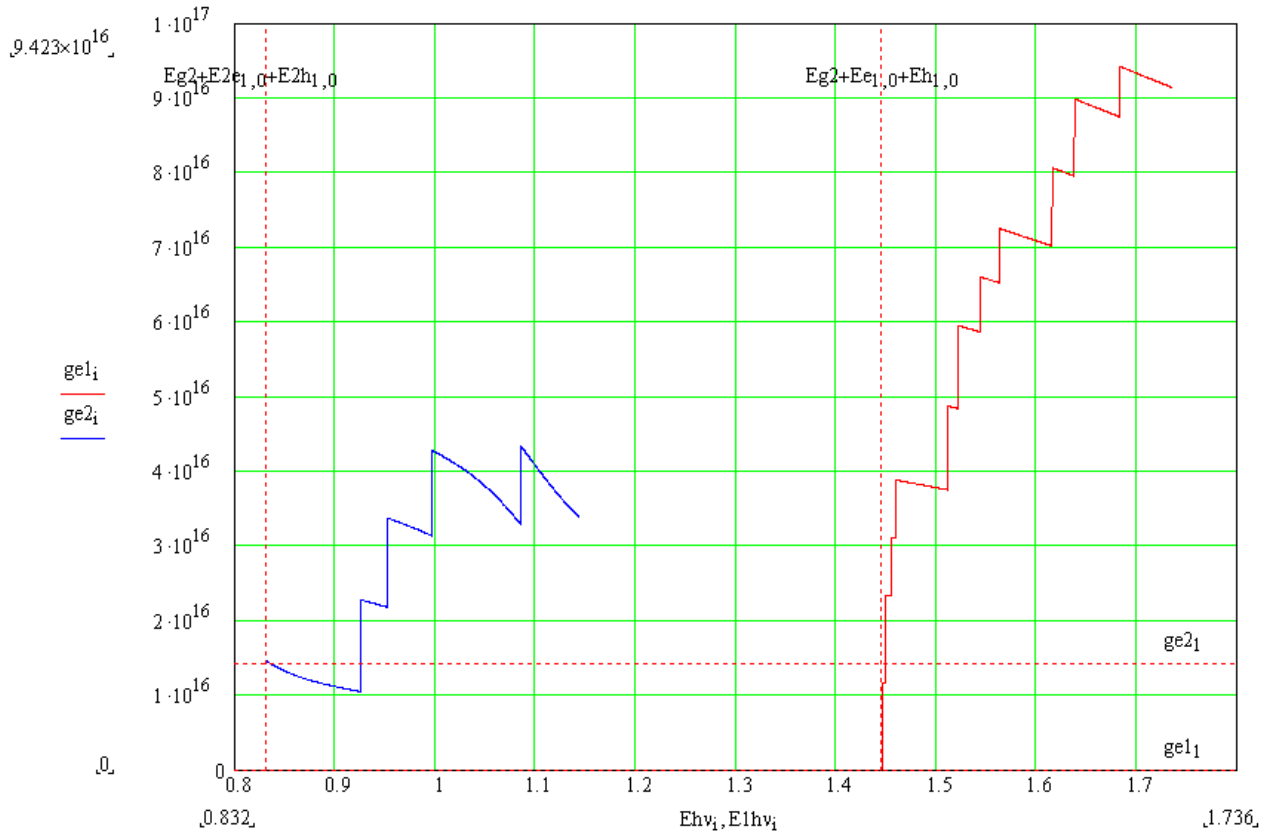


Рисунок 2.19 – Порівняння частотних залежностей коефіцієнтів оптичного підсилення для стаціонарного стану і під впливом зовнішнього поля

В результаті зсуву енергетичних станів частинок і квазічастинок в область менших енергій, випромінювальні переходи зміщуються в довгохвильову область (в область більш високих частот).

На рис. 2.20 - 2.25 наведені результати моделювання двошарової квантово-розмірної структури з широким розділовим бар'єрним шаром (товщиною близько 10 ангстрем).

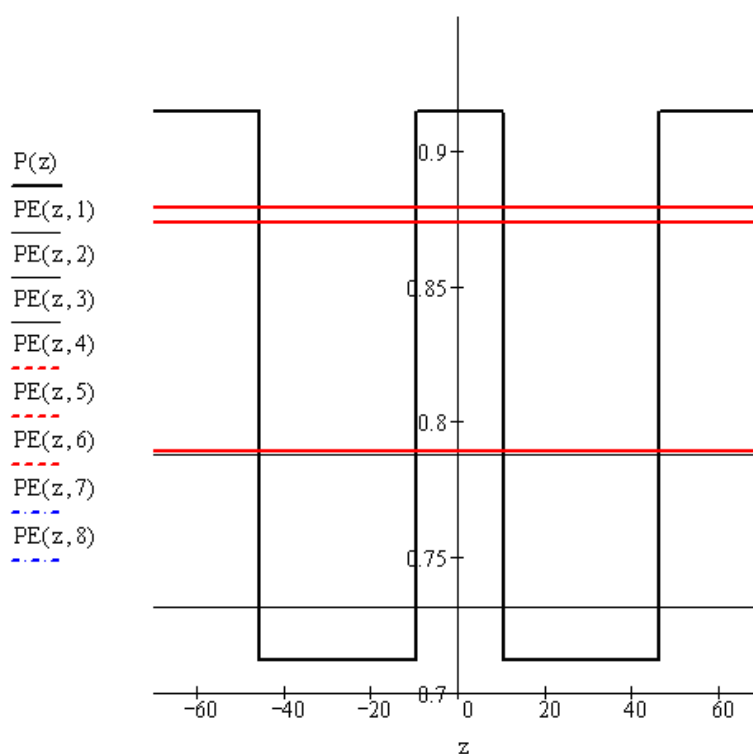


Рисунок 2.20 – Власні значення енергії електронів в зоні провідності для випадку широкого бар'єру ($b = 0,1$ нм)

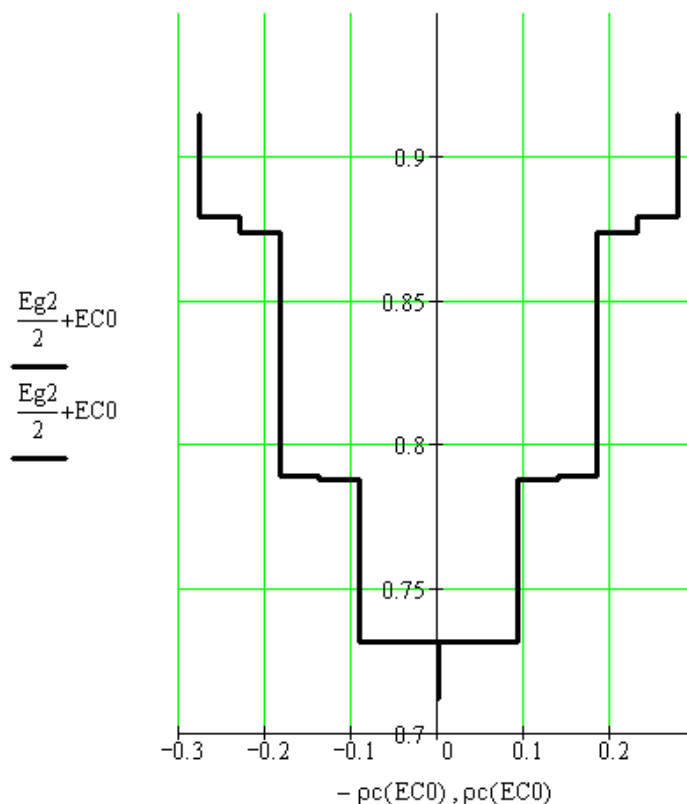


Рисунок 2.21 – Щільність станів у зоні провідності для електронів для випадку широкого бар'єру

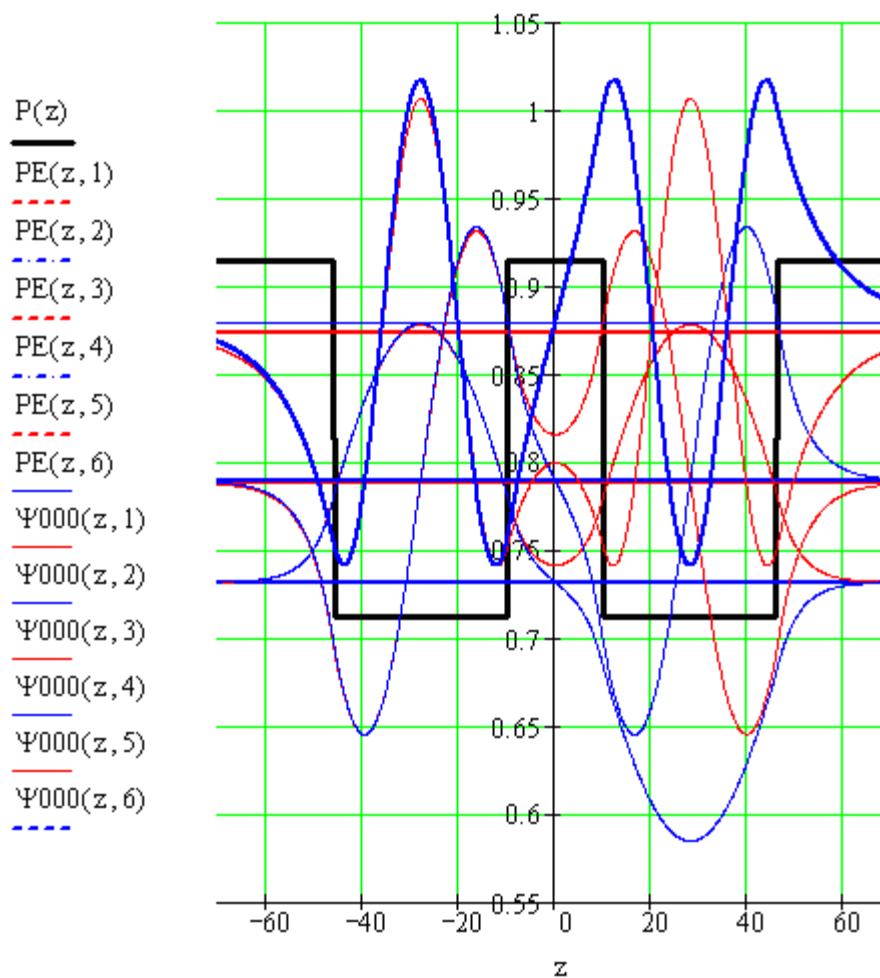


Рисунок 2.22 – Координатні залежності хвильових функцій електрона в області квантового обмеження для випадку широкого бар'єру

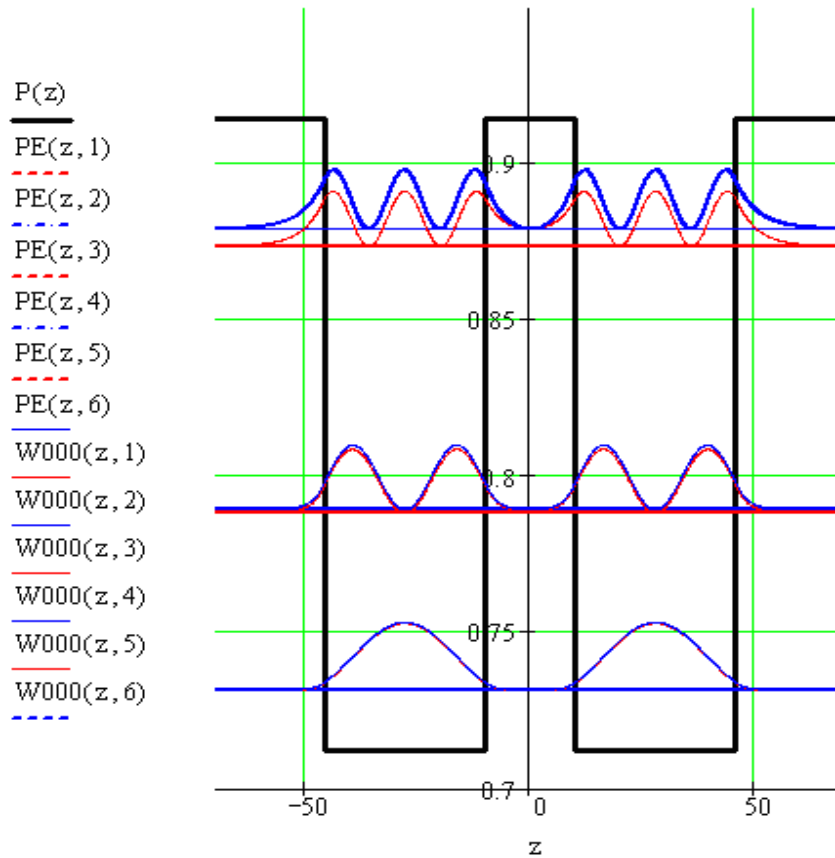
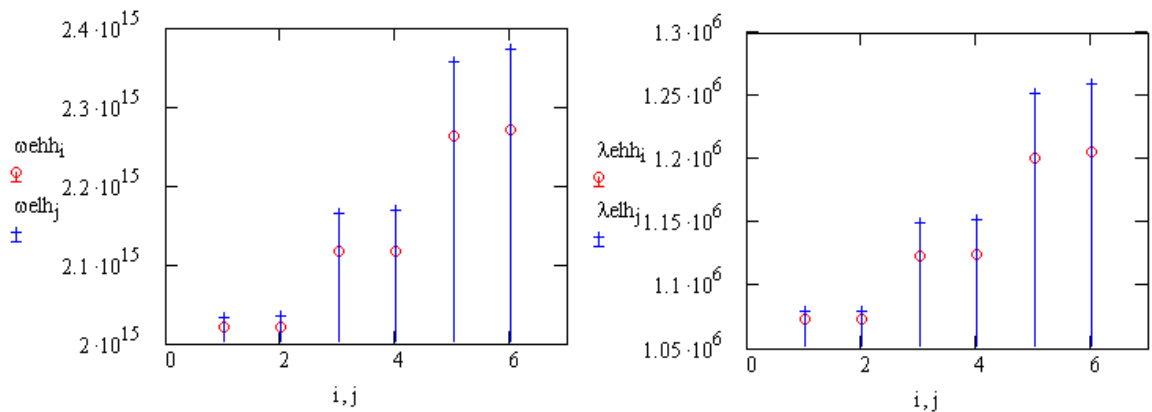


Рисунок 2.23 – Щільність розподілу ймовірності електронів в зоні провідності в області квантового обмеження для випадку широкого бар'єру



а) електрон-важка дірка

б) електрон-легка дірка

Рисунок 2.24 – Частоти (довжини хвиль) випромінювальних переходів між станами (а) і (б), в двошаровій симетричній квантово-розмірній структурі, дозволених з урахуванням закону збереження імпульсу (квантового номера) для випадку широкого бар'єру

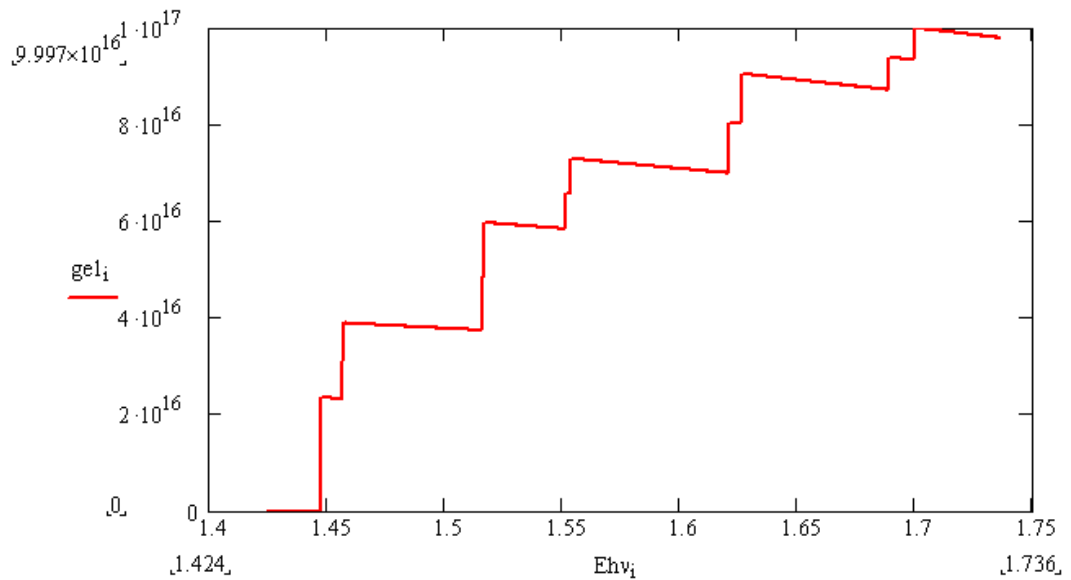


Рисунок 2.25 – Частотна (енергетична) характеристика коефіцієнта посилення випромінювання в двошаровій симетричній квантово-розмірній структурі для випадку широкого бар'єру

На рис. 2.26 - 2.31 наведені результати моделювання двошарової квантово-розмірної структури з широкими квантовими ямами (товщиною близько 36 ангстрем).

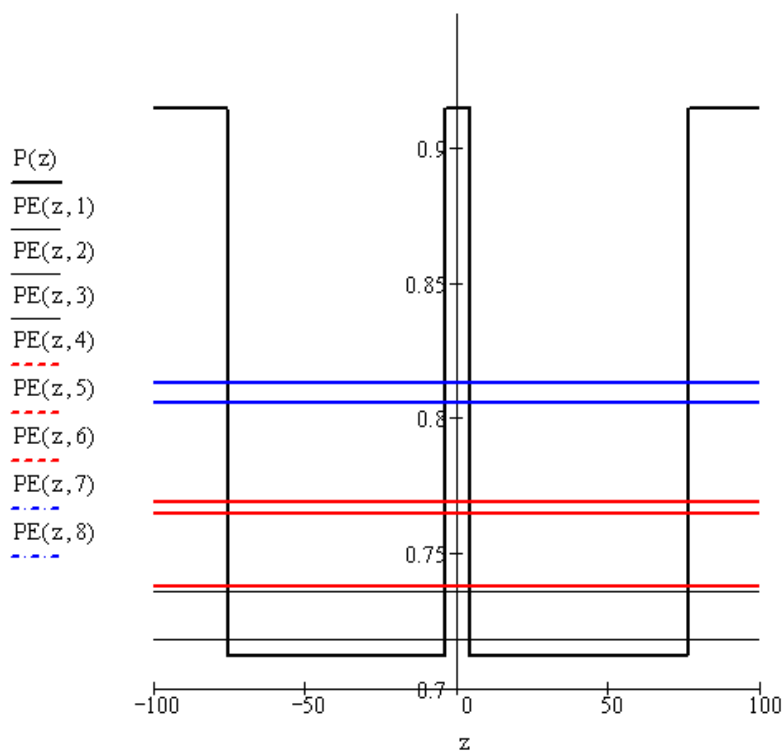


Рисунок 2.26 – Власні значення енергії електронів в зоні провідності для випадку широкої КЯ ($a = 0,36$ нм)

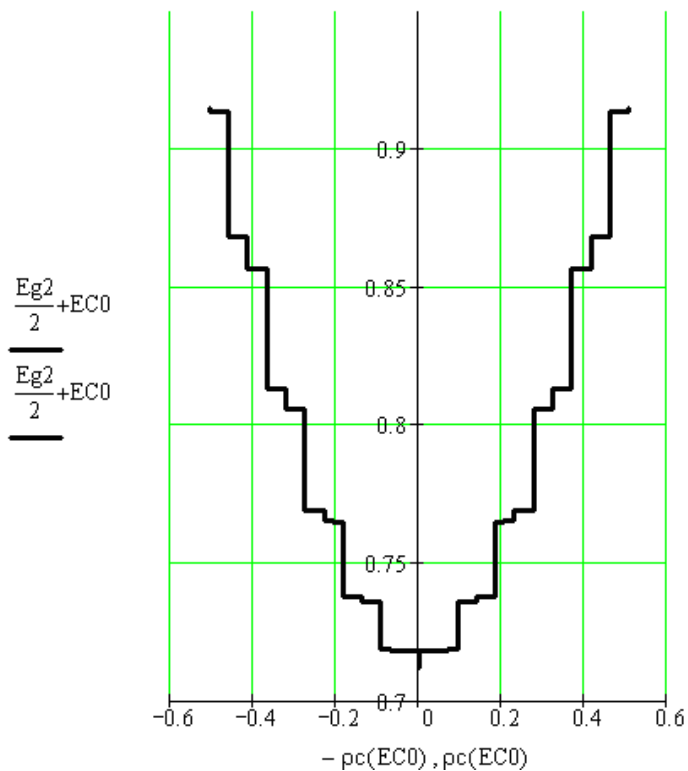


Рисунок 2.27 – Щільність станів у зоні провідності для електронів для випадку широкої КЯ ($a = 0,36$ нм)

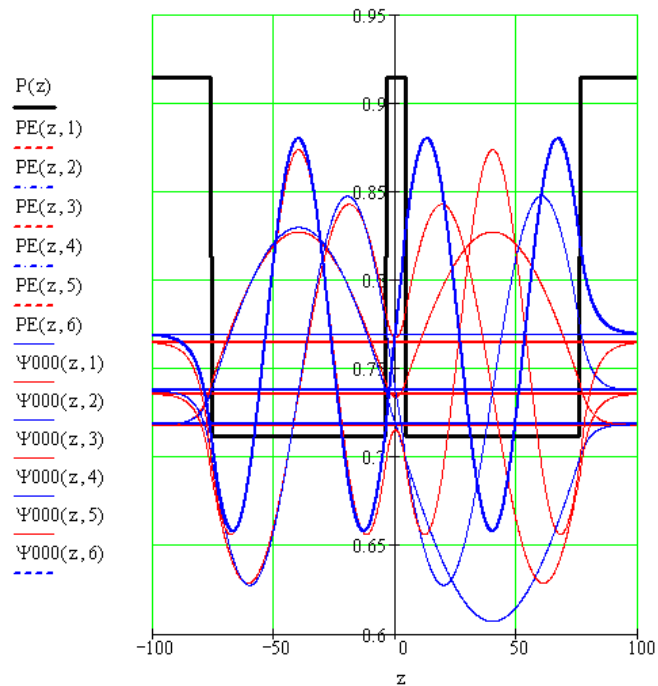


Рисунок 2.28 - Координатні залежності хвильових функцій електрона в області квантового обмеження для випадку широкої КЯ

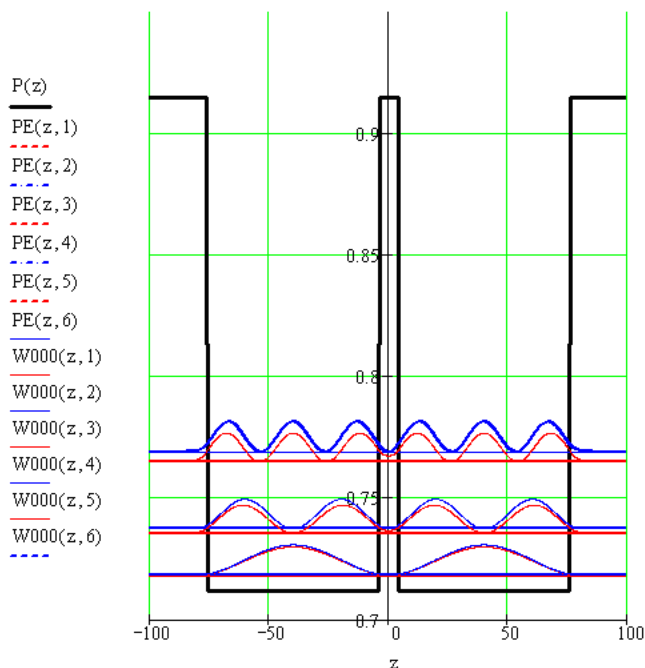
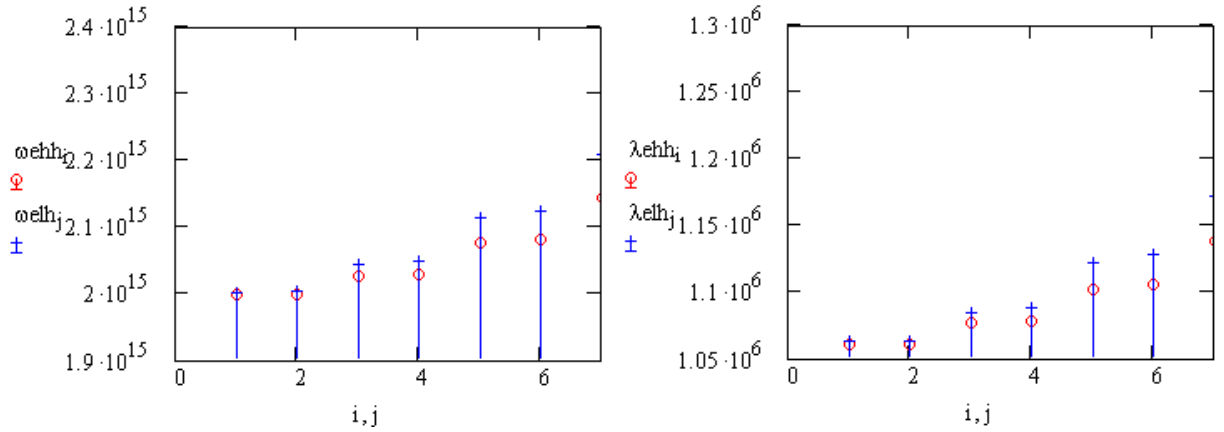


Рисунок 2.29 – Щільність розподілу ймовірності електронів в зоні провідності в області квантового обмеження для випадку широкої КЯ



а) электрон-важка дірка

б) электрон-легка дірка

Рисунок 2.30 – Частоти (довжини хвиль) випромінювальних переходів між станами (а) і (б), в двошаровій симетричній квантово-розмірній структурі, дозволених з урахуванням закону збереження імпульсу (квантового номера) для випадку широкої КЯ

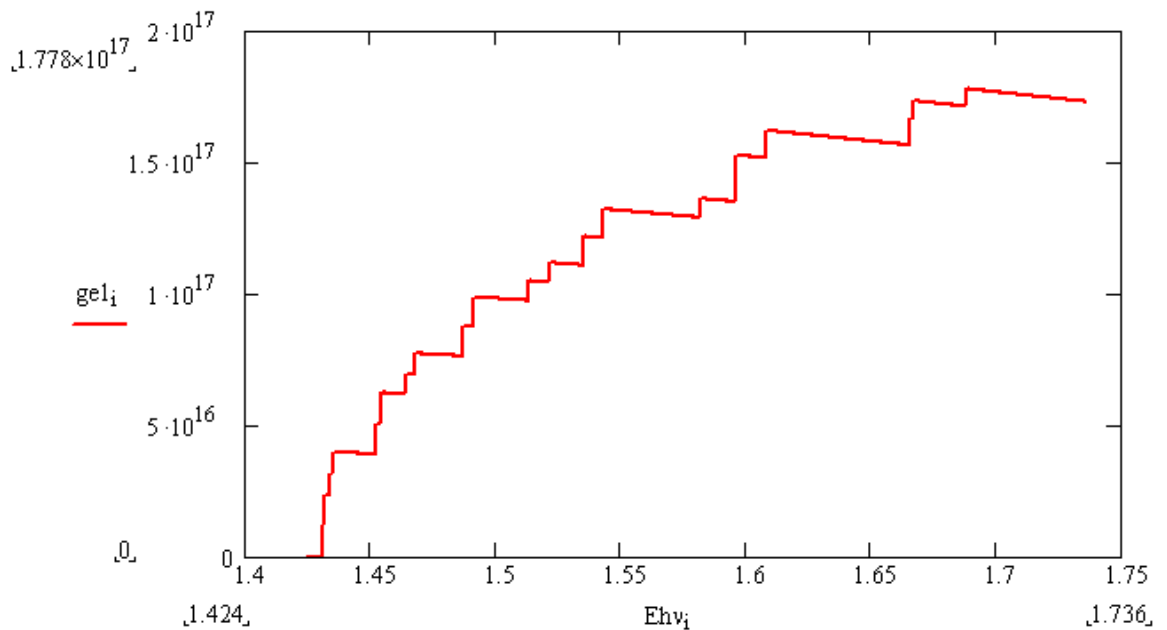


Рисунок 2.31 - Частотна (енергетична) характеристика коефіцієнта посилення випромінювання в двошаровій симетричній квантово-розмірній структурі для випадку широкої КЯ

ВИСНОВКИ

В результаті моделювання хвильових функцій, щільності, ймовірності розподілу часток і квазічастинок по активній області і коефіцієнта оптичного посилення активної області, в залежності від конструктивних параметрів структури, можна зробити наступні висновки: при збільшенні ширини квантово-ограничуваного шару місткість КЯ зростає і кількість енергетичних рівнів в ній збільшується. Разом з тим при незмінній товщині розділового бар'єру подвоєння енергетичного рівня призводить до незначного (в порівнянні з вузькою КЯ) розширенню сусідніх станів подвоєного рівня. В результаті розподілу щільності станів у міру збільшення ширини, яма наближається до параболічної, оскільки квантово обмежується шар за своїми властивостями наближається до об'ємного.

У ряді випадків для дуже широких КЯ (порядку довжини хвилі де Бройля) збільшення амплітуди хвильової функції і величини зсуву енергетичних рівнів може бути настільки значна, що потенційний профіль структури на їх фоні стає непомітним.

Збільшення ширини бар'єру при незмінній ширині квантово обмежених областей подвоєння енергетичних рівнів виражається не так яскраво, як при вузьких бар'єри, внаслідок того, що саме подвоєння виникає в результаті тунелювання частинок між ямами.

При вузькому бар'єрі тунелювання ймовірніше і збільшення енергетичної щільності між подвоєними рівнями більш помітно, ніж в разі широкого бар'єру, коли ймовірність тунелювання менше.

Внаслідок зменшення енергетичної щільності між подвоєними рівнями в структурах з широкими бар'єрами взаємодія між ними зростає при додатку зовнішнього стаціонарного в часі електричного поля, що також призводить до

появи квантово-обмежувального ефекту Штарка, однак не настільки помітного, як при збільшенні ширини КЯ.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Шиляев П.А., Павлов Д.А. Полупроводниковые гетероструктуры: гетеропереход. Учебно-методическое пособие. Н.Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2009 г.
2. Кардона Ю. П. Основы физики полупроводников / Пер. с англ. И.И. Решиной. / Под ред. Б.П. Захарчени. – 3-е изд. М.: Физматлит, 2002 г.
3. И.А. Карпович. Квантово-размерные гетеронаноструктуры на основе GaAs. Н.Новгород: 2001 г.
4. Бондаренко М.Ф., Биков М.М., Дзюбенко М.І., Пашенко О.Г., Пашенко Ж.Ф. Прилади та пристрої квантової електроніки. Харків: 2002 р.
5. Зи С. Физика полупроводниковых приборов. Кн.2. М.: Мир, 1984 г.
6. О.П.Кобушкін. Квантова механіка. Навчальний посібник. Київ: 2016 р.