

АМПЛИТУДНО-ФАЗОВОЕ СООТНОШЕНИЕ В КОНТУРЕ С НЕЛИНЕЙНОЙ ИНДУКТИВНОСТЬЮ

ЗУЕВ Н.Г., САЛАЙ И.В., ТИТАРЕНКО А.М.,
ЧЕРЕДНИКОВ П.И.

Получены уравнения, которые позволяют исследовать зависимость фазы от амплитуды стационарных колебаний в первой и в высших областях параметрического возбуждения. Показано, что причиной возникновения зависимости фазы от амплитуды колебаний в нелинейно – параметрических системах является расстройный механизм.

Необходимость учитывать зависимость амплитуды колебаний от фазы отмечено в [1-2].

Цель настоящей работы — выяснить конкретный характер зависимости фазы стационарных колебаний от амплитуды сигнала накачки в нелинейной параметрической системе.

В качестве реальной нелинейной параметрической системы рассмотрим параметрический генератор с нелинейной индуктивностью, работа которого описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{cases} sw_1 \frac{d}{dt} (B_1 + B_{II}) + i_1 R_1 = U_m \sin(\omega t + \varphi); \\ sw_2 \frac{d}{dt} (B_1 - B_{II}) + i_2 R_2 + \frac{1}{c} \int i_2 dt = 0; \\ i_1 w_1 + i_2 w_2 = IH_1; \\ i_1 w_1 - i_2 w_2 = IH_{II}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь s — площадь сечения сердечников; l — длина средней линии магнитного поля в сердечнике; i_1, i_2, w_1, w_2 — соответственно токи и витки контуров накачки и резонансного; R_1, R_2 — активные сопротивления в цепи накачки и резонансной; C — емкость в резонансном контуре; B_1, B_{II} — мгновенные значения индукции магнитного поля в сердечниках; U_m — амплитуда напряжения накачки; ω, φ — круговая частота и фаза накачки; H_1, H_{II} — мгновенные значения напряженности магнитного поля в сердечниках.

Аппроксимируя нелинейную зависимость напряженности магнитного поля от индукции гиперболическим синусом $H = \alpha \text{sh} \beta B$ и вводя обозначения $x = \beta(B_1 + B_{II}), y = \beta(B_1 - B_{II}), \tau = \omega t$, преобразуем систему (1) к виду

$$\begin{cases} \dot{x} + \gamma_1 \text{sh} \frac{x}{2} \text{ch} \frac{y}{2} = U'_m \sin(\tau + \varphi); \\ \dot{y} + \gamma_2 \text{ch} \frac{x}{2} \text{sh} \frac{y}{2} + \gamma \frac{d}{d\tau} \left(\text{ch} \frac{x}{2} \text{sh} \frac{y}{2} \right) = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь $\gamma_1 = \frac{\alpha \beta l R_1}{sw_1^2 \omega}; U'_m = \frac{\beta U_m}{sw_1 \omega}; \gamma_2 = \frac{\alpha \beta l}{csw_2^2 \omega^2};$

$\gamma = \frac{\alpha \beta l R_2}{sw_2^2 \omega}; \dot{x}, \dot{y}$ — первая и вторая производные по безразмерному времени $\tau = \omega t$. Введение переменных x и y позволило учесть направление включения обмоток (x определяет напряжение на обмотках накачки, ay — на обмотках резонансного контура [3]).

Решение системы (2) будем искать в виде

$$\begin{aligned} x &= 2B_n \sin \tau, \\ y &= 2a_n(\tau) \sin n\tau + 2b_n(\tau) \cos n\tau, \end{aligned} \quad (3)$$

$(n = 1, 2, 3, \dots),$

где $2B_n$ — безразмерная амплитуда сигнала накачки; $a_n(\tau), b_n(\tau)$ — медленно меняющиеся функции τ . После подстановки (3) во второе уравнение системы (2) получаем укороченные уравнения для n -й зоны неустойчивости, в которых удержаны члены с модифицированными функциями Бесселя $I_0(B_n), I_{2n}(B_n), I_{4n}(B_n)$:

$$\dot{a}_n = \frac{(HD - EQ)}{(PD - GQ)}; \quad \dot{b}_n = \frac{(PE - GH)}{(PD - GQ)}, \quad (4)$$

где $P = \gamma A_s; Q = -4n + \gamma B_s;$

$H = 2n^2 a_n - \gamma_2 s + n\gamma C; D = \gamma B_c;$

$G = 4n + \gamma A_c; E = 2n^2 b_n - \gamma_2 C - n\gamma C.$

Здесь $S = 2 \sum_{m=0}^2 (-1)^m N_{mn} S_m; C = 2 \sum_{m=0}^2 N_{mn} C_m;$

$A_s = \sum_{m=0}^2 (-1)^m N_{mn} A_{sm}; A_c = \sum_{m=0}^2 N_{mn} A_{cm};$

$B_s = \sum_{m=0}^2 (-1)^m N_{mn} B_{sm}; B_c = \sum_{m=0}^2 N_{mn} B_{cm};$

$N_{mn} = (-1)^{mn} I_{2mn}(B_n);$

$A_{s0} = (I_{0,a} + I_{2,a}) I_{0,b} + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j T_1(j, a) I_{2j,b};$

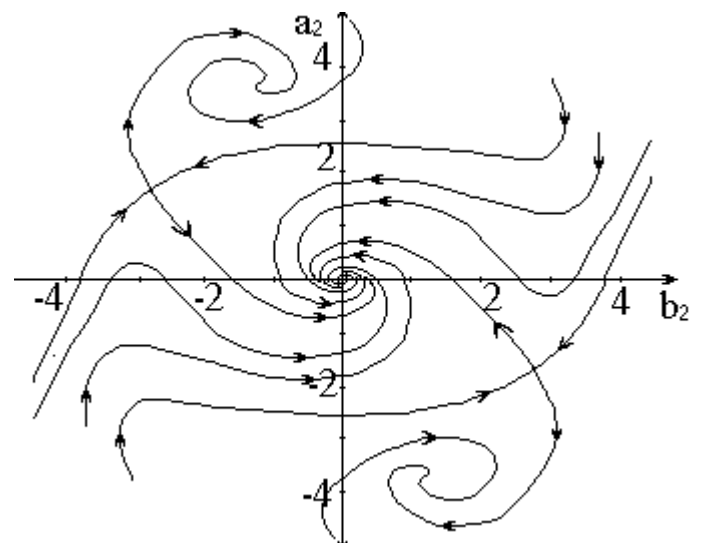


Рис. 1. Фазовый портрет системы для второй зоны неустойчивости (жесткий режим возбуждения колебаний)

$$A_{sm} = T_1(m, a)I_{0,b} - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} (I_{2l-2,a} + I_{2l,a}) * \\ * T_2(l, b) + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j,b} \left\{ Q_m^{j-1} [I_{2(m-j),a} + \right. \\ \left. + I_{2(m-j+1),a}] + Q_m^j [I_{2(m-j-1),a} + I_{2(m-j),a}] + \right. \\ \left. + I_{2(m+j-1),a} + 2I_{2(m+j),a} + I_{2(m+j+1),a} \right\};$$

$$A_{c0} = 2I_{1,a}I_{1,b} + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j T_3(j, a)T_3(j, b);$$

$$A_{cm} = 2I_{1,a}T_3(m, b) - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} [I_{2(l+m)-3,a} - \\ - I_{2(l+m)+1,a}] I_{2l-1,b} + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j T_3(j, a)T_4(j, b);$$

$$S_0 = I_{1,a}I_{0,b} + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j T_3(j, a)I_{2j,b};$$

$$S_m = T_3(m, a)I_{0,b} + \sum_{j=1}^{\infty} (-1)^j I_{2j,b} T_4(j, a) - \\ - \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^{l+m} I_{2l-1,a} T_2(l, b);$$

$$T_1(j, a) = I_{2j-2,a} + 2I_{2j,a} + I_{2j+2,a};$$

$$T_2(l, b) = I_{2(l+m-1),b} - I_{2(l+m),b};$$

$$T_3(j, a) = I_{2j-1,a} + I_{2j+1,a};$$

$$T_4(j, a) = Q_m^{j-1} I_{2(m-j)+1,a} + Q_m^j I_{2(m-j)-1,a} + \\ + I_{2(m+j)+1,a} + I_{2(m+j)-1,a};$$

$$I_{mj,a} = I_{mj}(a_n); \quad Q_m^j = \begin{cases} 1, & m > j; \\ 0, & m \leq j. \end{cases}$$

В формулах для A_{sm}, A_{cm}, S_m предполагается $m > 0$. Коэффициенты B_{sm}, B_{cm}, C_m совпадают с точностью до взаимно-однозначной замены a на b .

Уравнения (4) могут быть использованы для исследования переходных процессов и устойчивости колебаний в любой зоне параметрического возбуждения.

В качестве примера применения укороченных уравнений (4) на рис. 1 приведен фазовый портрет исследуемой системы с диссипацией энергии для второй зоны неустойчивости в случае жесткого режима возбуждения колебаний.

Следует отметить, что фазовые портреты для нечетных и четных зон неустойчивости имеют сходный характер, но повернуты относительно начала координат приблизительно на прямой угол при наличии активного сопротивления в резонансном контуре и в точности на $\pi/2$ — при его отсутствии.

С целью выяснить характер зависимости фазы от амплитуды стационарных колебаний для первых двух зон параметрического возбуждения ($n = 1, 2$) в установившемся режиме на плоскости (b_n, a_n) были

построены фазовые портреты для ряда значений при фиксированной частоте накачки. Активное сопротивление R_2 было взято равным 100 Ом для $n=1$ и 15 Ом для $n=2$. По координатам одного из двух устойчивых фокусов были найдены B_n и φ_n :

$$B_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \varphi_n = \arctg(b_n / a_n).$$

Соответствующие зависимости для первой и второй зон неустойчивости приведены на рис. 2.

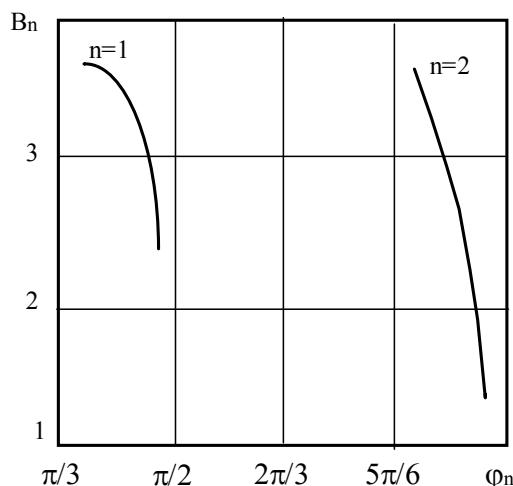


Рис. 2. Амплитудно-фазовые зависимости для первой и второй зон неустойчивости

Их можно использовать при анализе нелинейных систем, в которых передача информации осуществляется фазовым методом. Аналогичный вид имеют кривые, если менять частоту накачки при фиксированной B_n . Это говорит о том, что в обоих случаях расстрочный механизм является общей причиной возникновения зависимости фазы от амплитуды колебаний в нелинейных параметрических системах.

Литература: 1. Каплан А.Е., Кравцов Ю.А., Рылов В.А. Параметрические генераторы и делители частоты. М.: Сов. радио, 1966. 334 с. 2. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974. 504 с. 3. Булгаков Б.М., Чередников П.И., Степанов В.П. Исследование параметрического усилителя-модулятора // Радиотехника и электрон. 1974. № 8. С. 1674-1680.

Поступила в редколлегия 22.04.98

Рецензент: д-р физ.-мат наук, проф. Нерух А.Г.

Зуев Николай Григорьевич, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры ВМ ХТУРЭ. Научные интересы: колебания в нелинейно-параметрических системах. Адрес: 310726, Украина, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-93-72.

Салай Инга Викторовна, аспирантка кафедры КРЭС факультета ЭА ХТУРЭ. Научные интересы: аналитические и топологические методы исследования нелинейно-параметрических систем. Адрес: 310726, Украина, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-93-43.

Титаренко Александр Михайлович, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры ВМ ХТУРЭ. Научные интересы: теория нелинейных колебаний в высших зонах параметрического возбуждения. Адрес: 310726, Украина, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-93-72.

Чередников Павел Ильич, канд. техн. наук, доцент кафедры КРЭС ХТУРЭ. Научные интересы: теория и практика параметрических зонных взаимодействий. Адрес: 310726, Украина, Харьков, пр. Ленина, 14, тел. 40-93-43.