

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Комп'ютерних наук
(повна назва)

Кафедра Штучного інтелекту

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
Пояснювальна записка

рівень вищої освіти другий (магістерський)

Дослідження ігрових моделей реконфігурації мереж
(тема)

Виконав:
студент 2 курсу, групи СШМ-22-2
Шергін В.В.
(прізвище, ініціали)

Спеціальність 122 Комп'ютерні науки
(код і повна назва спеціальності)

Тип програми освітньо-наукова
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма Системи штучного інтелекту
(повна назва спеціалізації)

Керівник проф. Аврунін О.Г.
(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту

Зав. кафедри _____
(підпис)

В.О. Філатов
(прізвище, ініціали)

2024 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет _____ Комп'ютерних наук
(повна назва)
Кафедра _____ Штучного інтелекту
(повна назва)
Рівень вищої освіти _____ другий (магістерський)
Спеціальність _____ 122 Комп'ютерні науки
(код і повна назва)
Тип програми _____ освітньо-наукова
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)
Освітня програма _____ Системи штучного інтелекту
(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:
Зав. кафедри _____
(підпис)
«_____» _____ 20 ____ р.

ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

студентові _____ Шергіну Валентину Вадимовичу
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Дослідження ігрових моделей реконфігурації мереж

затверджена наказом університету від 1 квітня 2024 р. № 260Ст

2. Термін подання студентом роботи до екзаменаційної комісії 13 червня 2024 р.

3. Вихідні дані до роботи Науково-технічні публікації, дані Інтернет-джерел щодо моделей біматричних ігор, структури, моделей та властивостей безмасштабних мереж

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі _____

1) Огляд предметної галузі

2) Безмасштабні мережі: властивості та основні моделі

3) Програмна реалізація та моделювання реконфігурації безмасштабних мереж на основі ігрової моделі взаємодії між вузлами

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1	Отримання завдання на кваліфікаційну роботу	01.04.2024	виконано
2	Дослідження ігрових моделей, біматричної гри «Сімейна суперечка»	02.04.2024	виконано
3	Дослідження безмасштабних мереж, моделі Барабаші-Альберт	08.04.2024	виконано
4	Дослідження моделей перенаправлення зв'язків у мережах	15.04.2024	виконано
5	Дослідження показників асортативності мереж	22.04.2024	виконано
6	Програмна реалізація безмасштабних мереж та процесу гри між вузлами	29.04.2024	виконано
7	Моделювання реконфігурації безмасштабних мереж на основі ігрової моделі взаємодії між вузлами	11.05.2024	виконано
8	Написання пояснювальної записки	22.05.2024	виконано
9	Захист перед ЕК	13.06.2024	

Дата видачі завдання 1 квітня 2024 р.

Студент _____
(підпис)

Керівник роботи _____
(підпис)

проф. Аврунін О.Г.
(посада, прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка: 70 с., 26 рис., 2 табл., 2 дод., 23 джерела.

БЕЗМАСШТАБНІ МЕРЕЖІ, БІМАТРИЧНІ ІГРИ, ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНІСТЬ, ПОВТОРЮВАНА ГРА, РІВНОВАГА НЕША, СІМЕЙНА СУПЕРЕЧКА.

Об'єктом досліджень є ігрові моделі прийняття рішень.

Предметом досліджень є еволюція структури зв'язків безмасштабних мереж внаслідок взаємодії між вузлами за ігровими моделями.

Метою роботи є дослідження еволюції структури зв'язків мереж в залежності від виду та налаштувань ігрової моделі.

ABSTRACT

Master's thesis contains: 70 p., 26 fig., 2 tabl., 2 ann., 23 reference.

**BATTLE OF SEXES, BIMATRIX GAMES, NASH EQUILIBRIUM,
PARETO-OPTIMALITY, REPEATED GAME, SCALE-FREE NETWORKS.**

The object of research is game models of decision-making.

The subject of research is the evolution of the structure of links of scale-free networks as a result of the interaction between nodes according to game models.

The purpose of the work is to study the evolution of the structure of network connections depending on the type and settings of the game model.

ЗМІСТ

Вступ.....	7
1 Огляд предметної галузі	8
1.1 Рівноважні стратегії в матричних іграх.....	8
1.2 Ігри з ненульовою сумою вигравшів гравців.....	11
1.3 Аналіз моделі гри «Сімейна суперечка», постановка задачі дослідження	19
2 Безмасштабні мережі: властивості та основні моделі.....	23
2.1 Безмасштабність мереж, приклади безмасштабних мереж	23
2.2 Моделі безмасштабних мереж.....	26
2.3 Реконфігурація зв'язків мережі	31
2.4 Узгодження стратегій гравців – вузлів мережі	36
2.5 Оцінювання асортативності та кластеризації мереж	39
3 Програмна реалізація та моделювання реконфігурації безмасштабних мереж на основі ігрової моделі взаємодії між вузлами.....	45
3.1 Обґрунтування вибору програмного середовища.....	45
3.2 Програмна реалізація гри «Сімейна суперечка» на вузлах безмасштабних мереж	51
3.3 Реконфігурація безмасштабних мереж на основі ігрової моделі взаємодії між вузлами.....	55
Висновки	62
Перелік джерел посилання	63
Додаток А Тексти програм.....	66
Додаток Б Відомість кваліфікаційної роботи.....	70

ВСТУП

Предметом теорії ігор є моделі прийняття рішень багатьма особами (гравцями) в умовах конфлікту інтересів. Теорія ігор має широке практичне застосування. Це економічні моделі, такі як моделі конкуренції та ринку, моделі ціноутворення, відносини продавець-покупець та ін., моделі еволюційної біології, моделі прийняття керівних рішень, моделі переговорів. Також ігровий підхід застосовується для аналізу мультиагентних середовищ, конкуренції нейронів у нейронних мережах тощо. Саме цей факт зумовлює актуальність теми практики.

В роботі досліджується гра «Сімейна суперечка» (Battle of Sexes). Ця проста гра є класичною біматричною грою та широко застосовується для моделювання взаємодії в умовах протиріччя між оптимальністю та сталістю.

Досліджується взаємодія між гравцями, які розташовані у вузлах мережі, та взаємодіють з сусідами за правилами гри «Сімейна суперечка». За результатами взаємодії невігідні зв'язки можуть розриватись.

Дослідження стану гравців-вузлів та структури зв'язків мережі в залежності від умов гри (матриць), від початкового стану вузлів та від початкової конфігурації мережі є основною задачею, що розглядається в роботі.

Для її виконання проводиться теоретичне дослідження гри та комп'ютерне моделювання на основі власноручної програмної реалізації парної гри та гри на вузлах безмасштабних мереж.

Візуалізація отриманих результатів та їхній аналіз також є частиною завдань, що розглядаються у даній роботі.

1 ОГЛЯД ПРЕДМЕТНОЇ ГАЛУЗІ

1.1 Рівноважні стратегії в матричних іграх

Теорія ігор – це розділ математики, у якому досліджуються моделі прийняття оптимальних рішень за умов конфлікту [1], [2], [3], [4], [5]. Теорія ігор є частиною дослідження операцій, науки, яка була створена для планування та проведення військових операцій. Проте спектр її застосування значно ширший. У теорії ігор завжди розглядаються моделі, у яких беруть участь кілька осіб. У цьому міститься суттєва відмінність теорії ігор від теорії оптимізації. Поняття «оптимальне рішення» є багатограним та дискусійним. Існує багато визначень поняття рішення у грі. Як правило, шукаються рівноважні рішення, проте є різні рівноваги: рівновага за Нешем, рівновага за Штакельбергом, рівновага за Вардропом та ін.

Ряд видатних учених у галузі теорії ігор були відзначені Нобелівськими преміями. Це Дж. Неш, Д. Харсаньї та Р. Зельтен (1994) за внесок у аналіз рівноваги в теорії некоаліційних ігор, Ф. Кідланд та Е. Прескотт (2004) за вивчення впливу фактора часу на конкурентну політику та дослідження бізнес-циклів, Р. Ауман та Т. Шеллінг (2005) за поглиблення нашого розуміння суті конфлікту та співпраці шляхом аналізу методами теорії ігор, Л. Гурвіц, Е. Маскін та Р. Майерсон (2007) за створення основ теорії аукціонів та організації стратегічних взаємодій.

Ігри в залежності від кількості гравців поділяються на ігри з нульовою сумою (антагоністичні) та ігри з ненульовою сумою. Множини стратегій можуть бути скінченими та нескінченими, залежно від цього розрізняються матричні ігри та ігри на компактi. Гравці можуть грати кожен за себе або об'єднуватися в коаліції, відповідні ігри можуть бути безкоаліційними і кооперативними іграми. Залежно від інформації, що надходить, ігри можуть бути з повною або з частковою інформацією.

Теорія ігор має широке практичне застосування. Важко назвати

область наук про життя та суспільство, де б не було прикладів застосування теоретико-ігрових методів. Це насамперед економічні моделі, моделі конкуренції та ринку, моделі ціноутворення, відносини продавець-покупець, переговори, стабільні угоди та ін. Одна з перших математичних монографій засновників теорії ігор Дж. фон Нейманна та О. Моргенштерна так і називалася «Теорія ігор та економічна поведінка». Поведінка суб'єктів ринку, моделювання їх психологічних особливостей предмет нової науки – експериментальної економіки.

За допомогою теоретико-ігрових методів було отримано фундаментальні результати в еволюційній біології. Введене англійським біологом Мейнардом Смітом поняття еволюційно-стабільних стратегій дозволило пояснити еволюцію низки поведінкових особливостей тварин, як-от агресивність, міграція, боротьба за виживання. Теоретико-ігрові методи надзвичайно популярні у завданнях раціонального природокористування. Наприклад, розподіл квот на вилов риби в океані, розподіл ділянок для видобутку деревини декількома учасниками, визначення цін на сільськогосподарську продукцію – це типові завдання теорії ігор. В даний час неможливо уявити реалізацію міжурядових угод у сфері використання природних ресурсів та зменшення забруднюючих викидів, таких як Кіотський протокол та інші, без теоретико-ігрового аналізу.

У політичних науках теорію ігор використовують у моделях голосування у парламентах країн, з метою оцінки впливу тих чи інших політичних структур, моделях розподілу оборонних ресурсів задля досягнення сталого світу. У юриспруденції теорія ігор застосовується в арбітражній практиці, оцінці впливу поведінки сторін, що беруть участь у конфлікті, на судові рішення.

Останнім часом зроблено значний прорив у дослідженні віртуального інформаційного світу. Усі учасники глобальної мережі Інтернет та мобільних телефонних мереж є у термінах теорії ігор гравцями, які

спілкуються між собою, отримують та передають інформацію, користуючись інформаційними каналами. Кожен має власні інтереси, одні – отримати інформацію, інші – ускладнити її отримання. Гравці зацікавлені мати канали з гарною пропускнуою спроможністю, але оскільки гравців багато, виникає проблема розподілу каналів між користувачами, яку можна вирішити лише методами теорії ігор. Тут постає проблема впливу централізації обслуговування користувачів на ефективність системи. Оцінка впливу централізації у системі, де кожен діє, керуючись своїми особистими інтересами – максимальною швидкістю каналу, мінімальною затримкою, максимальним обсягом отриманої інформації тощо, називається ціною анархії. При цьому вона залежить від топології інформаційної мережі та потужності каналів. Все це нетривіальні задачі, розв’язання яких може призводити до парадоксів.

Важче назвати області, де методи теорії ігор не використовуються. Серед таких можна відзначити медицину та фінанси, хоча останнім часом з’явилися додатки теоретико-ігрових методів й цих галузях знань.

Основні поняття в теорії ігор – це гравці, стратегії та виграші. У найпростішому випадку гравців двоє, а гра задається у так званій нормальній формі.

Позначимо гравців I та II. Гра проходить таким чином: гравець I обирає деяку стратегію x з множини X , а гравець II одночасно з ним обирає стратегію y з множини Y . Множини X та Y можуть мати довільну природу: це можуть бути скінчений набір значень, множина з R^n , множина функцій, що вимірюються, тощо. В результаті застосування в грі обраних стратегій (x та y) гравець I отримує виграш $H_1(x, y)$, а гравець II – $H_2(x, y)$.

Грою в нормальній формі [1] називається об’єкт

$$\Gamma = \langle I, II, X, Y, H_1, H_2 \rangle, \quad (1.1)$$

де X, Y – множини стратегій гравців I та II, а H_1, H_2 їх відповідні функції

виграшу: $H_i: X \times Y \rightarrow R, i = 1, 2$.

Кожен із гравців обирає власну стратегію незалежно від вибору його суперника і при цьому зацікавлений максимізувати свій виграш. Проте виграш гравця залежить як від вибору ним своєї стратегії, так і від поведінки іншого гравця. У цьому є специфіка теорії ігор.

Що розуміти під розв'язанням гри? Існує ряд підходів до побудови рішення теорії ігор. Центральним поняттям теорії ігор є рівновага за Нешем.

Рівновагою Неша у грі Γ (1.1) називається набір стратегій (x^*, y^*) , для якого умови

$$\begin{aligned} H_1(x, y^*) &\leq H_1(x^*, y^*), \\ H_2(x^*, y) &\leq H_2(x^*, y^*). \end{aligned} \tag{1.2}$$

виконуються для довільних стратегій гравців x, y . Набір стратегій (x, y) часто називають ситуацією.

Нерівності (1.2) означають, що у разі відхилення гравців від рівноваги їх виграш зменшується. Отже, нікому із гравців відхилятися від рівноваги не вигідно. Зауважимо, що рівновага по Нешу існує не завжди, тому одне з основних питань щодо ігрових задач – це перевірка, чи існує у грі рівновага. З іншого боку, в грі може бути декілька рівноваг за Нешем. Тоді виникає питання, яке з них обрати.

Якщо рівновага по Нешу існує та єдина, то значення виграшів H_1^*, H_2^* називаються оптимальними.

1.2 Ігри з ненульовою сумою виграшів гравців

Розглянемо гру двох осіб $\Gamma = \langle I, II, M, N, A, B \rangle$, де гравці мають скінчений набір стратегій відповідно $M = 1, 2, \dots, m$ та $N = 1, 2, \dots, n$, а виграші представлені матрицями A та B . Таким чином, у цій грі гравець I обирає

деякий рядок i , а гравець II – стовпець j . Після цього гравець I отримує виграш $a_{i,j}$, а гравець II – виграш $b_{i,j}$. Такі ігри називаються біматричними. Наступні приклади показують, що рівновага за Нешем у таких іграх може існувати, а може й ні.

Дилема ув'язненого [1]. Є двоє осіб, заарештованих за легкі злочини та підозрюваних у сумісному скоєнні тяжкого. Кожен із них може або зізнатися у цьому тяжкому злочині (стратегія «Так»), або зберігати мовчання (стратегія «Ні»). Нехай матриці виграшів мають наступний вигляд:

$$A = \begin{array}{c|cc} & \text{Так} & \text{Ні} \\ \hline \text{Так} & (-6 & 0) \\ \text{Ні} & (-10 & -1) \end{array}, \quad B = \begin{array}{c|cc} & \text{Так} & \text{Ні} \\ \hline \text{Так} & (-6 & -10) \\ \text{Ні} & (0 & -1) \end{array}.$$

Таким чином, якщо обидва ув'язнені зізнаються у скоєнні злочину, то вони отримають термін ув'язнення 6 років. Якщо ж обоє будуть мовчати, то вони отримають термін ув'язнення один рік (за легкий злочин). Однак у цій ситуації дуже вигідно зізнатися і бути відпущеним (за співпрацю з органами), тоді як інший підозрюваний отримає максимальний термін (10 років).

Неважко бачити, що рівновагою Нешу в даній грі є ситуація (Так, Так), де виграші гравців рівні (-6, -6), оскільки, відхилившись від даної стратегії, гравець ризикує отримати -10. В той же час оптимальною (за Парето) стратегією є (Ні, Ні). Тоді гравці виграють по (-1,-1). Втім, ця стратегія не є рівноважною, тобто не є стійкою: кожному з гравців буде вигідно обрати «Так» та виграти 0. Іншими словами, стратегія (Так, Так) задовільняє визначенню (1.2), а стратегія (Ні, Ні) – не задовільняє.

Гра «Дилема ув'язненого» є дуже популярною як у літературі з теорії ігор, так і в масовій культурі, оскільки вона моделює рівновагу, яка призводить до гарантованих виграшів, які, однак, значно гірші, ніж виграші, які гравці могли б отримати за погоджених дій.

Гра «Сімейна суперечка». У цій грі є два гравці: назвемо їх «чоловік» та «дружина», які вирішують, як провести вихідний день. Вони мають дві стратегії – «бокс» та «театр». Залежно від вибору їх виграші представлені матрицями

$$A = \begin{array}{c} \text{Бокс} \\ \text{Театр} \end{array} \begin{array}{cc} \text{Бокс} & \text{Театр} \\ \left(\begin{array}{cc} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right), & B = \begin{array}{c} \text{Бокс} \\ \text{Театр} \end{array} \begin{array}{cc} \text{Бокс} & \text{Театр} \\ \left(\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{array} \right).$$

Якщо в минулій грі рівновага по Нешу була одна, то тут легко бачити дві (насправді ще є третя – в змішаних стратегіях). Рівновагою по Нешу у цій грі є ситуація (Бокс, Бокс) і (Театр, Театр), але виграші у цих рівновагах для гравців різні: один з гравців отримує 1, в той час, як інший 4. Проте відхилятися від рівноваги нікому не вигідно, бо отримують нуль.

Яструб-голуб. Ця гра часто розглядається при моделюванні поведінки тварин. Передбачається, що під час освоєння якогось ресурсу V (наприклад, території) кожен індивід може використовувати одну з двох стратегій – агресивну (яструб) або пасивну (голуб). При зустрічі двох із них у боротьбі за ресурс яструб завжди захоплює у голуба весь ресурс. Якщо зустрічаються два голуби, вони ділять ресурс навпіл. І нарешті, якщо обидва індивіди використовують стратегію яструба, йде боротьба за ресурс. Він дістається одному з них з однаковою ймовірністю $1/2$, але при цьому обидва індивіди несуть втрати величиною C (собівартість). Таким чином, матриці виграшів мають наступний вигляд:

$$A = \begin{array}{c} \text{Яструб} \\ \text{Голуб} \end{array} \begin{array}{cc} \text{Яструб} & \text{Голуб} \\ \left(\begin{array}{cc} V/2 - C & V \\ 0 & V/2 \end{array} \right), & B = \begin{array}{c} \text{Яструб} \\ \text{Голуб} \end{array} \begin{array}{cc} \text{Яструб} & \text{Голуб} \\ \left(\begin{array}{cc} V/2 - C & 0 \\ V & V/2 \end{array} \right).$$

Залежно від співвідношення величини ресурсу та втрат ця гра буде подібною до однієї з двох попередніх. Якщо втрати C менше, ніж $V/2$, то виникає гра типу «дилема ув'язненого» з однією рівновагою (Яструб-

Яструб). Якщо ж $C > V/2$, то це гра типу «сімейна суперечка» з рівновагами виду (Яструб-Голуб) і (Голуб, Яструб).

Камінь-ножиці-папір. У цій грі два гравці називають одночасно одне зі слів «камінь-ножиці-папір». Виграш визначається відповідно до правила: камінь розбиває ножиці, ножиці ріжуть папір, папір накриває камінь. Таким чином, залежно від ситуації виграші гравців представлені матрицями

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{К} & \text{Н} & \text{П} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{К} \\ \text{Н} \\ \text{П} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \end{matrix} \quad B = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{К} & \text{Н} & \text{П} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \text{К} \\ \text{Н} \\ \text{П} \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

У цій грі серед розглянутих стратегій взагалі немає рівноваги по Нешу. Гра «камінь-ножиці-папір» є типовим прикладом гри з нульовою сумою, в якій виграш одного гравця дорівнює програшу іншого. Математично це можна формалізувати як $B = -A$. Такі ігри носять назву антагоністичних.

У наведених вище прикладах ми бачили, що рівноваги в скінчених іграх можуть бути відсутніми. Вихід із становища дає рандомізація. Наприклад, в грі «камінь-ножиці-папір» зрозуміло, що слід обирати одну із стратегій випадково. Таким чином, з'являється поняття «змішані стратегії» гравців I та II на множинах $M = 1, 2, \dots, m$ та $N = 1, 2, \dots, n$ відповідно.

Змішаною стратегією гравця I називають вектор $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, де

$\forall x_i \geq 0$ та $\sum_{i=1}^m x_i = 1$. Аналогічно, вектор $y = (y_1, \dots, y_n)$, де $\forall y_j \geq 0$ та

$\sum_{j=1}^n y_j = 1$ є змішаною стратегією гравця II [2].

Таким чином, x_i та y_j є ймовірностями, з якими гравці I та II обирають стратегії i та j відповідно. В свою чергу детерміновані стратегії $i \in M, j \in N$ називаються чистими стратегіями. Зрозуміло, що чистій стратегії i відповідає змішана стратегія $x = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$, де 1 стоїть на i -му місці,

але для стислості зазвичай пишуть просто $x = i$. Позначимо X та Y множини змішаних стратегій гравців. Ті чисті стратегії, що використовуються з позитивною ймовірністю у змішаній стратегії, називають активними [3]. Активні стратегії утворюють носій або, спектр змішаної стратегії.

Оскільки тепер будь-яка ситуація (i, j) реалізується з ймовірністю $x_i y_j$, то математичне очікування вигравів гравців має вигляд

$$H_1(x, y) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i y_j, \quad H_2(x, y) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n b_{ij} x_i y_j. \quad (1.3)$$

Вираз (1.3) зручніше записати у матричному вигляді:

$$H_1(x, y) = x^T A y, \quad H_2(x, y) = x^T B y. \quad (1.4)$$

Таким чином, розширення первинної дискретної гри (1.1) також має вигляд $\Gamma = \langle I, II, X, Y, H_1, H_2 \rangle$, але стратегіями гравців тепер є ймовірнісні розподіли x та y , а функції виграшу мають білінійний вигляд (1.4). Стратегії

$$x, y \text{ утворюють симплекси } X = \left\{ x: \sum_{i=1}^m x_i = 1, \forall x_i \geq 0 \right\}, Y = \left\{ y: \sum_{j=1}^n y_j = 1, \forall y_j \geq 0 \right\}$$

у просторах R^m та R^n відповідно.

Оскільки зазначені симплекси X, Y є опуклими багатогранниками в R^m та R^n , а функції виграшу $H_1(x, y)$, $H_2(x, y)$ є лінійними по кожній із змінних, то гра $\Gamma = \langle I, II, X, Y, H_1, H_2 \rangle$ відноситься до класу опуклих ігор і тому для неї виконується теорема Неша.

Теорема Неша. У біматричних іграх завжди існує рівновага за Нешем у класі змішаних стратегій [1], [4].

Слід зазначити, що теорема Неша доводить існування рівноваги по Нешу, проте це не дає алгоритму, як його шукати. У ряді випадків може допомогти наступне твердження: для того, щоб ситуація (x^*, y^*) була

рівновагою по Нешу, необхідно і достатньо, щоб для будь-яких чистих стратегій $i \in M$ та $j \in N$, виконувались умови

$$\begin{aligned} H_1(i, y^*) &\leq H_1(x^*, y^*), \\ H_2(x^*, j) &\leq H_2(x^*, y^*). \end{aligned} \tag{1.5}$$

У багатьох випадках дуже корисною є теорема про додаткову нежорсткість [4]. Нехай (x^*, y^*) є ситуацією рівноваги Неша в біматричній грі. Тоді, якщо для деякого i $x_i^* > 0$, то перша умова (1.5) виконується як рівність: $H_1(i, y^*) = H_1(x^*, y^*)$. Аналогічно, якщо для деякого j $y_j^* > 0$, то друга умова (1.5) виконується як рівність: $H_2(x^*, j) = H_2(x^*, y^*)$.

Інакше кажучи, теорема про додаткову нежорсткість стверджує, що в рівновазі використовуються тільки ті чисті стратегії, при яких виграш гравця досягає оптимального значення. При цьому сам цей виграш є константою. Тому такі стратегії називаються такими, що зрівнюють.

Важливою є наступна теорема: для того щоб ситуація (x^*, y^*) була рівновагою у змішаних стратегіях, необхідно і достатньо, щоб знайшлися такі підмножини чистих стратегій $M_0 \in M$ та $N_0 \in N$ та такі скалярні значення H_1^* та H_2^* , для яких виконуються умови

$$\begin{aligned} \sum_{j \in N_0} H_1(i, j) y_j^* \begin{cases} = \\ < \end{cases} H_1^*, & \text{ для } \begin{cases} i \in M_0 \\ i \notin M_0 \end{cases}, \\ \sum_{i \in M_0} H_2(i, j) x_i^* \begin{cases} = \\ < \end{cases} H_2^*, & \text{ для } \begin{cases} j \in N_0 \\ j \notin N_0 \end{cases}, \\ \sum_{i \in M_0} x_i^* = 1, & \sum_{j \in N_0} y_j^* = 1. \end{aligned} \tag{1.6}$$

Зазначена теорема впливає з необхідних та достатніх умов рівноваги у змішаних стратегіях (1.5) та з теореми про додаткову нежорсткість.

Теорема (1.6) носить конструктивний характер, тобто дозволяє знайти рівновагу Неша у біматричних іграх. Вважаючи, що спектри оптимальних стратегій M_0, N_0 відомі, можна скористатися рівностями в (1.6) та знайти оптимальні змішані стратегії x^*, y^* та відповідні виграші H_1^* та H_2^* із системи лінійних рівнянь. Якщо система рівнянь призведе до рішень із негативними значеннями x^*, y^* , або до таких значень, за яких порушуються нерівності (1.6), то потрібно змінити спектри та перебирати їх доти, доки не прийдемо до рівноваги.

Рівновага (x^*, y^*) називається цілком змішаною, якщо $\forall i \in M : x_i > 0$ та $\forall j \in N : y_j > 0$. Якщо рівновага (x^*, y^*) є цілком змішаною, то спектри є повними ($M_0 = M, N_0 = N$), тому всі знаки в (1.6) є рівностями. Ця система матиме $n + m + 2$ рівнянь із $n + m + 2$ невідомими. Її розв'язання дасть рівновагу по Нешу у біматричній грі та значення оптимальних виграшів.

Найпростіший випадок біматричних ігор – це ігри 2×2 , тобто двох гравців, у кожного з яких є дві стратегії. Тоді змішана стратегія гравця I має вигляд $(x, 1 - x)$, гравця II – $(y, 1 - y)$, а їхні виграші визначаються матрицями

$$A = \begin{matrix} & y & 1 - y \\ x & (a_{11} & a_{12}) \\ 1 - x & (a_{21} & a_{22}) \end{matrix}, \quad B = \begin{matrix} & y & 1 - y \\ x & (b_{11} & b_{12}) \\ 1 - x & (b_{21} & b_{22}) \end{matrix}.$$

Відповідно у змішаних стратегіях виграші гравців мають вигляд

$$\begin{aligned} H_1(x, y) &= a_{11}xy + a_{12}x(1 - y) + a_{21}(1 - x)y + a_{22}(1 - x)(1 - y) = \\ &= Cxy + (a_{12} - a_{22})x + (a_{21} - a_{22})y + a_{22}, \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} H_2(x, y) &= b_{11}xy + b_{12}x(1 - y) + b_{21}(1 - x)y + b_{22}(1 - x)(1 - y) = \\ &= Dxy + (b_{12} - b_{22})x + (b_{21} - b_{22})y + b_{22}, \end{aligned} \quad (1.8)$$

де

$$C = a_{11} - a_{12} - a_{21} + a_{22}, \quad D = b_{11} - b_{12} - b_{21} + b_{22}. \quad (1.9)$$

Згідно з теоремою Неша рівновага (x, y) визначається нерівностями (1.5), які в даному випадку мають наступний вигляд:

$$H_1(0, y) \leq H_1(x, y), \quad H_1(1, y) \leq H_1(x, y), \quad (1.10)$$

$$H_2(x, 0) \leq H_2(x, y), \quad H_2(x, 1) \leq H_2(x, y). \quad (1.11)$$

З рівності (1.7) та нерівностей (1.10) випливає, що

$$(a_{22} - a_{12})x \leq Cxy \quad (1.12)$$

$$Cy(1-x) \leq (a_{22} - a_{12})(1-x) \quad (1.13)$$

Під час розв'язку (1.12)–(1.13) можливі три ситуації:

– якщо $x = 0$, то (1.12) виконується за будь-якого значення y , а (1.13) виконується при $Cy \leq a_{22} - a_{12}$;

– якщо $x = 1$, то (1.12) виконується за будь-якого значення y , а (1.13) виконується при $Cy \geq a_{22} - a_{12}$;

– якщо ж $0 < x < 1$, то з (1.12)–(1.13) випливає, що $y = (a_{22} - a_{12})/C$.

Аналогічний аналіз вимоги (1.11) призводить до пари нерівностей:

$$(b_{22} - b_{21})y \leq Dxy \quad (1.14)$$

$$Dx(1-y) \leq (b_{22} - b_{21})(1-y) \quad (1.15)$$

– якщо $y = 0$, то має бути $Dx \leq b_{22} - b_{21}$;

– якщо $y = 1$, то має виконуватись $Dx \geq b_{22} - b_{21}$;

– якщо ж $0 < y < 1$, то $x = (b_{22} - b_{21})/D$.

Залежно від знаків C та D ці умови призводять до різних множин допустимих рівноваг у грі, які мають вигляд зигзагів на одиничному квадраті.

Проілюструємо розв'язок ігор 2×2 на прикладі ігор, розглянутих вище.

Дилема ув'язненого. У розглянутому прикладі $A = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ -10 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -6 & -10 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Тому згідно з (1.9) $C = -6 - 0 - (-10) - 1 = 3$, $D = 3$, $a_{22} - a_{12} = b_{22} - b_{21} = 1$. Отже, рівновага є перетином ліній $x = 1$ та $y = 1$ та є єдиною.

Сімейна суперечка. Нехай $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$. Тоді $C = D = 6$, $a_{22} - a_{12} = 1$, $b_{22} - b_{21} = 4$. Легко переконатись, що визначені раніше рівноваги у чистих стратегіях $(0,0)$ та $(1,1)$ задовільняють умовам (1.12)–(1.13). Проте існує ще одна – у змішаних стратегіях: $x = (b_{22} - b_{21})/D = 2/3$, $y = (a_{22} - a_{12})/C = 1/6$. При цьому виграші в рівновагах у чистих стратегіях дорівнюють $H_1^* = 1, H_2^* = 4$ та $H_1^* = 5, H_2^* = 2$, а в змішаній – $H_1^* = 5/6, H_2^* = 4/3$.

Таким чином, в біматричних іграх може бути одна, або декілька рівноваг; навіть може бути континуум рівноваг.

1.3 Аналіз моделі гри «Сімейна суперечка», постановка задачі дослідження

У загальному випадку гра «Сімейна суперечка» є симетричною біматричною грою двох гравців. Кожен з гравців може обрати одну з двох можливих стратегій: 1 чи 2. Якщо вони не узгодили свій вибір, то обидва програють (результат кожного дорівнює -1), якщо обидва обрали першу

стратегію (тобто перший гравець наполіг на своєму рішенні, а другий поступився йому), то перший отримує великий виграш (W), а другий – менший ($V \leq W$). Якщо обидва обрали другу стратегію, то перший гравець отримує V , а другий – W . Матриці виграшів гравців показані на рисунку 1.1 (синій колір показує виграш першого гравця, а червоний – другого).

	Player2		
Player1	Strategy 1	Strategy 2	
Strategy 1	W	-1	V
Strategy 2	-1	V	W

Рисунок 1.1 – Матриці виграшів у грі «Сімейна суперечка»

Зазначена гра має дві рівноваги Неша у чистих стратегіях: (1,1) та (2,2). Обидві з них водночас є й Парето-оптимальними. Проте у загальному випадку ці ситуації не є рівноцінними для гравців: для першого гравця вигіднішою є (1,1), а для другого – (2,2). Більше того: гра «Сімейна суперечка» має ще й третю рівноважну ситуацію – у змішаних стратегіях:

$$x^* = \frac{1}{W+V+2} \begin{pmatrix} W+1 \\ V+1 \end{pmatrix}, \quad y^* = \frac{1}{W+V+2} \begin{pmatrix} V+1 \\ W+1 \end{pmatrix}, \quad v_1 = v_2 = \frac{WV-1}{W+V+2}. \quad (1.16)$$

При цьому ціни гри для обох гравців (v_1 та v_2) є меншими, ніж у рівновагах у чистих стратегіях (тобто $v_1 = v_2 < V \leq W$). Таким чином, ця Неш-рівновага не є Парето-оптимальною та, зазвичай, не розглядається.

Частковим випадком «сімейної суперечки» є гра з рівноцінними Неш-рівновагами, тобто у разі якщо $W = V$. В такому випадку гравці «позбавлені заздрощів» та їхньою єдиною метою є узгодження стратегій. Значимо, що для цього часткового випадку третя (змішана та неоптимальна) стратегія

(1.16) має дуже простий вигляд:

$$x^* = y^* = \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}, \quad v_1 = v_2 = \frac{V-1}{2}. \quad (1.17)$$

Легко бачити, що і в цьому випадку $v_1 = v_2 < V$, саме тому ця ситуація й не є Парето-оптимальною.

Гра «Сімейна суперечка» є простою моделлю відносин, у яких одна з сторін (але тільки одна) має поступитись іншій задля отримання позитивного для обох результату. Звісно, що у реальній ситуації сторони можуть безпосередньо домовитись, як це й відбувається у сім'ях. Зрозуміло, в межах теорії ігор завжди мається на увазі, що зазначена гра є некооперативною, тобто перемовини заборонені. Якщо так, то досліджувана ігрова модель може виступати як механізм дотримання або розриву зв'язків між вузлами мереж.

Досліджується гра «Сімейна суперечка». Планується дослідити та промодельювати узагальнення цієї гри на випадок синхронного та одночасного її проведення між багатьма парами учасників. При цьому після кожного раунду гри учасники порівнюють власний результат з результатами суперників та приймають рішення щодо збереження або зміни стратегії на наступний раунд.

Розглядається випадок, коли конфігурація гравців є безмасштабною мережею, в вузлах якої розташовані гравці, а їхніми суперниками є вузлосусіди.

З огляду на проведений аналіз, в науково-дослідній роботі ставляться та розглядаються наступні задачі:

- дослідити гру «Сімейна суперечка», знайти рівноважні та Парето-оптимальні стратегії;
- дослідити поняття безмасштабності мереж, властивостей та основних моделей таких мереж;

- здійснити програмну реалізацію розташування гравців у вузлах безмасштабних мереж та визначення сусідів-суперників;
- здійснити програмну реалізацію протікання багатораундової гри «Сімейна суперечка» на безмасштабних мережах;
- дослідити вплив умов гри та властивостей мереж на усталену конфігурацію стратегій гравців.

2 БЕЗМАСШТАБНІ МЕРЕЖІ: ВЛАСТИВОСТІ ТА ОСНОВНІ МОДЕЛІ

2.1 Безмасштабність мереж, приклади безмасштабних мереж

Відомо, що більшість мереж реального світу [7], [8], [9] є безмасштабними (або інваріантними до масштабу, scale-free networks). Зазначену властивість мають як соціальні мережі, так і мережі технічної природи (електричні, транспортні), біологічної тощо. Мережа зветься безмасштабною, якщо розподіл вузлів за кількістю зв'язків є ступеневим принаймні асимптотично:

$$\Pr(\text{deg} = k) \approx c \cdot k^{-\gamma} \quad \text{при} \quad k \rightarrow \infty. \quad (2.1)$$

Тобто ймовірність того, що вузол матиме рівно k зв'язків, пропорційна до $k^{-\gamma}$. Зазначена залежність виконується тим точніше, чим більшим є k .

Параметр γ називається показником скейлінгу та, як правило, знаходиться у межах $\gamma \in [2; 3]$, хоча існують мережі, для яких $\gamma > 3$.

Ступеневий розподіл (2.1) легко розпізнати візуально: якщо побудувати залежність частоти зустрічання вершин ступені k від значень k у подвійному логарифмічному масштабі, то ця залежність виглядатиме як пряма лінія, нахилена з коефіцієнтом нахилу $-\gamma$. Логарифмічний масштаб вісі означає, що відстань між точками вісі 1 см. (умовно) відповідає збільшенню значення відповідної координати у r разів (в той час як у звичайному, арифметичному, масштабі відстань 1 відповідає приросту значення координати на b одиниць). Подвійність логарифмічного масштабу означає, що він застосовується для обох координатних вісей.

Класичні приклади безмасштабних мереж (рисунок 2.1) були наведені в роботі [7]. Мережа на рисунку 2.1.a має соціальну природу: це мережа

взаємодії 225000 Голлівудських акторів; вузли з'єднані ребром якщо відповідні два актори знімались хоча б одному спільному фільмі. Для цієї мережі $\gamma \approx 2.3$.

На рисунку 2.1.б показано мережу з 325000 URL посилань між сторінками всесвітньої мережі WWW. Можна бачити, що вона з великою точністю є безмасштабною з показником скейлінгу $\gamma = 2.1$.

Мережа з рисунку 2.1.в має технічну природу: вузлами є 4941 електростанція. Ребро відповідає наявності ЛЕП між ними. Ця мережа має скейлінг $\gamma = 4$.

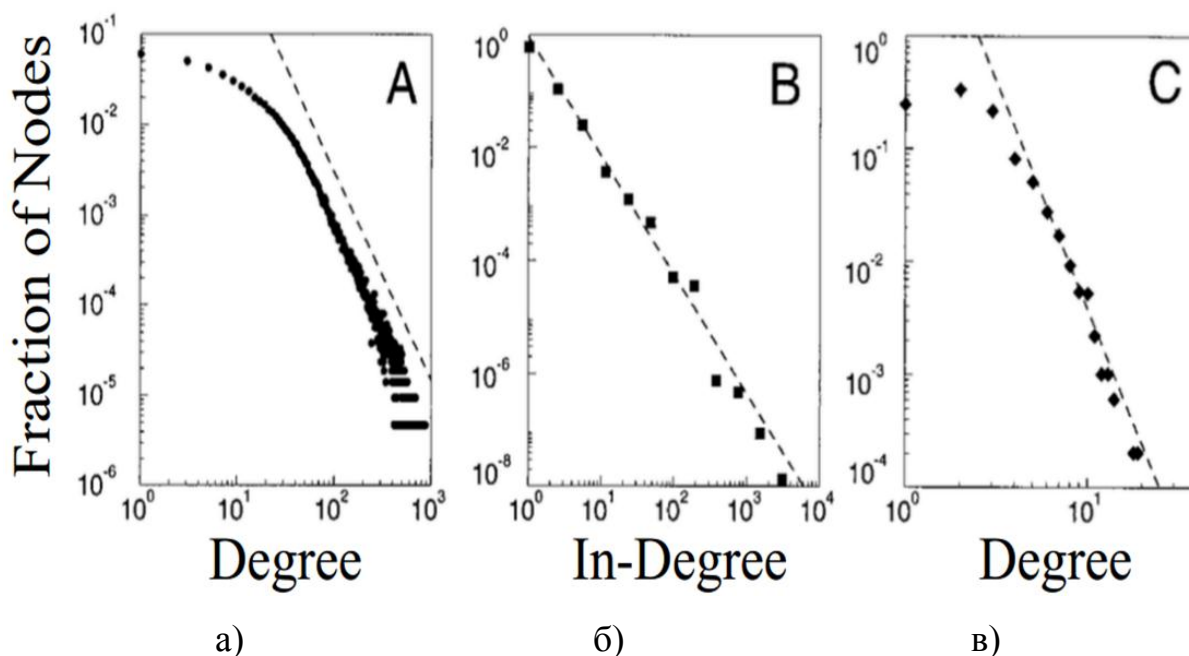


Рисунок 2.1 – Приклади безмасштабних мереж

Під час моделювання та дослідження великих мереж актуальним питанням є візуалізація розподілу вузлів. Найбільш відомим способом подання цього розподілу є частотний розподіл (рисунок 2.2). За цим методом вздовж вісі абсцис відкладаються значення досліджуваної випадкової величини, тобто ступінь вузла мережі, а вздовж вісі ординат – доля вузлів з таким ступенем від загальної кількості вузлів, тобто частота,

емпірична ймовірність, з якою у мережі існує вузол ступеня k .

Втім, дуже часто на графіку частотного розподілу виникає «борода» у області низьких частот (тобто високих ступенів). Її можна бачити на рисунку 2.1.а, а на рисунку 2.2 ефект «бороди» проілюстрований більш наочно. Справа в тому, що великі вузли (хаби) є, зазвичай, неповторними за значенням ступеню. Наприклад, у мережі може існувати багато вузлів ступеню 2, чи 10, чи 100, а от вузол максимального ступеню (умовно кажучи, 999) скоріше за все буде єдиним, так саме як вузол ступеню 960 чи 952.

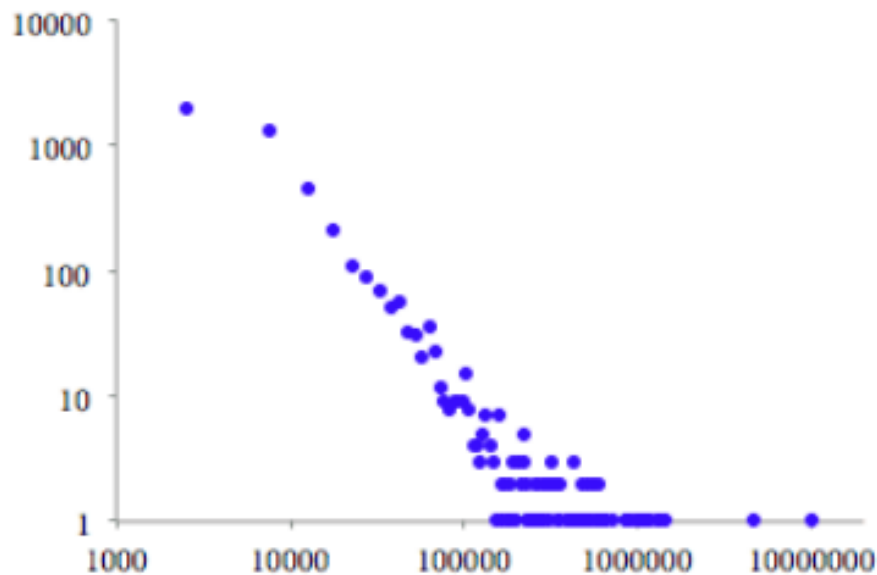


Рисунок 2.2 – Приклад частотного розподілу (кількості міст за населенням)

Альтернативним способом візуалізації розподілів випадкових величин є ранговий розподіл (рисунок 2.3). На таких графіках вздовж вісі абсцис відкладають ранг об'єкта, тобто його порядковий номер у масиві, відсортованому за спаданням. Значення самої досліджуваної випадкової величини (населення міст, чи ступені вузлів мережі) відкладають вздовж вісі ординат. Зазвичай, на графіках рангового розподілу «борода» відсутня, або принаймні не настільки яскраво виражена, як на частотному розподілі, тому візуалізація є більш наочною.

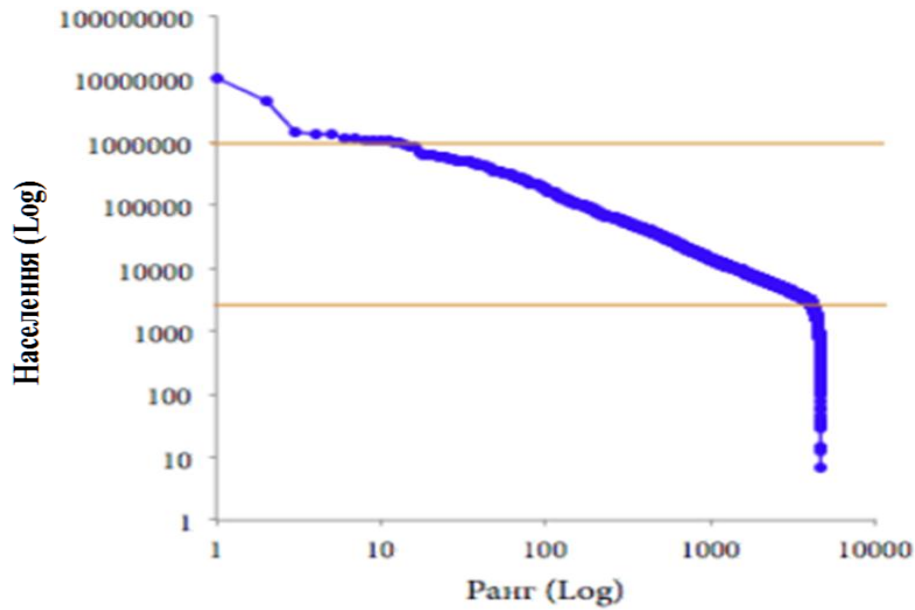


Рисунок 2.3 – Приклад рангового розподілу (кількості міст за населенням)

Як було зазначено вище, якщо випадкова величина розподілена за ступеневим законом (2.1), то графік частотного розподілу, побулований у $\log\log$ масштабі, є прямою лінією з коефіцієнтом нахилу $-\gamma$.

Проте важливим є той факт, що в цьому випадку графік рангового розподілу цієї величини (у $\log\log$ масштабі) також буде прямою лінією з від'ємним коефіцієнтом нахилу ($-\gamma_{rank}$). Між звичайним та ранговим показниками скейлінгу існують прості співвідношення:

$$\gamma = \frac{1}{\gamma_{rank}} + 1, \quad \gamma_{rank} = \frac{1}{\gamma - 1}. \quad (2.2)$$

Таким чином, вимірюючи один них, можна оцінити й інший.

2.2 Моделі безмасштабних мереж

Найвідомішою та водночас найпростішою моделлю безмасштабних мереж є модель Барабаші-Альберт (БА-мережа, [10], [11]). Ця модель була

запропонована Альбертом-Ласло Барабаші та Рекою Альберт у 1999р. Мережа формується покроково шляхом додавання на кожному кроці n нового вузла (з номером $n + 1$) та встановлення ним фіксованої кількості (m) зв'язків з вже існуючими. При цьому другий кінець кожного зв'язка обирається на основі правила переважного приєднання: ймовірність p_i приєднання нового вузла до існуючого i пропорційна ступеню цього вузла deg_i :

$$p_{i,n} = \frac{deg_{i,n}}{\sum_i deg_{i,n}} = \frac{deg_{i,n}}{2E_n}. \quad (2.3)$$

У формулі (2.3) E_n означає кількість ребер у мережі на момент часу n . Вона дорівнює половині сумарної кількості зв'язків всіх вузлів мережі. Зазвичай, первісною мережею («зародком») є повний граф з $m + 1$ вершиною (тобто такий, що кожна вершина пов'язана з кожною). В такому випадку

$$E_n = m(n - \frac{m+1}{2}). \quad (2.4)$$

Доведено [11], що розподіл вузлів мережі Барабаші-Альберт за ступенями (ймовірність того, що вузол матиме рівно k зв'язків) має вигляд

$$\Pr(\text{deg} = k) = \frac{m(m+1)}{k(k+1)(k+2)} \xrightarrow{k \rightarrow \infty} \text{const} \cdot k^{-3}, \quad (2.5)$$

тобто є ступеневим (2.1) з показником скейлінгу $\gamma = 3$.

Цьому значенню відповідає показник скейлінгу рангового розподілу $\gamma_{rank} = 1/2$.

На рисунку 2.4 показано приклад мережі Барабаші-Альберт з $m = 5$ розміром $n = 100$ вузлів, а на рисунку 2.5 наведено ранговий розподіл вузлів цієї мережі за кількістю зв'язків.

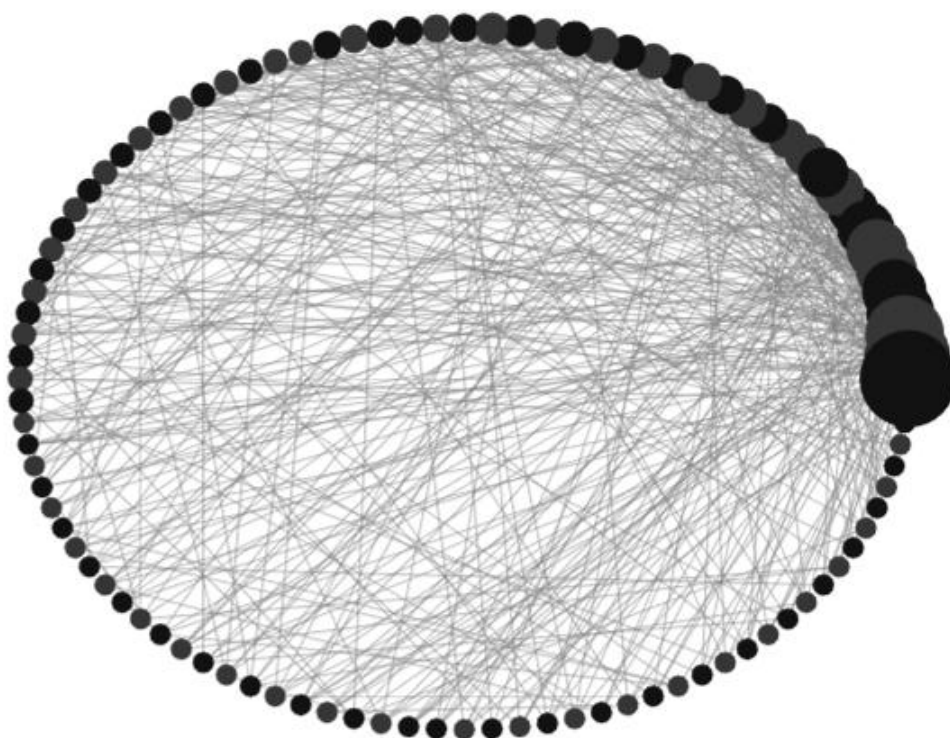


Рисунок 2.4 – Мережа Барабаші-Альберт з 100 вузлів

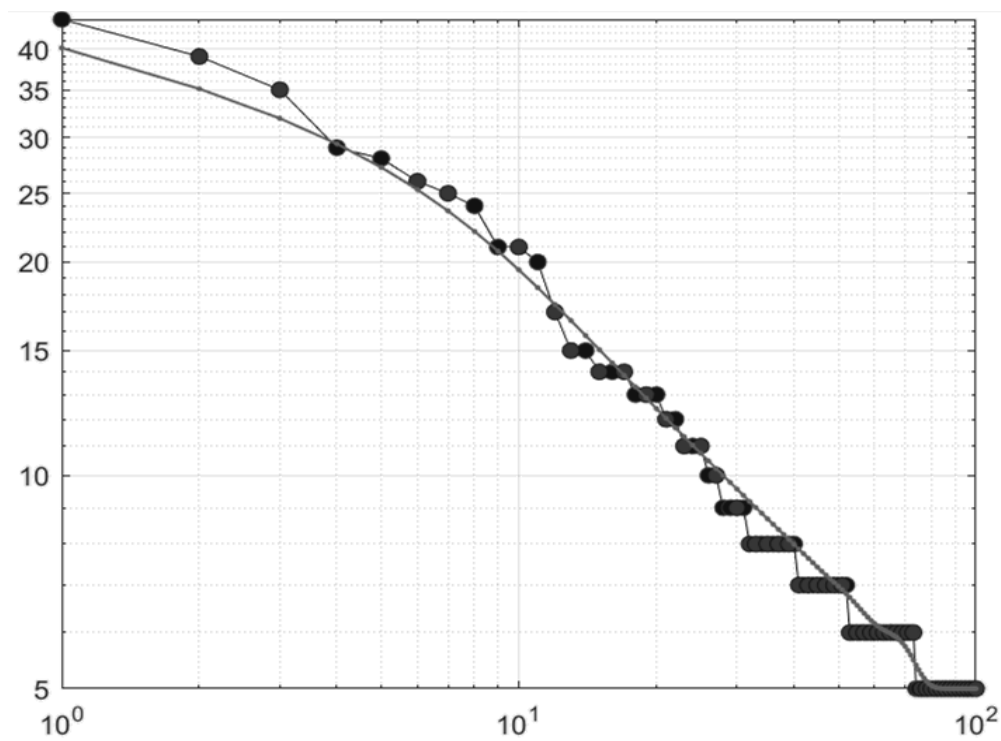


Рисунок 2.5 – Ранговий розподіл вузлів БА-мережі за кількістю зв'язків

На сьогоднішній день існує багато варіацій та узагальнень моделі Барабаші-Альберт. Перш за все, за рахунок введення такого параметру, як додаткова привабливість вузла ($a > -m$), можна генерувати мережі з показником скейлінгу, відмінним від 3. Ця додаткова привабливість враховується у правилі переважного приєднання (2.3). Відповідна модифікація цього правила має наступний вигляд:

$$P_{i,n} = \frac{\deg_{i,n} + a}{\sum_i (\deg_{i,n} + a)} = \frac{\deg_{i,n} + a}{2E_n + a \cdot n}. \quad (2.6)$$

В результаті застосування правила (2.6) розподіл вузлів мережі буде відповідати ступеневому закону (2.1) з показником скейлінгу

$$\gamma = 3 + \frac{a}{m}. \quad (2.7)$$

Згідно з (2.7), якщо $a > 0$, то $\gamma > 3$, а якщо $-m < a < 0$, то $2 < \gamma < 3$.

Іншою модифікацією моделі Барабаші-Альберт є еластичні мережі [12], [13]. Згідно з цією моделлю кількість зв'язків (ΔE_n), які встановлює новий вузол при додаванні, не є постійною ($m = const$), а зростає з ростом мережі:

$$\Delta E_n = \lambda \frac{E_n}{n-1}. \quad (2.8)$$

Зазначений механізм зростання мережі виглядає більш природним, ніж класичний. Так вузол номер 100, бачить перед собою мережу з $n = 99$ вузлів, а вузол номер 1000 – мережу з $n = 999$ вузлів. Розумно вважати, що другий з них, маючи набагато ширший вибір, встановить (звісно, у середньому) більше зв'язків, ніж перший. Саме так можна трактувати й формулу (2.8): згідно з нею середня кількість зв'язків, яку встановить новий

вузол, в λ разів більше, ніж середня кількість зв'язків, які мають існуючі вузли мережі ($\Delta E_n \approx \lambda \cdot \bar{e}_n$).

Параметр λ називається показником еластичності та варіюється у межах

$$1 \leq \lambda < 2. \quad (2.9)$$

Значення $\lambda = 1$ відповідає випадку, коли новий вузол встановлює рівно один зв'язок з існуючою мережею. Така мережа є деревом Барабаші-Альберт (рисунок 2.6).



Рисунок 2.6 – Дерево Барабаші-Альберт

При $\lambda = 2$ новий вузол встановлює зв'язки з усіма вузлами існуючої мережі. Така мережа є повним графом.

У проміжних випадках ($1 < \lambda < 2$) мережа, що генерується, матиме показник скейлінгу в діапазоні від 2 до 3, а саме:

$$\gamma = 1 + \frac{2}{\lambda}. \quad (2.10)$$

У таблиці 2.1 проілюстровано залежність загальної кількості зв'язків у мережі та очікуваної їх кількості для нового вузла в залежності від розміру еластичної мережі з показником еластичності $\lambda = 1.3$.

Таблиця 2.1 – Властивості мережі з показником еластичності $\lambda = 1.3$

Кількість вузлів, n	2	10	100	10 000	1 000 000	100 млн.
Кількість ребер у мережі, E	1	15	337	135 828	≈ 54 млн.	≈ 21.5 млрд.
Очікувана кількість зв'язків у нового вузла, $m = \Delta E$	1.3	2.2	4.4	17.7	70.3	279.9

Можна бачити, що зазначені залежності дуже схожі на динаміку зростання соціальних мереж та встановлення зв'язків у них.

В даній кваліфікаційній роботі розглянуто лише найпростіші з моделей безмасштабних мереж. Таких моделей наразі існує дуже багато [8–17], проте всі вони успадковують таку властивість моделі Барабаші-Альберт, як сталість структури зв'язків. Інакше кажучи, ці моделі не містять механізму реконфігурації мережі, зокрема перенаправлення існуючих зв'язків. Такий механізм існує, наприклад, в моделі «світ тісний» [14], але вона, по-перше, не є еволюційною моделлю (тобто кількість вузлів та зв'язків є сталою), а по-друге, відповідна мережа не є безмасштабною, тобто розподіл вузлів за кількістю зв'язків не є ступеневим (2.1).

2.3 Реконфігурація зв'язків мережі

Найпростішою моделлю реконфігурації зв'язків є обмін вузлами. Ця схема (rewiring) була запропонована в роботі [18] та проілюстрована на рисунку 2.7. Легко бачити, що за цією схемою загальна кількість зв'язків у мережі зберігається незмінною. Крім того, зазначена процедура гарантує

збереження мінімального (та максимального) ступеню вузлів, зокрема унеможлиблює появу ізольованих вузлів, тобто гарантує підтримання зв'язності мережі.

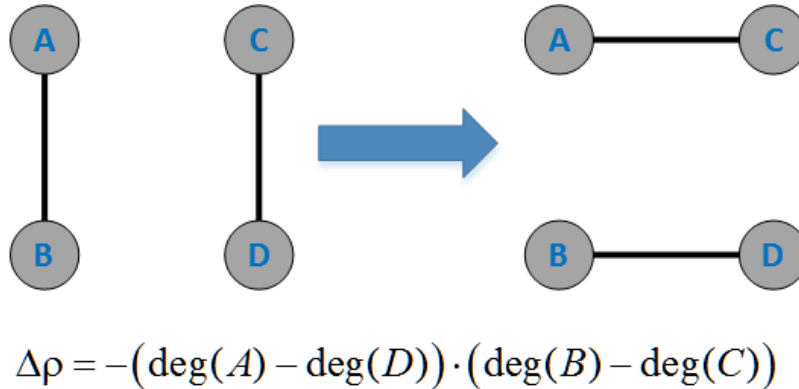


Рисунок 2.7 – Процедура обміну вузлами (rewiring)

Іншою моделлю реконфігурації мереж є заміщення одного з кінців зв'язку (рисунок 2.8). Легко бачити, що така процедура не зберігає незмінними ступені вузлів (ступінь вузла C збільшується на 1, а ступінь B зменшується). Це може призвести до утворення ізольованих вузлів. Розподіл вузлів за ступенями теж змінюється. В залежності від правила обрання нового кінцевого вузла (вузла C) сукупність процедур заміщення може привести до зміни розподілу вузлів, а може й не привести (тобто локальні інкременти / декременти ступенів вузлів під час усереднення взаємокомпенсуються).

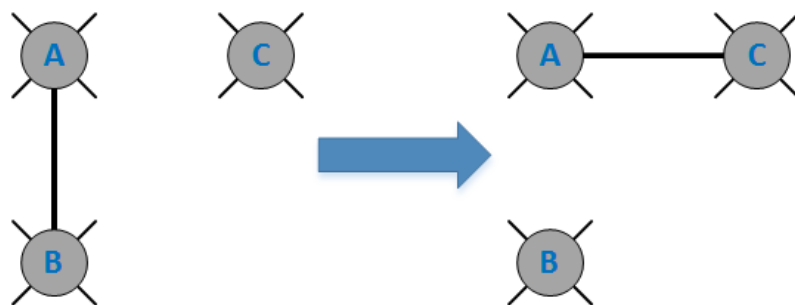


Рисунок 2.8 – Заміщення одного кінця зв'язку

Третім варіантом кроку реконфігурації мережі є розщеплення зв'язку (рисунок 2.9). Інакше кажучи, замість одного існуючого зв'язка AB утворюються два нових: AC та BD . Таким чином, розщеплення призводить до збільшення кількості зв'язків у мережі. Ступені вузлів C , D при цьому зростають на 1. Розподіл вузлів за ступенями внаслідок сукупності розщеплень може зберігатись незмінним, а може змінюватись. Це залежить від правил обрання нових кінців.

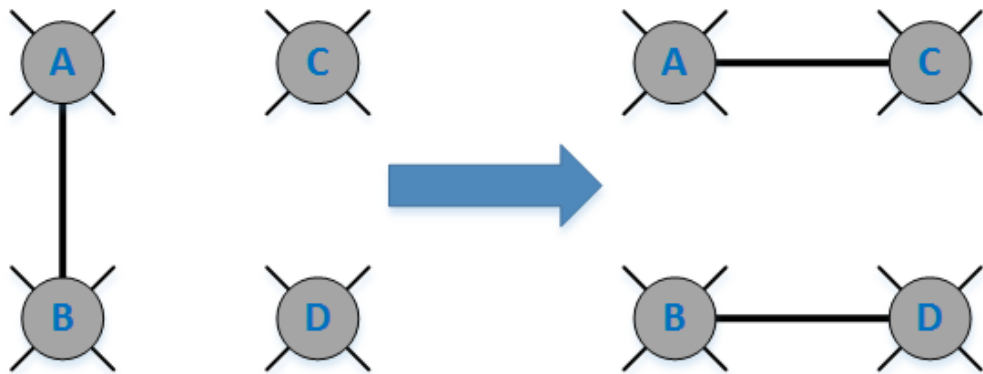


Рисунок 2.9 – Розщеплення зв'язку

Зрозуміло, що окрім трьох описаних можна вигадати чималу кількість інших процедур перенаправлення зв'язків мереж. Втім, головним питанням є не сама по собі процедура перенаправлення зв'язків, а процедура обрання вузлів, які беруть участь у цьому перенаправленні.

Зазначені алгоритми обрання вузлів (чи зв'язків), які беруть участь у перенаправленні, можна розділити на централізовані та децентралізовані, а також на детерміновані та випадкові.

У централізованих алгоритмах вибір вузла чи зв'язка залежить від характеристик вузлів та зв'язків всієї мережі. Наприклад, це може бути вузол з найбільшою, або найменшою ступінню. Звісно, що для визначення такого вузла треба знати ступені всіх вузлів. Інакше кажучи, централізований вибір вузла здійснюється ззовні, модератором мережі, її «власником», зовнішнім спостерігачем тощо.

На противагу централізованому підходу, у децентралізованих алгоритмах обрання вузла, який перенаправлює інший кінець одного з своїх зв'язків, так само як і вибір цього зв'язка, визначається виключно властивостями цього вузла та цього зв'язка. Таким чином, еволюція конфігурації зв'язків у мережі відбувається без зовнішнього впливу, тобто лише через внутрішні чинники. В цьому контексті природним є недетермінований характер обрання вузлів/зв'язків: на кожному кроці будь-який вузол може змінити один з своїх зв'язків, а може й не змінити. Ймовірність цього залежить лише від властивостей цього вузла та зв'язка.

Найбільш очевидним та природним за своєю сутністю механізмом реконфігурації мереж є такий, що заснований на ігровій моделі. Саме такий механізм є предметом досліджень цієї кваліфікаційної роботи.

Вузли мережі розглядаються як гравці – інтелектуальні агенти, які взаємодіють між собою згідно з поточною конфігурацією мережі. Подібний підхід застосовувався у [19], [20], але метою цих досліджень була сама по собі еволюція стратегій (станів) вузлів-гравців, тобто зворотній вплив (результатів гри на структуру зв'язків) був відсутній. В даній роботі ігрова взаємодія між вузлами-гравцями-агентами вводиться та застосовується саме як механізм реконфігурації зв'язків у мережі. За результатами цієї взаємодії деякі зв'язки розглядаються гравцями (обома чи одним з них) як не вигідні та розриваються. Ігрові моделі є найбільш природними для аналізу мультиагентних середовищ, тобто середовищ взаємодії між інтелектуальними агентами, інтереси яких не співпадають між собою. Стрімке поширення інтелектуальних агентів з елементами штучного інтелекту зумовлює актуальність досліджень, які розглядаються.

Гра «Сімейна суперечка» є простою моделлю відносин, у яких одна з сторін (але тільки одна) має поступитись іншій задля отримання позитивного для обох результату. Звісно, що у реальній ситуації сторони можуть безпосередньо домовитись, як це й відбувається у сім'ях. На противагу, в межах теорії ігор завжди мається на увазі, що гра є

некооперативною, тобто перемовини заборонені. Якщо так, то досліджувана ігрова модель може виступати як механізм збереження або розриву зв'язків між вузлами мереж та, з іншого боку, як механізм переналаштування властивостей самих вузлів.

Будемо вважати, що гравці розташовані у вузлах деякої мережі (таким чином ототожнюємо множину гравців з множиною вузлів). Ребро цього графа (мережі) відповідає наявності взаємодії між відповідними вузлами, яке відбувається за правилами гри «сімейна суперечка». Важливим є те, що кожен гравець застосовує одну й ту ж саму (першу, синю, або другу, червону) стратегію проти всіх сусідів-суперників. Звісно, що при цьому за деякими зв'язками він отримує виграш W , за деякими V , а за іншими -1 .

Розумно припустити, що ймовірність розриву зв'язку (ребра ij) з боку гравця i (позначимо її як $\text{Pr}_{del}(i, ij)$) має бути тим вищою, чим меншим є результат його гри з суперником j . Розглянемо найпростіший випадок:

$$\text{Pr}_{del}(i, ij) = \lambda(W - rez_i(ij)), \quad (2.11)$$

тобто ймовірність розриву зв'язку ij з боку гравця i пропорційна до різниці між максимально можливим його виграшем (W) та фактичним ($rez_i(ij)$). Коефіцієнт λ встановлює часову інтенсивність процесу розриву зв'язків.

Зазначена формула (2.11) має простий сенс, який можна легко проілюструвати. Нехай $W = 5$, $V = 3$. Тоді якщо гравець i є синім, то результатом його гри з синім j є 5, а з червоним -1 . Відповідно, ймовірності розриву цього зв'язку становитимуть 0 та $\lambda * 6$. Якщо гравець i є червоним, то результат його гри з синім j дорівнює -1 , а з червоним $+3$. Ймовірності розриву зв'язку становитимуть 6λ та 2λ (бо $2 = 5 - 3$).

Важливо розуміти, що ініціатором розриву зв'язка $i - j$ може виступати не тільки вузол i , а й вузол j . Для синього j ймовірності розриву зв'язку з синім/червоним вузлом i дорівнюють 2λ та 6λ , а якщо j червоний, то 6λ та 0.

Цей числовий приклад проілюстрований на рисунку 2.10. Для вузлів, помічених 1, найкращою є синя стратегія, для помічених 2 – червона. Оскільки у списку ребер один й той же самий вузол може фігурувати як на позиції 1, так і на позиції 2, то у даному контексті доречно розглядати зв'язки як направлені. І тоді вузлу вигідно бути синім для вихідних зв'язків та червоним для вхідних. Варто зазначити, що бажання з боку вузла розірвати зв'язок зумовлене не тільки повною неузгодженістю стратегій (один вузол синій, а інший червоний), а й також частковою незадоволеністю вузла своїм «підлеглим» станом (в даному числовому прикладі ймовірність цієї події буде втричі меншою, ніж розрив через повну неузгодженість).

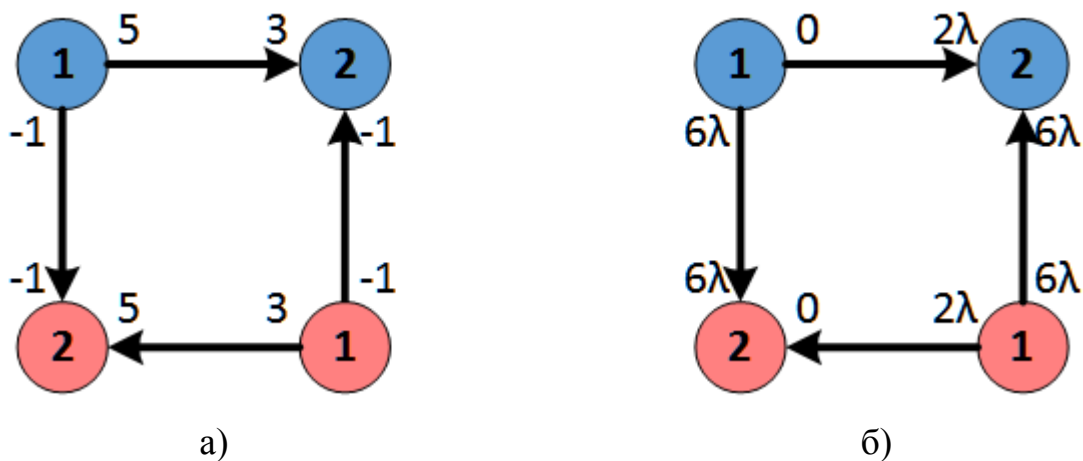


Рисунок 2.10 – Виграші вузлів (а) та ймовірності розриву зв'язку з боку вузлів (б)

2.4 Узгодження стратегій гравців – вузлів мережі

Згідно з ігровою моделлю, яка розглядається у роботі, кожен вузол застосовує однакову стратегію проти всіх сусідніх вузлів. Як було зазначено у попередньому розділі, якщо зв'язок $i - j$ розглядається одним з вузлів, як невикорисний, то вузол може його розірвати. Таким чином у мережі

відбувається переналаштування зв'язків.

Проте, у зазначеного механізму є альтернатива: вузол може проаналізувати стратегії своїх сусідів-суперників та скорегувати власну стратегію. В результаті ніяких змін у структурі зв'язків мережі не відбудеться, а виграш вузла та середній результат його сусідів збільшиться. Проте для деяких сусідів результат погіршиться, тому вони на наступному кроці або теж підлаштуються, або розірвуть зв'язок.

Розберемо процес корекції стратегії вузла більш докладно. Нехай вузол i має мітку (порядковий номер) 1 у d_1 зв'язках з сусідами, серед яких b_1 та r_1 є відповідно синіми та червоними. Аналогічно, примемо, що у d_2 зв'язках цей вузол має мітку 2, а серед цих d_2 суперників b_2 є синіми, а r_2 – червоними. При цьому $b_1 + r_1 = d_1$, $b_2 + r_2 = d_2$, $d_1 + d_2 = \deg(i)$, тобто загальному ступеню вузла i .

Тоді якщо вузол i обере синю стратегію, то його результат складе

$$rez(blue) = b_1W - r_1 + b_2V - r_2. \quad (2.12)$$

А якщо червону, то

$$rez(red) = -b_1 + r_1V - b_2 + r_2W. \quad (2.13)$$

Різниця між цима результатами дорівнює

$$\Delta rez = rez(blue) - rez(red) = (b_1 - r_2)(W + 1) + (b_2 - r_1)(V + 1). \quad (2.14)$$

Якщо значення (2.14) є позитивним, то для вузла i у поточний момент часу доцільніше обрати стратегію *blue*, а якщо воно від'ємне, то *red*.

Проілюструємо співвідношення (2.14) на чисельному прикладі. Нехай $W = 5$, $V = 3$, та у мережі є зв'язки $(0,1)$, $(0,2)$, $(0,3)$, $(0,4)$, $(5,0)$, $(6,0)$, $(7,0)$, $(8,0)$, $(9,0)$, $(10,0)$, при чому вузли 1,5,6,7,8 сині, а 2,3,4,9,10 – червоні. Таким чином, поточний вузол 0 має $b_1 = 1$ вихідний зв'язок з синім вузлом

(вузлом 1), $r_1 = 3$ вихідних зв'язка з червоними, $b_2 = 4$ входа від синіх та $r_2 = 2$ від червоних (рисунок 2.11).

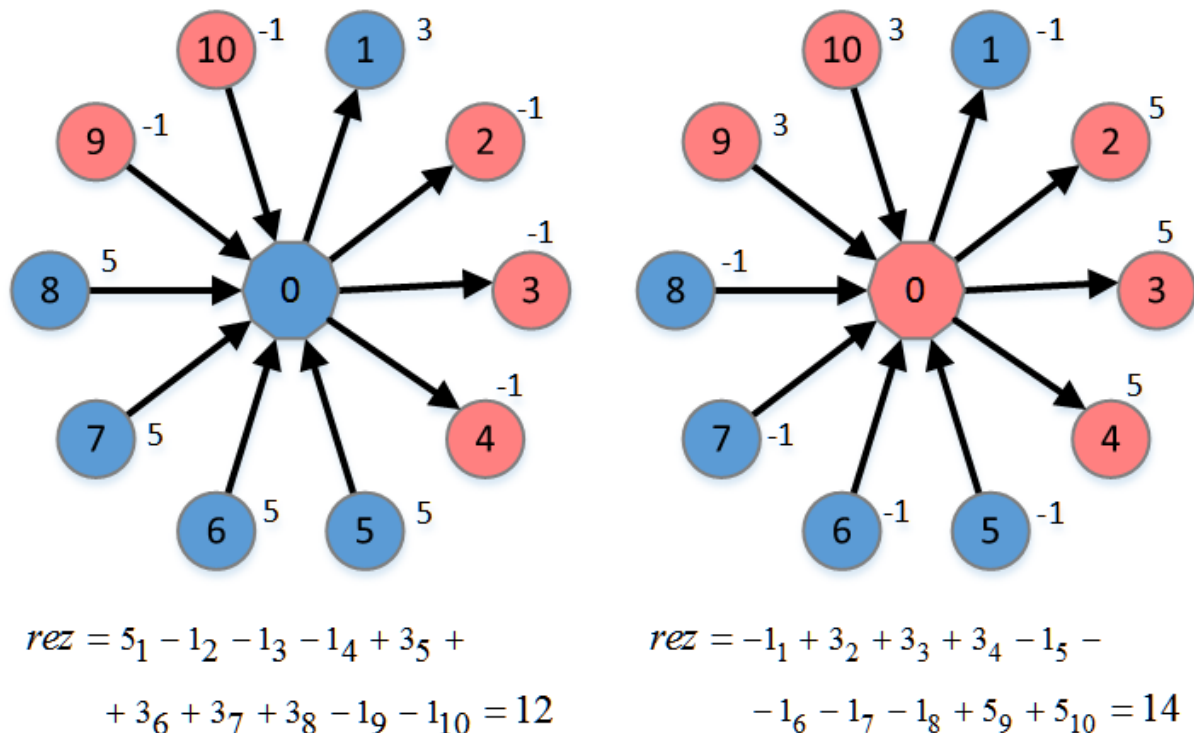


Рисунок 2.11 – Приклад обрання стратегії вузлом 0

Згідно з (2.14), $\Delta rez = (1 - 2) \cdot 6 + (4 - 3) \cdot 4 = -2 < 0$, тобто вузол 0 має обрати стратегію *red*. Якщо до цього він був *blue*, то на наступному раунді зміняться результати не тільки вузла 0, а й усіх його сусідів. Внаслідок цього вони можуть також спробувати скорегувати свою стратегію.

Під час програмної реалізації зазначеного алгоритму узгодження треба визначитись, чи буде це узгодження відбуватись послідовно, чи паралельно. У паралельному режимі всі вузли мережі корегують свої стратегії одночасно, за результатом поточного раунду. У послідовному режимі вузли корегують стратегії поодиночі.

За аналогією з процесом перенаправлення зв'язків, було вирішено встановити часову інтенсивність корегування стратегій, тобто ймовірність

того, що вузол i за результатами поточного раунду спробує проаналізувати ефективність поточної стратегії та, за необхідністю, змінити її. Логічно вважати мережу однорідною, і тоді зазначена ймовірність є однаковою для всіх вузлів та дорівнює середній кількості вузлів, які аналізують та корегують стратегії (n_{corr}) поділену на загальну кількість вузлів мережі (n):

$$p_{corr} = \frac{n_{corr}}{n}. \quad (2.15)$$

Назвемо величину (2.15) ймовірністю конформізму.

2.5 Оцінювання асортативності та кластеризації мереж

Показник, який вимірює схильність вузлів мережі з'єднуватись з подібними собі або з протилежними собі вузлами за деякою характеристикою називається показником асортативності [21] у широкому сенсі цього терміну. Під асортативністю у вузькому сенсі цього слова розуміють такий частковий випадок, коли зазначеною характеристикою є ступінь вузла. Тоді показник асортативності вимірює чи схильні вузли з'єднуватись з подібними собі за кількістю зв'язків (хаби тяжіють до хабів, маленькі вузли до маленьких), чи навпаки (хаби групують навколо себе маленькі вузли, а маленькі вузли тяжіють до зв'язків саме з хабами, а не між собою).

У загальному випадку показник асортативності визначається як коефіцієнт кореляції Пірсона між зв'язаними вузлами мережі за досліджуваною характеристикою:

$$r = \frac{\sum_{(u,v) \in E} (f(u) - \overline{f(u)})(f(v) - \overline{f(v)})}{\sqrt{\sum_{(u,v) \in E} (f(u) - \overline{f(u)})^2} \cdot \sqrt{\sum_{(u,v) \in E} (f(v) - \overline{f(v)})^2}}, \quad (2.16)$$

де сумування ведеться по всім зв'язкам $(u, v) \in E$, літерою f позначено досліджувану характеристику відповідних вузлів u та v , $\overline{f(u)}$, $\overline{f(v)}$ позначає середнє значення цієї характеристики для перших та других вузлів у зв'язках відповідно.

Зрозуміло, що показник асортативності варіюється в діапазоні $-1 \leq r \leq 1$. У разі, якщо він близький до 1, мережу називають асортативною, якщо r близьке до -1 – мережа дзасортативна, якщо $r \approx 0$, то мережа є нейтральною щодо асортативності.

У разі, якщо матриця суміжності мережі (A) є відомою, то асортативність за ступенями вузлів можна обчислити за формулою

$$r_{\text{deg}} = \frac{d^T A d - S_2^2 / S_1}{S_3 - S_2^2 / S_1}, \quad \text{де} \quad S_k = \sum_{i=1}^n (\text{deg}_i)^k, \quad (2.17)$$

d є вектор-стовпцем значень ступенів вершин $(d = (\text{deg}_1, \dots, \text{deg}_n)^T$.

Відомо, що більшість мереж реального світу мають значущо виражені властивості щодо асортативності за ступенями вузлів (таблиця 2.2): соціальні мережі асортативні, а технічні та біологічні – дзасортативні.

При цьому важливим є те, що наведені у таблиці 2.2 значення показника асортативності не можна вважати незначущими, близькими до нуля. Як було зазначено у розділі 2.1, більшість мереж реального світу є безмасштабними, тобто такими, що розподіл вершин за кількістю зв'язків є ступеневим (2.1). Такий характер розподілу накладає суттєві обмеження на межі показника асортативності. В роботі [13] показано, що для мереж Барабаші-Альберт (які мають показник скейлінгу $\gamma = 3$) екстремальні значення асортативності мають вид

$$-0.14 \frac{\ln^2(n)}{\sqrt{n}} \leq r_{\text{deg}} \leq 1.4 n^{-1/8}. \quad (2.18)$$

Ці межі є суттєво вужчі, ніж ± 1 (які діють для мережі довільної структури). Більше того, вони звужуються із зростанням розміру мережі (n). Графіки залежностей (2.18) у сукупності з значеннями асортативності мереж реального світу наведені на рисунку 2.12. Звісно, що наведені мережі не є мережами Барабаші-Альберт (бо мають інші показники скейлінгу), проте всі вони є безмасштабними.

Таблиця 2.2 – Типові значення асортативності мереж

	Мережа	Розмір	Асортативність
Соціальні	Співавторство з фізики	52 909	0.363
	Співавторство з математики	253 339	0.120
	Директори компаній	7 673	0.276
	Актори кіно	449 913	0.208
Технічні	World Wide Web	269 504	-0.067
	Мережа електростанцій	4 941	-0.003
Біологічні	Взаємодія білків	2 115	0.156
	Метаболічна мережа	765	-0.240
Штучні моделі	Мережа Барабаші-Альберт	$n \rightarrow \infty$	~ 0

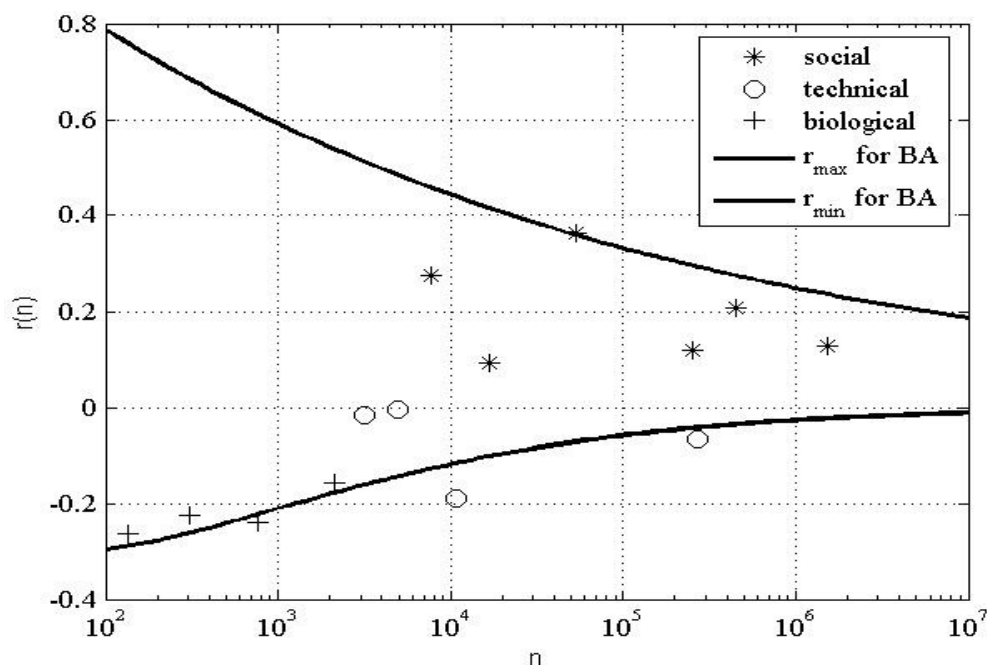


Рисунок 2.12 – Значення асортативності за кількістю зв'язків для типових мереж реального світу

Також відомо [18], що всі штучні моделі складних мереж (не тільки мережі Барабаші-Альберт, та взагалі не тільки моделі безмасштабних мереж) призводять до асимптотично нейтральних мереж, тобто таких, що $\lim_{n \rightarrow \infty} r_{deg} = 0$. У разі, якщо досліднику необхідно отримати асортативну чи дизасортативну мережу, він може застосувати до мережі серію операцій перенаправлення зв'язків (rewiring, рисунок 2.7), обираючи вузли згідно з бажаним напрямом зміни асортативності.

Як було зазначено на початку цього підрозділу, слід розгалужувати асортативність у вузькому сенсі (тобто асортативність за кількістю зв'язків у вузлів) з асортативністю у широкому сенсі, яка вимірює схильність до з'єднання вузлів з подібними собі або з протилежними за іншими характеристиками, ніж ступінь вузла. В даній роботі вузли, окрім ступені, мають іншу важливу характеристику: ігрову стратегію (тобто колір). Ця характеристика є не числовою, а категорійною. Позначимо e_{ij} кількість зв'язків між вузлами категорій (класів) i та j , a_i – кількість зв'язків, початком яких є вузли класу i , b_j – кількість зв'язків, кінцем яких є вузли класу j , s – загальна кількість зв'язків у мережі. Тоді категорійна асортативність обчислюється за формулою

$$r_{cat} = \frac{\sum_i e_{ii} - \sum_i a_i b_i / s}{s - \sum_i a_i b_i / s}, \quad (2.19)$$

де

$$a_i = \sum_j e_{ij}, \quad b_j = \sum_i e_{ij}, \quad s = \sum_{ij} e_{ij} = \sum_i a_i = \sum_j b_j. \quad (2.20)$$

В тому частковому випадку, який розглядається у кваліфікаційній роботі, вузли мають лише дві категорії, тобто ігрові стратегії (сині та червоні). Крім того, зв'язки у мережі розглядаються як неорієнтовані.

Позначимо E_{bb} кількість ребер, обидва кінці яких сині. Відповідно E_{rr} – кількість ребер, обидва кінці яких червоні, а E_{br} – кількість ребер, кінці яких різні. Тоді

$$r_{cat} = \frac{4E_{bb}E_{rr} - E_{br}^2}{(2E_{bb} + E_{br})(2E_{rr} + E_{br})}. \quad (2.21)$$

Наприклад, для мережі на рисунку 2.13.а $E_{bb} = 1$, $E_{rr} = 1$, $E_{br} = 2$. Тоді згідно з (2.21) $r_{cat} = 0$. Для мережі на рисунку 2.13.б (повний граф з 4 вершинами) $E_{bb} = 1$, $E_{rr} = 1$, $E_{br} = 4$, $r_{cat} = -1/3$.

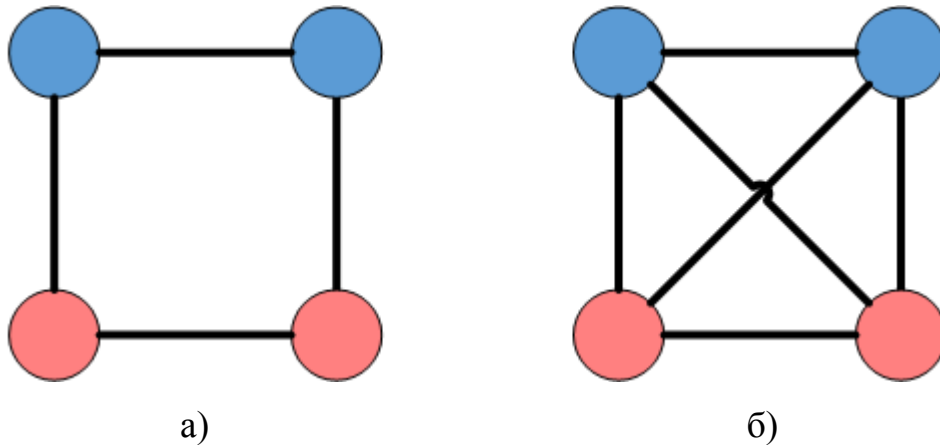


Рисунок 2.13 – Приклад розрахунку категорійної асортативності мереж

Таким чином, для опису схильності вузлів до поєднання з подібними чи протилежними собі використовуються два різних показники асортативності: асортативність за ступенем (2.17) є мірою того, чи тяжіють «багаті» на зв'язки вузли (тобто хаби) до багатих, чи навпаки до «бідних», а категорійна асортативність (2.21) показує схильність вузлів, які застосовують однакову ігрову стратегію, до поєднання між собою, чи з вузлами протилежного кольору.

Варто зазначити, що ці показники асортативності статистично незалежні один від одного, бо стосуються різних характеристик вузлів:

ступені (кількості зв'язків) та ігрової стратегії (кольору).

Якщо початкова мережа генерується як мережа Барабаші-Альберт, а ігрові стратегії вузлів обираються випадково, то обидва показника мають бути в околі нуля (з можливи статистично незначущими відхиленнями). Проте внаслідок розривів та перенаправлення зв'язків в процесі ігрової взаємодії між вузлами показники асортативності можуть (а категорійний має) змінюватись. Дослідження цієї еволюції, так саме як і безпосередньо моделювання цього процесу є предметом досліджень наступного розділу кваліфікаційної роботи.

3 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ РЕКОНФІГУРАЦІЇ БЕЗМАСШТАБНИХ МЕРЕЖ НА ОСНОВІ ІГРОВОЇ МОДЕЛІ ВЗАЄМОДІЇ МІЖ ВУЗЛАМИ

3.1 Обґрунтування вибору програмного середовища

Для реалізації практичної частини дослідження було обрано середовище Matlab версії R2019b (9.7.0.1190202).

MatLab (скорочення від Matrix Laboratory) це програмне середовище для вирішення завдань наукових та інженерно-технічних обчислень. Воно містить вбудовану мову програмування, середовище розробки, відлагодження та візуального моделювання, має потужну бібліотеку модулів (toolbox'ів) та розвинену демонстраційно-довідкову систему.

Matlab був започаткований наприкінці 1970-х років в Університеті Нью-Мексико. На той момент основні бібліотеки програм для наукових обчислень (Linpack, Eispack та багато інших) були написані на мові програмування Fortran, проте сама ця мова вважалася незручною та дуже застарілою. Відповідно розробники Matlab запропонували нову, більш зручну на просту для вивчення, мову програмування, зберігши можливість використання Фортран-бібліотек. Незабаром нова мова поширилася серед інших університетів і була з великим інтересом зустрінута вченими, інженерами та студентами. У 1984 р. розробники зробили новий потужний крок: вони переписали код інтерпретатора Матлаб з Фортрану на С, що дало змогу суттєво покращити обчислювальну ефективність нової мови. Тоді ж була заснована компанія «The MathWorks Inc.», яка й до теперішнього часу підтримує, оновлює та супроводжує Матлаб, а також є розробником інших споріднених програмних продуктів (Simulink, Stateflow, Polyspace).

Важливою особливістю Матлаба як мови програмування є його інтерпретованість: вихідний код програми аналізується та виконується не цілком, а по рядках; кожен рядок окремо. Ця властивість є дуже важливою

саме для вчених, інженерів та студентів, оскільки дає змогу створювати, відлагоджувати та модифікувати програми покроково, експериментуючи в пошуках правильного методу оброблення даних. Після кожного кроку (рядка чи структури `if` або `while` чи `for`) користувач може побачити результат (тобто значення змінних), пересвідчитись, що цей результат його задовільняє та перейти до наступного кроку. Або відкорегувати код поточного рядка та повторно його виконати.

Іншою потужною та дуже зручною властивістю Матлабу є слабка (або нестрога) динамічна типизація даних. Це означає відсутність необхідності явно оголошувати змінні та задавати їхній тип, як це робиться в C/C++. В Матлабі тип змінної визначається даними, які в цю змінну присвоюються, інакше кажучи – результатом обчислення правої частини оператора присвоєння. Таким чином користувач (програміст) вивільняється від необхідності завчасно оголошувати типи даних для змінних та слідкувати за дотриманням коректності присвоєвань. Замість цього Матлаб у разі необхідності сам створює змінні необхідних типів та асоціює їх з користувацькими іменами так, що у будь який момент часу будь яка змінна містить ті дані, які були в неї завантажені останніми.

Більше того, тип даних вхідного параметра функції не вказується у її заголовку, а цілком визначається типом даних фактичного параметру, який передається у функцію під час виклику. Так саме й тип даних вихідних параметрів функції визначається виключно у тілі самої функції, а не в тому скрипті з якого функцію викликають. Зазначений підхід суттєво спрощує реалізацію перекриття функцій.

Третьою важливою та потужною особливістю Матлабу є векторизація циклів. Від самого початку свого існування Матлаб був налаштований на якомога ефективнішу обробку одно- та двовимірних масивів (векторів та матриць). Цей факт відображений навіть у назві цієї мови програмування: «MAT» означає саме *matrix*, тобто матрицю, а не «*mathematics*», як вважають деякі невігласи. Одним з проявів цього підходу є вбудована

векторизація звертань до стандартних математичних функцій. Так, у практиці програмування дуже часто з'являється необхідність обчислення якоїсь функції (наприклад, $\sin(x)$) не для одного скалярного елементу x , а для елементів вектору $(x_i, i = 1, \dots, n)$, чи матриці $(x_{ij}, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n)$. В звичайній мові програмування (такий як C, C++, Java) програміст повинен буде самотійно написати цикл `for`, в якому до кожного елементу застосувати функцію (`y[i]=sin(x[i])`). У Матлабі ж аргументом будь яких стандартних математичних функцій може бути масив довільної розмірності та розміру. Під час виконання команди `y=sin(x)` Матлаб застосовує функцію до кожного елементу масиву x , повертаючи вихідний масив такої ж розмірності та розміру, як і x .

Іншим розповсюдженим різновидом функцій є функції «вектор-скаляр», тобто такі, що зазвичай мають векторний вхід та скалярний вихід. Наприклад, `max`, `sum` та інші подібні. У Матлабі вони також векторизовані. Це проявляється в тому, що вони можуть застосовуватись до масивів довільної розмірності. Якщо вхідний масив має два, три і т.д. виміри, то подібні функції застосовуються вздовж першої розмірності (стовпця) та повертають масив, який має розмірність на одиницю менше, ніж вхідний. Наприклад, якщо x – це матриця, то `sum(x)` поверне вектор-рядок, кожен елемент якого є сумою відповідного стовпця матриці x .

Іншим засобом векторизації є узагальнення індексації масивів до рівня зрізів: у Матлабі індексом може бути не лише скалярне значення (або відповідна змінна), але й одновимірний масив, тобто перелік всіх потрібних індексів. Наприклад, `x[5:10]`. Такі підмасиви називаються зрізами.

Ще одним важливим засобом векторизації є векторизація порівнянь: результат операції порівняння масива з константою (наприклад, `x<10`) є масивом такої ж конфігурації (тобто розмірності та розміру), що й вхідний масив x . Елементами результуючого масиву є значення `TRUE` та `FALSE`. Якщо масиви x та y мають однакову конфігурацію, то їх можна порівнювати

й між собою ($x \leq y$).

Взагалом, векторизація не тільки суттєво спрощує процес програмування та скорочує обсяг тексту програм, а й дає змогу суттєво підвищити ефективність обчислень. Це зумовлене тим, що вбудовані векторизовані звертання до масивів реалізовані з високим рівнем оптимізації за швидкістю, тому векторизоване звертання типу $y = \sin(x)$ виконується у сотні разів швидше, ніж написаний програмістом-користувачем Матлабу цикл з перебором елементів та засосуванням окремо до кожного потрібної функції.

Значущість та важливість векторизації відображена у девізі Матлабу «Think vectorized!» (думай векторно).

Однією з найяскравіших властивостей Матлабу є потужні засоби візуалізації даних. Як одновимірних масивів (`plot`, `ezplot` та ін.), так і поверхонь (`surf`, `mesh`, `contour`), а також векторних полей, гістограм, ступінчастих діаграм та багатьох інших видів графіків. Візуалізація даних у Малабі є, поперше, простою у користуванні: наприклад, для побудови найпростішого графіка залежності $f(x)$ (де x та f – вектори однакового розміру) достатньо ввести команду `plot(x, f)`; все інше (створення вікна, побудова вісей, сітки, масштабування, обрання стилів та кольорів ліній, маркерів та інших елементів графіка) робить само середовище у відповідності до налаштувань за замовчуванням. В той же час, користувач має змогу програмно змінити необхідні йому налаштування для конкретного графіка, задаючи додаткові параметри функції `plot`.

Другою привабливою рисою графічної системи Матлаб є можливість редагування побудованих графіків. Так, дуже часто неможливо заздалегідь передбачити як будуть сполучатись між собою графіки, побудовані в спільних вісях лініями різного кольору, товщини, стилю, з маркерами чи без і таке інше. Більш того, користувачеві можуть знадобитись різні варіанти оформлення одних й тих самих графіків (наприклад, кольоровий та чорно-білий варіанти, великомасштабний та компактний тощо). В таких випадках

користувач може побудувати базовий варіант графіка, а потім в режимі редагування змінювати будь-які його налаштування, спостерігаючи за результатом та підбираючи таким чином параметри візуалізації. Звісно, що отримані графіки можна зберігати як у «рідному» матлабівському форматі `fig` (що дає змогу потім відкрити такий файл та відновити його редагування), так і у багатьох стандартних графічних форматах (`jpeg`, `png`, `bmp`, `tiff` тощо).

Варто зазначити, що Матлабівський стиль графіків став де-факто стандартом графічної візуалізації даних, якого дотримуються (чи прагнуть) розробники інших програмних продуктів.

Дуже важливою рисою Матлабу є наявність великої кількості бібліотек (`toolbox`'ів), які розширюють його функціональність. Вони є колекцією функцій, написаних мовою Матлаб для вирішення певного класу спеціалізованих задач. Користувач може створювати власні `toolbox`'и та користуватись великою кількістю таких, що входять у комплект поставки. Прикладами стандартних `toolbox`'ів є:

- пакети цифрової обробки сигналів, зображень та даних: `DSP Toolbox`, `Image Processing Toolbox`, `Wavelet Toolbox`, `Communication Toolbox`, `Filter Design Toolbox`;

- пакети для розробки та аналізу системи управління: `Control Systems Toolbox`, `Robust Control Toolbox`, `System Identification Toolbox` та інші;

- пакети для аналізу фінансових даних: `GARCH Toolbox`, `Financial Time Series Toolbox`, `Financial Toolbox`, `Datafeed Toolbox`;

- пакети збору та аналізу експериментальних даних у реальному часі з підтримкою широкого спектру наукового та інженерного вимірювального обладнання: `Data Acquisition Toolbox`, `Image Acquisition Toolbox`, `Instrument Control Toolbox`, `Link for Code Composer Studio`;

- інструменти роботи з базами даних: `Database Toolbox`;

- наукові та математичні пакети: `Bioinformatics Toolbox`, `Curve Fitting Toolbox`, `Optimization Toolbox` та інші;

- бібліотеки функцій у галузі штучного інтелекту: нейронні

мережі (Neural Network Toolbox), нечітка логіка (Fuzzy Logic Toolbox), генетичні алгоритми (Genetic Algorithm and Direct Search Toolbox) та інші;

- інструменти для символічних обчислень: Symbolic Math Toolbox;
- та багато інших.

Зручною рисою матлабу є його середовище (рисунок 3.1). Користувач може вводити команди у командному вікні (Command Window).

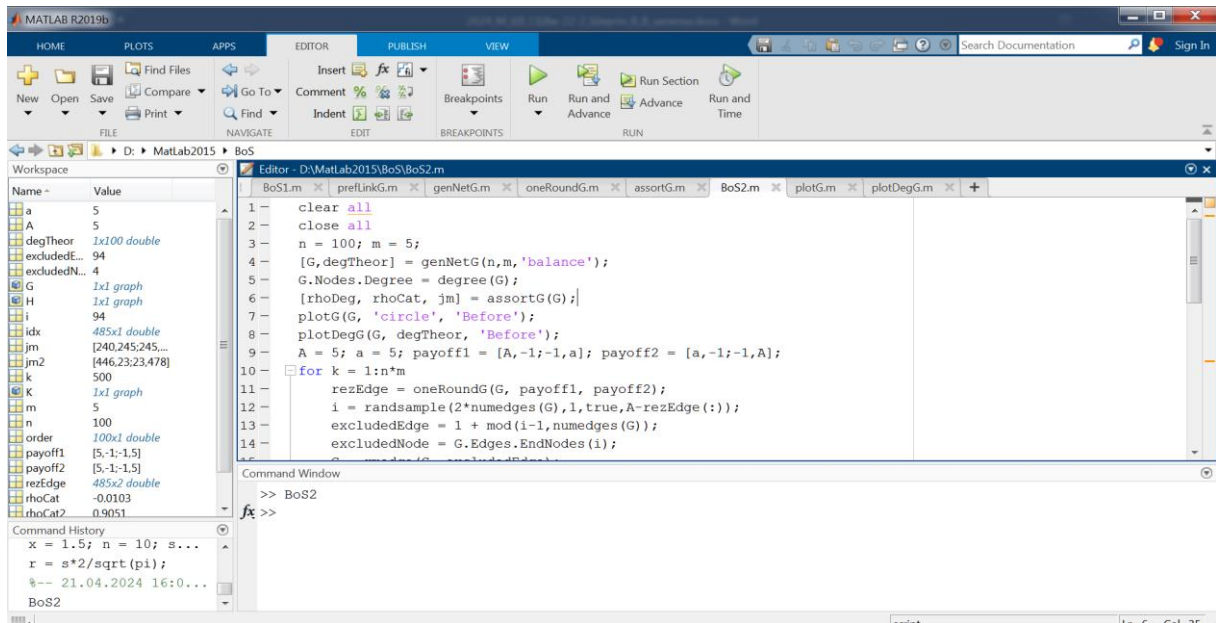


Рисунок 3.1 – Приклад зовнішнього вигляду вікна MatLab

Введені команди інтерпретуються, виконуються, та у результаті створюються або модифікуються змінні. Перелік всіх наявних на поточний момент змінних (масивів), їхні розмірності та розміри, типи елементів, а також безпосередні значення скалярних змінних, можна бачити у вікні Workspace. У разі необхідності можна у цьому вікні вручну створити чи видалити змінну, подивитись значення, відредагувати, побудувати графік, завантажити чи зберегти окрему змінну або всі змінні. Історія команд доступна у вікні Command History. Користувач може виконати будь яку з них повторно, або скопіювати її текст. У вікні Editor знаходяться тексти (скрипти) програм (функцій), які користувач створює та запускає на

виконання. Середовище містить зручні засоби покрокового відлагодження та профілювання програм.

Вагомою рисою Матлабу є гарна документованість, зручна довідкова система та наявність великої кількості demo-прикладів.

Головним недоліком Матлабу є ліцензійність цього програмного забезпечення. Саме через це Матлаб суттєво втрачає свої позиції на користь мови Python (та відповідних середовищ). Python, так само як і MatLab, є інтерпретованою мовою, має динамічну типізацію, підтримує векторизацію. Графічне виведення Python імітує (як за зовнішнім виглядом графіків, їх стилями, та і за набором функцій та їх параметрів) відповідні графічні засоби Матлаб. Значна частина функціоналу тулбоксів Матлабу реалізована у бібліотеках Python, при цьому ці Python-бібліотеки оновлюються швидше, ніж відповідні тулбокси Матлаб.

Проте, суто для дослідницьких цілей, які поставлені у кваліфікаційній роботі, функціонал Матлабу є більш ніж достатнім, а зручність середовища, графічної та довідкової систем є вагомим аргументом на користь обраної мови та середовища програмування.

3.2 Програмна реалізація гри «Сімейна суперечка» на вузлах безмасштабних мереж

Першою задачею, яка була розглянута та розв'язана у роботі, була програмна реалізація процедур генерації безмасштабних мереж призначення стратегій гравцям-вузлам та безпосереднє проведення гри «сімейна суперечка» на вузлах безмасштабних мереж.

У ядрі Матлабу, починаючи з версії R2014b, реалізовані нові типи даних: об'єкти таблиця та граф. Відповідно, функція побудови графіків `plot` адаптована до візуалізації графів. Об'єкт `graph` має обов'язкові властивості `Nodes` (вузли) та `Edges` (ребра). Крім того, користувач може додати додаткові поля. Поле `Nodes` у найпростішому випадку є

таблицею (одновимірним масивом) імен вузлів. Проте, користувач може задавати необхідні йому додаткові властивості вузлів (вагу, колір тощо). Поле `Edges` є списком ребер (таблицею, полем якої є масив розміром $E \times 2$ з іменами вузлів). Користувач також може додати додаткові поля властивостей ребер (наприклад, вагу). Об'єкт `graph` може створюватись на підставі списку ребер графу, або його матриці суміжності, або таблиць з властивостями вузлів та ребер, як підграф іншого графу, та іншими способами.

Генерація мережі Барабаші-Альберт реалізована у бібліотечній функції `genBA(n, m)`, яка приймає на вхід кількість вузлів мережі (n) та мінімальну кількість зв'язків у вузла (m), а повертає список ребер створеної мережі. Варто зазначити, що правило переважного приєднання (2.3), яке лежить в основі алгоритму побудови цієї мережі, програмно реалізується дуже просто. Якщо представити список ребер у вигляді одновимірного масиву, то ступінь вузла дорівнює кількості входжень його номеру у цей масив. Таким чином, якщо обрати існуючий вузол (до якого слід приєднати новий вузол) як випадковий елемент цього одновимірного масиву, то ймовірність обрання кожного з існуючих вузлів буде відповідати правилу переважного приєднання.

Функція `genNetG(n, m, classType)` викликає функцію `genBA`, після чого створює з отриманого списку ребер об'єкт типу `graph` та призначає додаткові властивості вузлів: стратегію (1 чи 2) та колір. Колір вузла визначається виключно його стратегією: 1 відповідає синій, 2 – червоний. Призначення стратегій може виконуватись трьома способами, згідно з вхідним параметром `classType`, який може приймати значення `random` (діє за замовчуванням), `balance` або `updown`. У режимі `random` стратегії вузлів обираються випадково (1 або 2 рівноймовірно). У режимі `balance` відбувається балансування синіх та червоних вузлів за сукупною кількістю зв'язків. Вузли сортуються (за спаданням) за їхнім ступенем, перший вузол стає синім, другий червоним і так далі. В результаті

приблизно половина вузлів стають синіми і водночас вони мають приблизно половину від сумарної кількості зв'язків мережі. Приклад згенерованої мережі показаний на рисунку 3.2. У режимі updown призначення стратегій здійснюється так, що перші (приблизно чверть) за ступенем вузли стають синіми, а інші («бідні» на зв'язки) – червоними. При цьому кожна з цих «партій» (як і у режимі balance) контролює приблизно половину від загальної сукупності зв'язків.

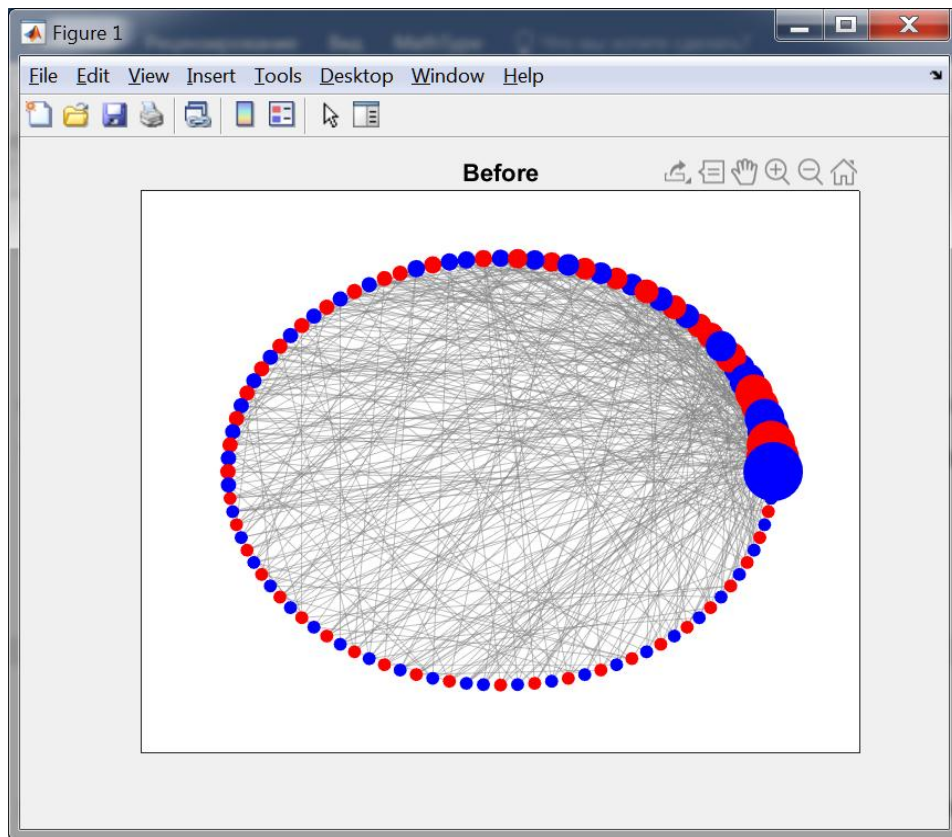


Рисунок 3.2 – Приклад мережі, згенерованої у режимі balance

На рисунку 3.2 показаний приклад мережі Барабаші-Альберт з $n = 100$ вузлів та параметром $m = 5$, розподіл стратегій гравців у якій відповідає режиму balance. Розмір вузла на графіку є пропорційним до його ступеня. Ранговий розподіл вузлів за ступенями показаний на рисунку 3.3. Зеленою лінією показаний теоретичний вигляд цього розподілу.

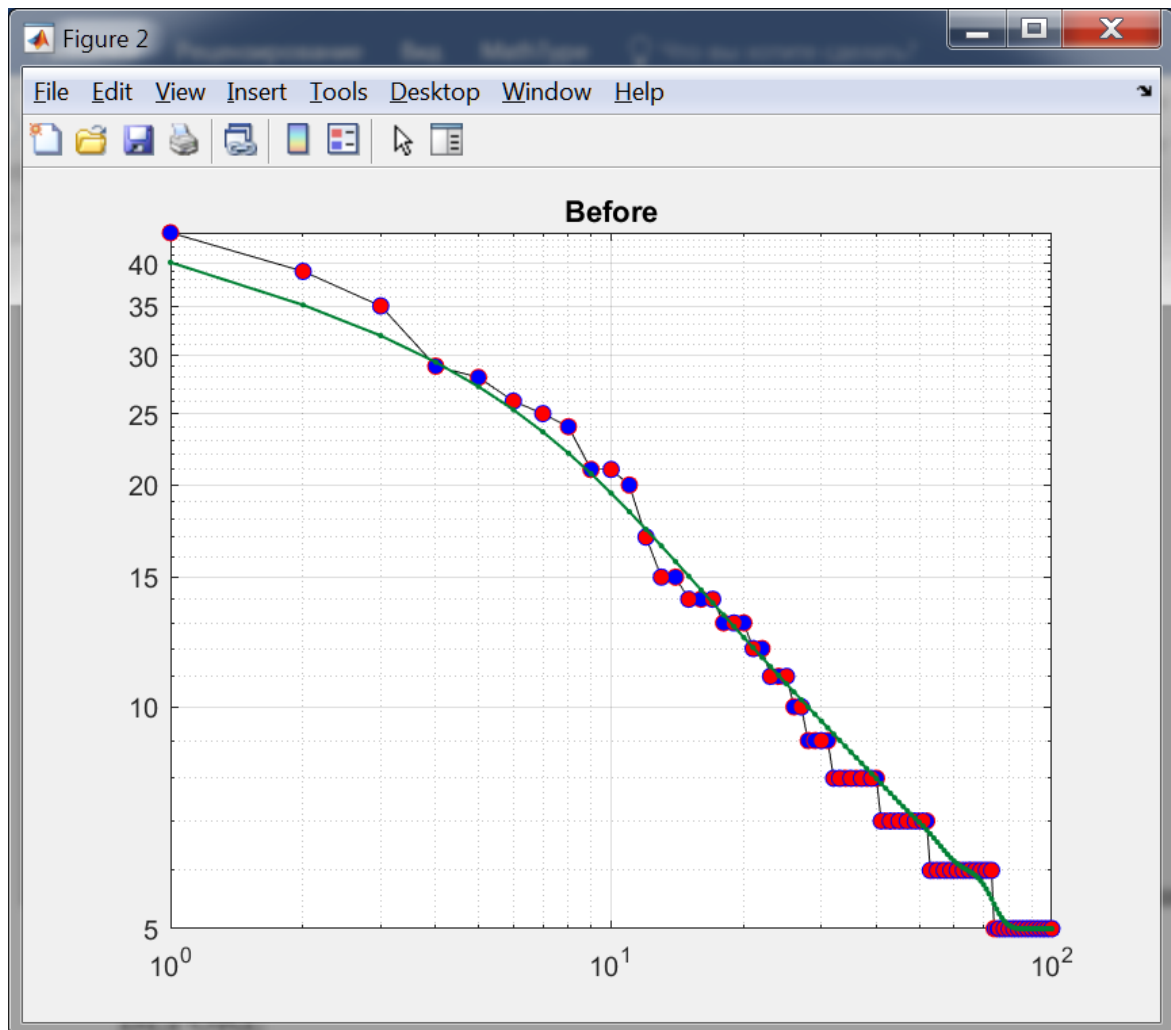


Рисунок 3.3 – Ранговий розподіл вузлів мережі за ступенями

Розіграш одного раунду гри «сімейна суперечка» реалізований у функції `oneRoundG(G, payoff1, payoff2)`, вхідними параметрами якої є граф мережі та платіжні матриці першого та другого гравців (рисунок 1.1). Ця функція перебирає список ребер мережі та для кожного проводить розіграш, вважаючи перший вузол кортежу першим гравцем, а другий – другим. Результатом роботи цієї функції є матриця `rezEdge`, структура якої співпадає з списком ребер (тобто $E \times 2$), а елементи дорівнюють результату відповідного гравця-вузла у поточній парній грі. Потім, у разі необхідності, можна агрегувати отримані результати парних ігор за номерами вузлів та отримати сумарні виграші/програші для кожного з вузлів.

3.3 Реконфігурація безмасштабних мереж на основі ігрової моделі взаємодії між вузлами

За результатами кожного раунду гри (між всіма парами гравців згідно з списком ребер) виявляється, що деякі зв'язки є збиткові для обох гравців, чи одного з них. Як було зазначено в розділі 2 кваліфікаційної роботи, цю ситуацію можна використати як механізм для переналаштувань зв'язків. Згідно з (2.11) визначається «міра незадоволеності вузла» поточним зв'язком як різниця між максимально можливим результатом (W) та фактичним (W або V або -1), який міститься у матриці `rezEdge`.

Отримані різниці використовуються як вагові коефіцієнти під час випадкового обрання одного з вузлів – вузла `exNode`, який виступає в якості ініціатору розриву зв'язку. Сам цей зв'язок видаляється. В роботі застосовувались значення $W = 5$, $V = 3$, отже, ймовірність розриву зв'язку з вузлом іншого кольору втричі більше, ніж у разі незадоволення вузлом свого кольору.

В якості методу реконфігурації зв'язків застосовувалась процедура заміщення одного з кінців зв'язку (рисунок 2.8) – протилежного вузлу `exNode`. Як було зазначено, така процедура не зберігає незмінними ступені вузлів, що може призвести до утворення ізолюваних вузлів. Проте, сукупна кількість зв'язків у мережі залишається незмінною. Саме через це, а також через природність та наочність цього методу, був обраний саме він.

Згідно з основною парадигмою мереж Барабаші-Альберт, новий «сусід-партнер» вузла `exNode` обирається за правилом переважного приєднання (що реалізується викликом функції `prefLinkG(G, exNode)`). Ця функція також контролює відсутність дублювання зв'язків. При цьому колір (стратегія) нового сусіда не береться до уваги під час його вибору. Таким чином, зміна партнера може виявитись вдалою для ініціатора (`exNode`), а може навпаки погіршити його виграш. Так само, новий зв'язок може виявитись вигідним для нового партнера, або ні.

На рисунку 3.4. показана мережа (та, що була на рисунку 3.2) після 500 кроків реконфігурації (тобто в середньому кожен з 485 зв'язків був розірван один раз та вузол-ініціатор розриву випадковим чином обрав собі нового сусіда за правилом переважного приєднання).

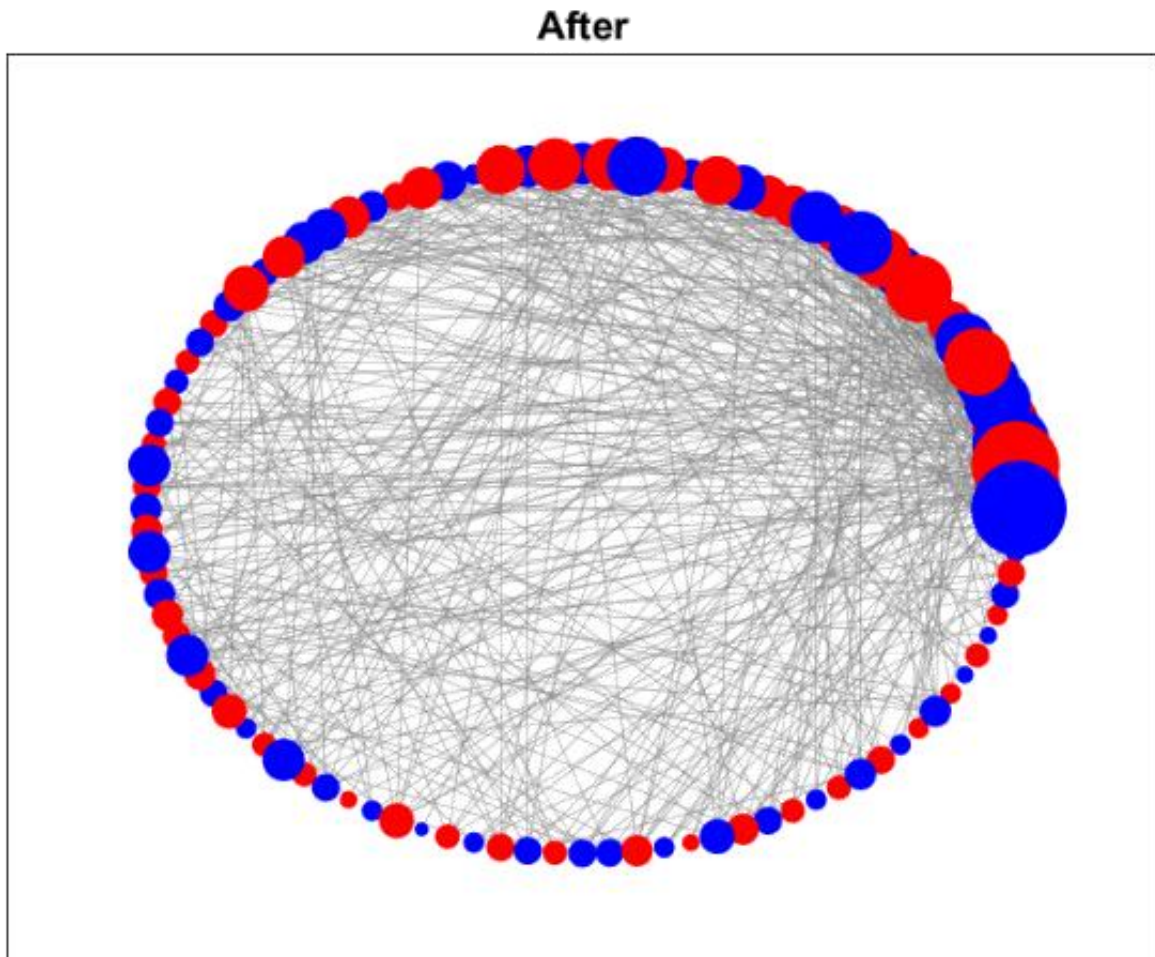


Рисунок 3.4 – Безмасштабна мережа після 500 кроків реконфігурації

Візуально можна бачити, що деякі з вузлів збільшили свій ступінь, а деякі – зменшили. Проте, якщо побудувати ранговий розподіл вузлів за ступенями (рисунок 3.5), то можна бачити, що він не змінився (у порівнянні з первісним, рисунок 3.3), тобто мережа залишилась безмасштабною. Її показник скейлінгу також не змінився.

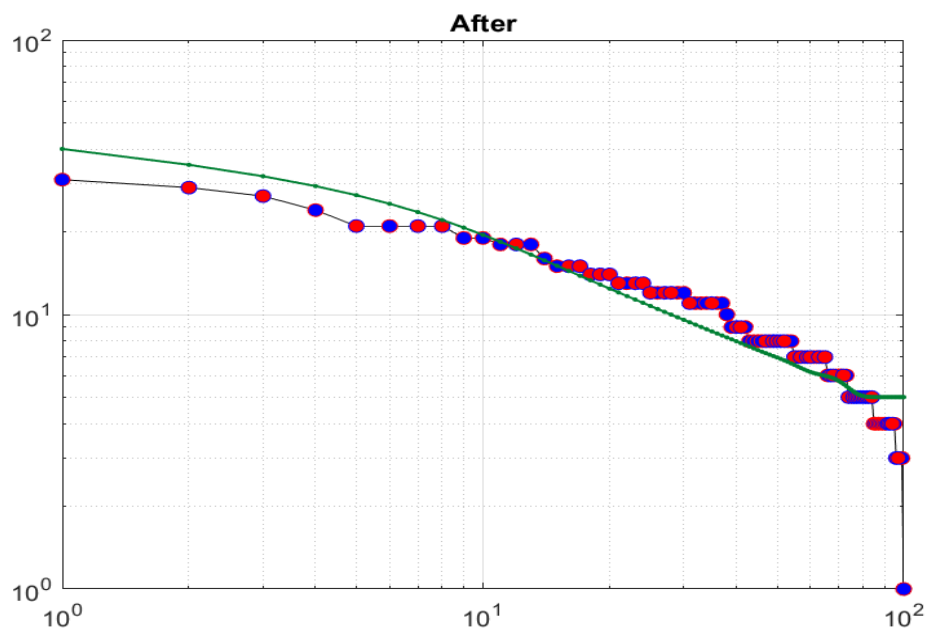


Рисунок 3.5 – Ранговий розподіл вузлів мережі після реконфігурації

Якщо відсортувати вузли спочатку за стратегією (кольором), а вже потім за ступенем, то можна бачити, що вузли кожного класу розподілені за ступеневим законом (рисунок 3.6).

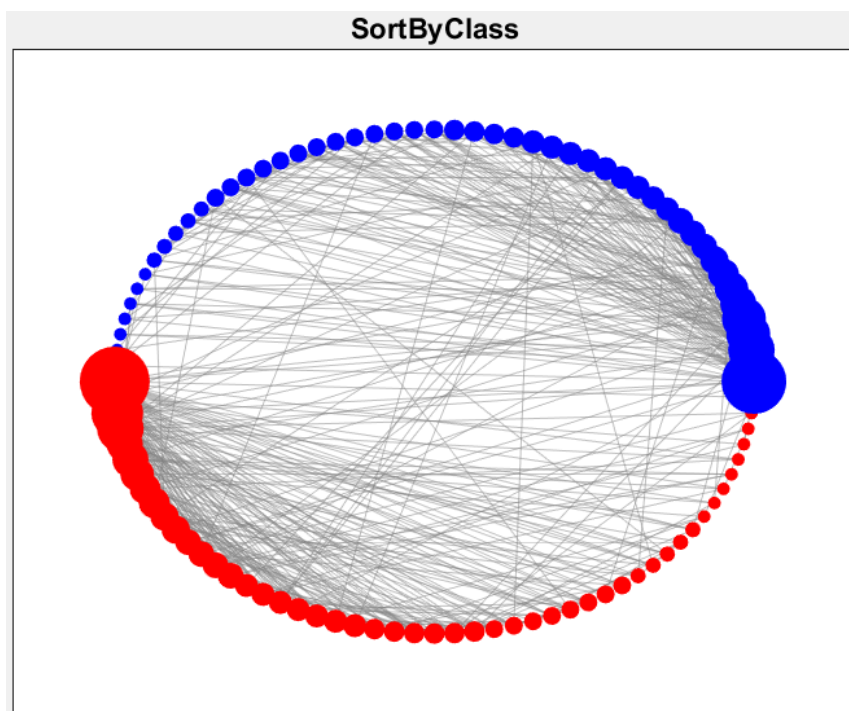


Рисунок 3.6 – Реконфігурована мережа, вузли якої впорядковані за класом

На цьому ж рисунку 3.6 можна бачити, що вузли кожного з класів виявились з'єднаними переважно з вузлами свого класу. Особливо це помітно для вузлів-хабів. Як було визначено під час теоретичного аналізу у попередньому розділі, числовою мірою, яка вимірює схильність або несхильність вузлів до поєднання з собі подібними, є показник асортативності. При цьому слід розрізняти асортативність за ступенем r_{deg} (2.17) та за категорією (класом, стратегією, тобто кольором), r_{cat} (2.21).

Первісно (тобто до реконфігурації) асортативність мережі за ступенем становила $r_{deg} = -0.0904$. Після реконфігурації ступенева асортативність стала дорівнювати $r_{deg} = -0.0711$. Можна зазначити, що обидва ці значення з прийнятною точністю відповідають теоретичному значенню цього показника для мережі Барабаші-Альберт, яке дорівнює нулю. Таким чином, можна зробити висновок, що реконфігурація мережі не впливає на асортативність за ступенем вузлів.

А от щодо асортативності за класом (2.21), то вона змінилась дуже суттєво: первісно вона становила $r_{cat} = -0.0103$, тобто дорівнювала нулю у межах статистичної похибки, а після реконфігурації стала дорівнювати $r_{cat} = 0.9010$. Таке значення свідчить, що 90% зв'язків у мережі поєднують між собою вузли однакового класу та лише 10% з'єднують між собою вузли різних класів. Ця еволюція наочно продемонстрована на рисунку 3.7.

	blue	red	Σ			blue	red	Σ
blue	240	245	485	→	blue	454	24	478
red	245	240	485		red	24	468	492
Σ	485	485	970		Σ	478	492	970

Рисунок 3.7 – Еволюція матриці зв'язків між класами вузлів

Первісно 120 ребер (тобто 240 зв'язків) поєднували між собою сині вузли з синіми, також 120 – червоні з червоними, та 245 ребер – сині з червоними. Після реконфігурації ці ж 485 ребер (або 970 зв'язків) були

розподілені кардинально по-іншому: 454 зв'язків між синіми, 468 між червоними та лише 48 – між різнокольоровими.

Ще однією ілюстрацією розпаду мережі на два кластери є візуалізація матриці суміжності (рисунок 3.8).

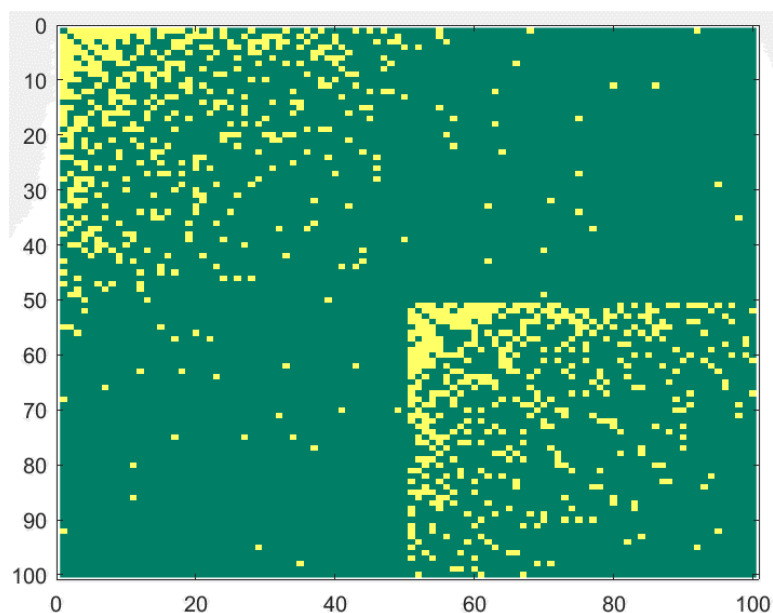


Рисунок 3.8 – Матриця суміжності мережі після реконфігурації

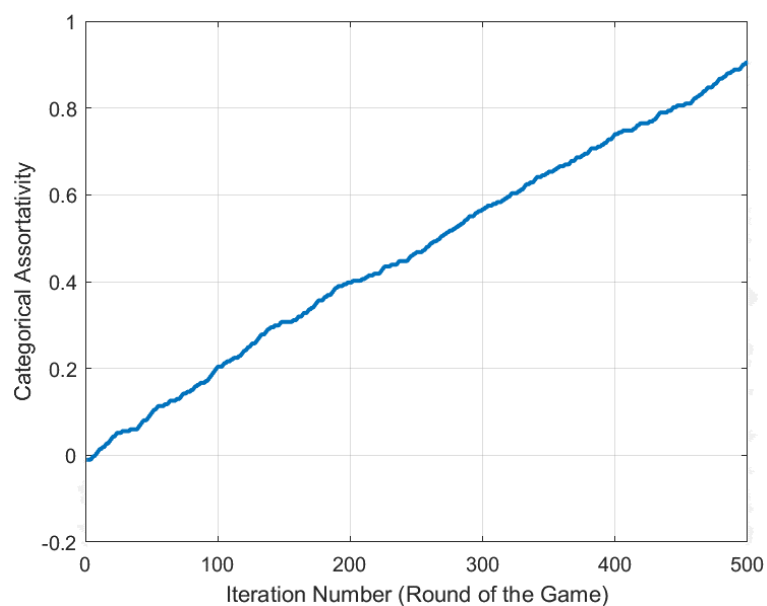


Рисунок 3.9 – Залежність категорійної асортативності мережі від кількості раундів гри

Таким чином, за результатами моделювання було встановлено, що за умов впертості гравців (тобто незмінності обраних ними стратегій) мережа прямує до дводольної структури, тобто розгалужується на два кластери, слабо зв'язані між собою. Еволюція цього процесу, тобто залежність показника категорійної асортативності від кількості раундів гри, показана на рисунку 3.9. З цього графіку можна бачити, що процес кластеризації відбувається монотонно з постійною швидкістю.

В роботі було також проведено дослідження впливу алгоритму початкового розподілу стратегій гравців на процес реконфігурації мережі. Досліджувалась мережа Барабаші-Альберт з $n = 200$ вузлів та параметром $m = 3$ (що відповідає наявності 594 ребер, тобто 1188 зв'язків). Після створення мережі вузли були відсортовані за ступінню та першим 45 з них була призначена перша стратегія (синя), а іншим – друга (червона). Початковий вигляд мережі показаний на рисунку 3.10.

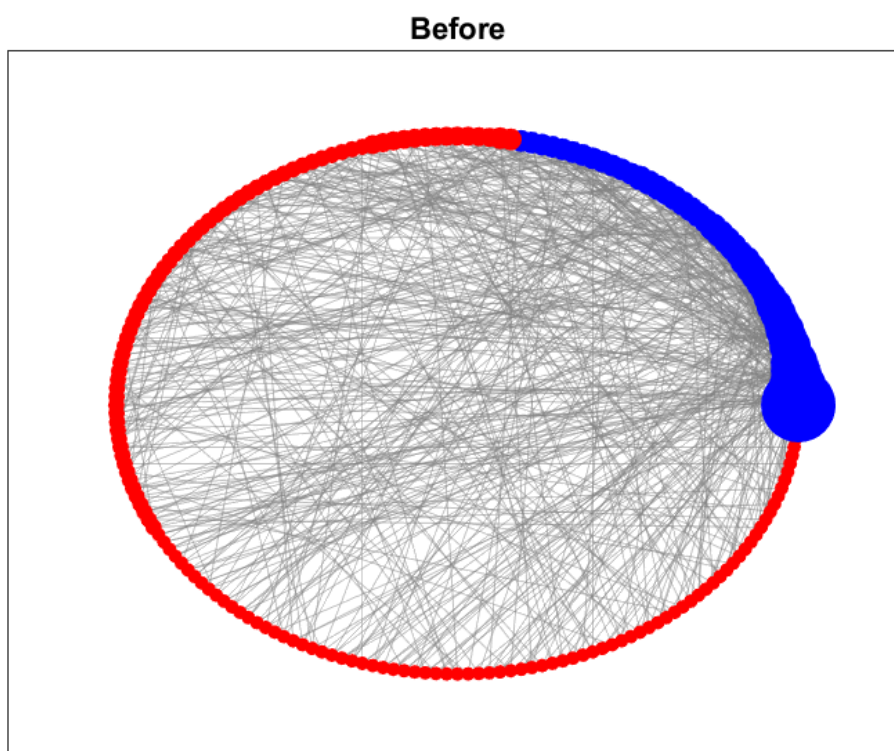


Рисунок 3.10 – Початкова мережа з «blueup»-розподілом стратегій вузлів

Після 780 раундів реконфігурації мережа повністю розділилась на два окремі кластери ($r_{cat} = 1$). При цьому відбувся перерозподіл зв'язків (рисунок 3.11), але ступеневий характер цього розподілу зберігся. Матриця суміжності кінцевої мережі показана на рисунку 3.12.

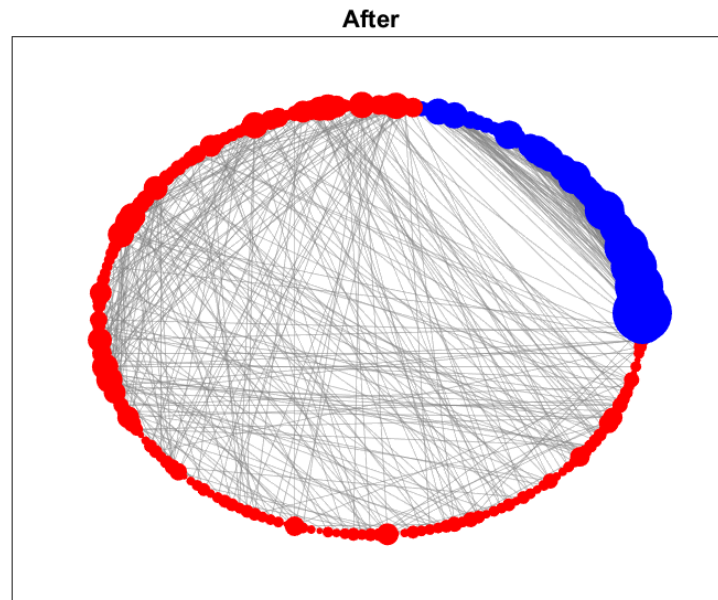


Рисунок 3.11 – Реконфігурована мережа з «blueup»-розподілом стратегій вузлів

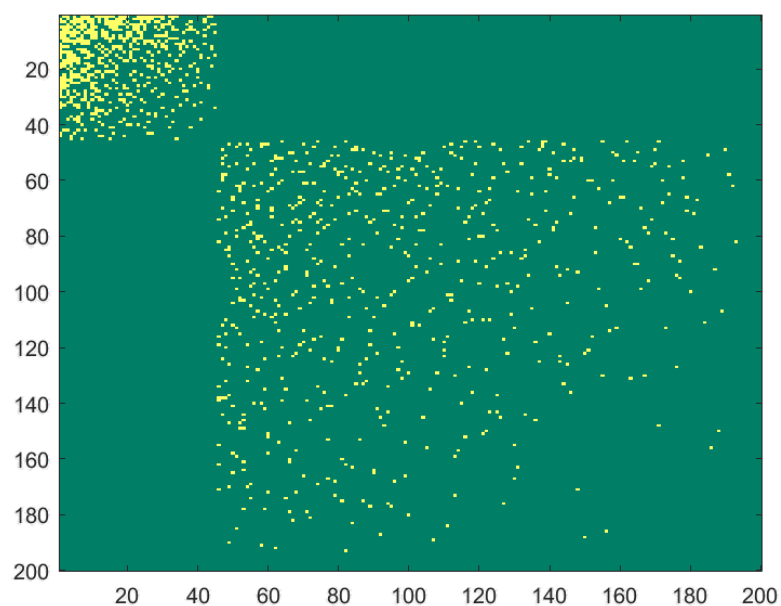


Рисунок 3.12 – Матриця суміжності мережі «blueup» після реконфігурації

ВИСНОВКИ

Предметом теорії ігор є моделі прийняття рішень багатьма учасниками (гравцями) в умовах протилежності, або неспівпадіння цілей. Ігрові моделі є природними для аналізу мультиагентних середовищ. Широке розповсюдження інтелектуальних агентів з елементами штучного інтелекту обумовлює актуальність обраної теми.

В роботі досліджувався випадок, коли конфігурація зв'язків між гравцями утворює мережеву структуру. Відомо, що значна частина мереж реального світу є безмасштабними. Таким чином, предметом досліджень була еволюція структури зв'язків безмасштабних мереж внаслідок взаємодії між вузлами за ігровою моделлю.

В якості такої моделі використовувалась гра «Сімейна суперечка» (або «Battle of Sexes»). Вона є простим прикладом біматричної гри, яка має дві рівноважні ситуації, які також є й Парето-оптимальними, проте не є рівнозначними (взаємозамінними) з точки зору гравців: першому гравцю вигіднішою є перша стратегія, а другому – друга. В роботі проведено аналіз гри та запропоновано використати цю ігрову модель як підставу для реконфігурації мереж шляхом розриву зв'язка, який є невідповідним для одного з гравців та заміни «незручного» вузла-партнера на іншого.

Під час виконання роботи було здійснено програмну реалізацію генерації безмасштабної мережі, призначення стратегій гравцям, проведення гри між всіма парами пов'язаних вузлів та перенаправлення зв'язку за результатами раунду гри. Проведено експериментальні дослідження щодо еволюції структури зв'язків мережі. Основні результати опубліковано на конференціях [22], [23].

Визначено, що за умов впертості гравців мережа прямує до дводольної структури, тобто розгалужується на два кластери. Дослідження механізму підлаштування стратегій гравців через поступку та сумісної дії підлаштування та реконфігурації зв'язків є перспективним напрямком подальших досліджень.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Бартіш М. Я., Дудзяний І. О. Дослідження операцій. Ч.3. Ухвалення рішень і теорія ігор. Львів: Вид. центр ЛНУ, 2009. 277 с.
2. Бартіш М. Я., Роман Л. Л. Теорія ігор. Львів: Вид. центр ЛНУ, 2005. 120 с.
3. Корнієнко В. О., Денисюк С. Г., Шиян А. А. Теорія некооперативних ігор. Моделювання процесів у політико-комунікативному просторі: монографія. Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2009. С. 8–16.
4. Яцько О. М., Томка Ю. Я. Дослідження операцій та теорія ігор: навч.-метод. посіб. Чернівці: Технодрук, 2023. 392 с.
5. Axelrod R., Hamilton W. D. The Evolution of Cooperation. *Science*. 1981. P. 1390–1396.
6. Nowak M. A., May R. M. Evolutionary games and spatial chaos. *Nature*. 1992. Vol. 359, no. 6398. P. 826–829. URL: <https://doi.org/10.1038/359826a0> (date of access: 27.03.2024).
7. Newman M.E.J. Power laws, Pareto distributions and Zipf's law. *Contemporary Physics*. 2005. 46(5). P.323–351.
8. Dorogovtsev S. N., Mendes J. F. F. Evolution of Networks: From Biological Networks to the Internet and WWW. Oxford, USA: Oxford University Press, 2003. 280 p.
9. Newman M. E. J. The Structure and Function of Complex Networks. *SIAM Review*. 2003. Vol. 45, no. 2. P. 167–256.
10. Barabási A.-L., Albert R. Emergence of Scaling in Random Networks. *Science*. 1999. Vol. 286, no. 5439. P. 509–512.
11. Albert R., Barabasi A.-L. Statistical mechanics of complex networks. *Rev. Mod. Phys.* 2002. V. 74. P. 42–97.
12. Shergin V., Chala L. The concept of elasticity of scale-free networks. 2017 4th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications. Science and Technology (PIC S&T), Kharkiv, 10–13

October 2017. 2017. URL: <https://doi.org/10.1109/infocommst.2017.8246392> (date of access: 18.04.2024).

13. Shergin V., Udovenko S., Chala L. Assortativity properties of Barabási-Albert networks. *Data-Centric Business and Applications*. Cham, 2020. P. 55–66. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-030-43070-2_4 (date of access: 18.04.2024).

14. Network robustness and fragility: percolation on random graphs / D. S. Callaway et al. *Physical Review Letters*. 2000. Vol. 85, no. 25. P. 5468–5471. URL: <https://doi.org/10.1103/physrevlett.85.5468> (date of access: 18.04.2024).

15. Broido A. D., Clauset A. Scale-free networks are rare. *Nature Communications*. 2019. Vol. 10, no. 1. URL: <https://doi.org/10.1038/s41467-019-08746-5> (date of access: 20.04.2024).

16. Hassan M. K., Islam L., Haque S. A. Degree distribution, rank-size distribution, and leadership persistence in mediation-driven attachment networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. 2017. Vol. 469. P. 23–30. URL: <https://doi.org/10.1016/j.physa.2016.11.001> (date of access: 20.04.2024).

17. Elastic Scale-Free Networks Model Based on the Mediaton-Driven Attachment Rule / V. Shergin et al. *2020 IEEE Third International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP)*, Lviv, Ukraine, 21–25 August 2020. 2020. URL: <https://doi.org/10.1109/dsmp47368.2020.9204207> (date of access: 20.04.2024).

18. Noldus R., Van Mieghem P. Assortativity in complex networks. *J. Complex Networks*. 2015. Vol. 3. P.507–542.

19. Miękisz J., Mohamadichamgavi J., Łacki J., Phase transitions in the Prisoner's Dilemma game on scale-free networks. *arXiv e-prints*. 2023. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2304.02896>.

20. Shergin V. L., Chala L. E., Udovenko S. G. Explicit estimates of the probabilities of Nash-equilibrium strategies in LUPI game. «Комбінаторні конфігурації та їхні застосування»: Міжнародна науково-практична

конференція, Кропивницький – Запоріжжя, 13–14 Мау 2022.

21. Newman M. Mixing patterns in networks. *Phys. Rev. E*. 2003. Vol. 67.

22. Пономаренко А., Гриньов С., Жигаєв О., Шергін В. Моделювання гри "Обмін наосліп" між вузлами безмасштабних мереж. *Міжнародна науково-практична конференція молодих вчених, аспірантів і студентів «Інформаційні технології в сучасному світі: дослідження молодих вчених»*. Харків, 22–23 лютого 2024 р.

23. Гриньов С. А., Шергін В. В. Реконфігурація структури зв'язків мереж на основі ігрової моделі. *28-й Міжнародний молодіжний форум «Радіоелектроніка і молодь у XXI столітті»*, Харків, 18–19 квітня 2024 р.