

ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЛЬТРУЮЩИХ СВОЙСТВ СИСТЕМЫ ФАЗОВОЙ АУТОПОДСТРОЙКИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ЗАДАЧЕ СИНХРОНИЗАЦИИ ВРЕМЕНИ И ЧАСТОТЫ

Введение

Системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) нашли широкое применение в различных областях радиотехники. Например, частотная модуляция и демодуляция сигналов, умножение и преобразование частоты, формирование опорных колебаний для когерентного детектирования. Система ФАПЧ обладает фильтрующими свойствами и, по сути, является следящим полиномиальным фильтром. Применительно к данной статье система ФАПЧ рассматривается как элемент пассивной системы высокоточной синхронизации времени и частоты [7]. Статья посвящена разработке алгоритма исследования фильтрующих свойств системы ФАПЧ при аналитическом задании ее передаточной характеристики, а также аналитическом или аналого-цифровом представлении входных воздействий.

О применимости системы ФАПЧ для выполнения задач время-частотной синхронизации

Реализация радиоприемных устройств пассивных систем время-частотной синхронизации предполагает использование гетеродинных сигналов, когерентных сигналам синхронизируемых эталонов (стандартов) времени и частоты. В качестве информационного параметра таких систем целесообразно использовать текущее значение фазы сигнала

$$\varphi(t) = \varphi_c(t) + \varphi_n(t), \quad (1)$$

где $\varphi_c(t)$ – закон изменения информативного параметра во времени; $\varphi_n(t) = \int_0^{\tau_c} v(t) dt$ – составляющие фазовых шумов.

Считаем $\varphi_c(t)$ и $\varphi_n(t)$ случайными независимыми величинами. Помеховая составляющая $\varphi_n(t)$ является результатом воздействия многих, в том числе и случайных, факторов, поэтому можно считать, что ее распределение подчинено нормальному закону. В этом случае суммарный сигнал (1) может быть представлен винеровской моделью, уравнение оптимальной фильтрации которой имеет вид [1]

$$\frac{d\hat{\varphi}}{dt} = \frac{D}{D_T} (\hat{\varphi}_T - \hat{\varphi}), \quad (2)$$

где D, D_T – дисперсия результирующего и текущего измерения; $\hat{\varphi}_T$ – текущая оценка фазы сигнала.

В общем случае (2) описывает систему с переменными параметрами. При $D = D_{уст}$ (установившемся значении) система становится системой с постоянными параметрами.

Уравнение (2) запишем в виде

$$\frac{d\varphi}{dt} + \frac{D}{D_T} (\varphi - \varphi_T) = 0. \quad (3)$$

Сопоставление этого уравнения с уравнением линеаризованной системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) первого порядка [2]

$$\frac{d\varphi}{dt} + \Omega_y F(\varphi) K(j\omega) = \Omega_n$$

показывает, что в качестве оптимального фильтра в этом случае может использоваться система фазовой автоподстройки частоты (рис. 1) при $\Omega_n = 0$, т. е. при нулевой начальной расстройке частоты.

Представим систему ФАПЧ рис. 1 математической моделью, которая приведена на рис.2 [3], где $\omega_{ог}, \omega_{ГПЧ}$ – частота опорного сигнала и перестраиваемого генераторов; $v(t)$ – флюктуации частоты опорного сигнала; $\Delta\omega_{ГПЧ}(t)$ – флюктуации частоты колебаний перестраиваемого генератора; $S_{ФД}, S_{Г}$ – крутизна дискриминаторной характеристики фазового детектора и частотно-настроечной характеристики генератора; $K_{ФНЧ}(p)$ – передаточная характеристика фильтра нижних частот.

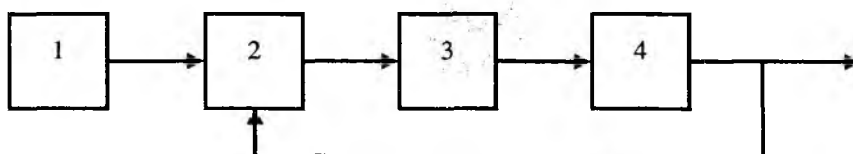


Рис. 1. Структурная схема типовой системы ФАПЧ: 1 – источник опорного сигнала, 2 – фазовый детектор, 3 – фильтр нижних частот, 4 – генератор перестраиваемой частоты

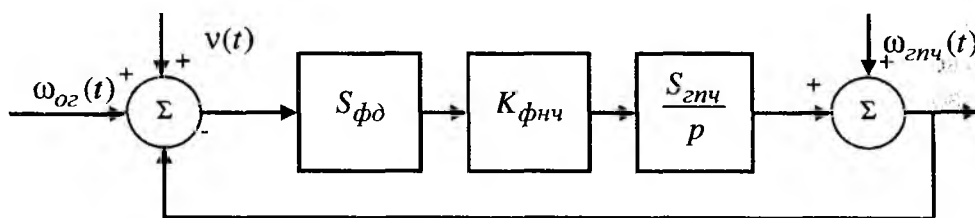


Рис. 2. Математическая модель системы ФАПЧ

При известной спектральной плотности фазовых флюктуаций, приведенных ко входу $S_{фвх}(\omega)$ и выходу $S_{фвх}(\omega)$, спектральная плотность мощности фазовых флюктуаций на выходе системы ФАПЧ определяется выражением [6]

$$S_{фвых}(\omega) = S_{фвх}(\omega) |W(j\omega)|^2 + S_{фвх}(\omega) |E(j\omega)|^2,$$

где $W(j\omega)$ – комплексная передаточная функция по входному воздействию; $E(j\omega)$ – комплексная передаточная функция по ошибке.

Фильтрующие свойства системы ФАПЧ определяются комплексной функцией передачи по входному воздействию $W(j\omega)$, а снижение уровня флюктуаций фазы перестраиваемого генератора характеризуется комплексной функцией передачи по ошибке $E(j\omega)$. При этом

$$W(j\omega) = \frac{R(j\omega)}{1 + R(j\omega)}; \quad (4)$$

$$E(j\omega) = \frac{1}{1 + R(j\omega)}, \quad (5)$$

где $R(j\omega)$ – комплексная передаточная функция разомкнутой цепи.

Принимаем $K_{ФНЧ}(p) = 1$, что соответствует системе ФАПЧ первого порядка. ($R(j\omega) = 1/p$). С использованием соотношений (4), (5) получаем модуль комплексной передаточной функции замкнутой системы ФАПЧ по фазовым флюктуациям перестраиваемого генератора

$$K_{\Phi ГПЧ}(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{\omega\tau}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}. \quad (6)$$

Для фазовых шумов опорного сигнала запишем

$$K_{\Phi ОГ}(\omega) = |E(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}. \quad (7)$$

Из (6) и (7) следует, что система ФАПЧ представляет собой фильтр верхних частот для флюктуаций управляемого генератора и фильтр нижних частот для флюктуаций опорного сигнала. Применительно к математической модели рис. 2 имеем:

$$W(p) = \frac{S_{\Phi Д} S_{ГПЧ} K_{\Phi НЧ}(p)}{p + S_{\Phi Д} S_{ГПЧ} K_{\Phi НЧ}(p)};$$

$$E(p) = \frac{1}{p + S_{\Phi Д} S_{ГПЧ} K_{\Phi НЧ}(p)}.$$

Входные воздействия $\omega_{ОГ}(t)$, $v(t)$, $\omega_{ГПЧ}(t)$, $\Delta\omega_{ГПЧ}(t)$ могут быть заданы в виде их математических моделей либо массивов данных в результате аналого-цифрового преобразования реальных сигналов.

В качестве примера воспользуемся математической моделью опорного сигнала для случая цифрового синтеза гармонического колебания:

$$U(i) = \frac{1}{2^k - 1} \text{ent} \left\{ \cos \left[\frac{2\pi}{2^p} \text{ent} \left(\frac{i2^p}{f_t} f_0 \right) \right] (2^k - 1) \right\}, \quad (8)$$

где $U(i)$ – сформированные выборки опорного сигнала; k – разрядность цифро-аналогового преобразователя; p – разрядность тригонометрического преобразователя; f_t – тактовая частота; f_0 – частота синтезируемого колебания; ent – операция выделения целой части.

Данная математическая модель позволяет учесть ошибки квантования по уровню, обусловленные ограниченностью числа разрядов цифро-аналогового и тригонометрического преобразователей, а также ошибки дискретизации по времени формируемого сигнала.

Описание алгоритмов исследования фильтрующих свойств системы ФАПЧ

Блок-схема алгоритма для исследования влияния флюктуаций опорного генератора на стабильность частоты выходного сигнала приведена на рис. 3.

Согласно (8) определяются амплитудные выборки опорного гармонического сигнала $U(i)$ и в результате дискретного преобразования Фурье (ДПФ) находятся реальные и мнимые части спектральных составляющих сигнала [1]

$$y(m) = \text{Re}\{G(m)\} = \sum_{i=0}^{N-1} \left[u(i) \cos \frac{2\pi mi}{N} + u_{\perp}(i) \sin \frac{2\pi mi}{N} \right],$$

$$x(m) = \text{Im}\{G(m)\} = \sum_{i=0}^{N-1} \left[-u(i) \sin \frac{2\pi mi}{N} + u_{\perp}(i) \cos \frac{2\pi mi}{N} \right],$$

где $m = 0, 1, \dots, N$; N – количество отсчетов ДПФ; $G(m)$ – дискретные гармоники спектра; $u(i)$, $u_{\perp}(i)$ – квадратурные составляющие дискрет сигнала $U(i)$.



Рис. 3. Блок-схема алгоритма для исследования реакции системы ФАПЧ на входное воздействие

Спектр дискретного сигнала имеет периодическую структуру [4], и необходимая спектральная составляющая выделяется полосовым фильтром с передаточной характеристикой $K_{\Phi}(p)$. Реальные и мнимые части спектральных составляющих восстановленного гармонического сигнала на выходе полосового фильтра определяются из соотношений

$$y_{\Phi}(m) = \operatorname{Re}\{G(m)\} \times \operatorname{Re}\{K_{\Phi}(m)\} - \operatorname{Im}\{G(m)\} \times \operatorname{Im}\{K_{\Phi}(m)\},$$

$$x_{\Phi}(m) = \operatorname{Re}\{G(m)\} \times \operatorname{Im}\{K_{\Phi}(m)\} + \operatorname{Im}\{G(m)\} \times \operatorname{Re}\{K_{\Phi}(m)\}.$$

При переходе во временную область путем выполнения обратного дискретного преобразования Фурье (ОДПФ) образуются массивы реальных $a(i)$ и мнимых $b(i)$ значений амплитуды опорного сигнала, соответствующие текущие значения фазы которого находятся из известного соотношения

$$\varphi(i) = \operatorname{arctg} \frac{b(i)}{a(i)}.$$

Сравнивая эти значения со значениями фазы неискаженного колебания, вычисленного в i -е моменты времени

$$\varphi_{et} = \frac{f_s i \Delta t}{f_T},$$

где $\Delta t = \tau / N$; τ – длительность радиоимпульса; $i = 0, 1, 2, \dots, N$, получаем отклонения мгновенных значений фазы опорного сигнала от требуемых значений $\delta\varphi(i) = \varphi_{et}(i) - \varphi(i)$.

Выполняя операцию ДПФ, находим реальные и мнимые значения спектральных составляющих фазовых флюктуаций

$$g_{\delta\varphi}(m) = \operatorname{Re}\{G_{\delta\varphi}(m)\} = \sum_{i=0}^{N-1} \delta\varphi(i) \cos \frac{2\pi mi}{N},$$

$$q_{\delta\varphi}(m) = \operatorname{Im}\{G_{\delta\varphi}(m)\} = \sum_{i=0}^{N-1} \left[-\delta\varphi(i) \sin \frac{2\pi mi}{N} \right]$$

Умножая соответствующие значения спектральных составляющих фазовых отклонений на частоту анализа, получаем значения спектральных составляющих частотных отклонений

$$g_{\delta f}(m) = g_{\delta\varphi}(m) F_m,$$

$$q_{\delta f}(m) = q_{\delta\varphi}(m) F_m.$$

Определение передаточной функции системы ФАПЧ осуществляется согласно (7), флюктуационные составляющие в спектре выходного сигнала определяются из соотношений

$$g'_{\delta f}(m) = \operatorname{Re}\{G'_{\delta f}(m)\} = g_{\delta f}(m) \times \operatorname{Re}\{E(m)\} - q_{\delta f}(m) \times \operatorname{Im}\{E(m)\},$$

$$q'_{\delta f}(m) = \operatorname{Im}\{G'_{\delta f}(m)\} = g_{\delta f}(m) \times \operatorname{Im}\{E(m)\} + q_{\delta f}(m) \times \operatorname{Re}\{E(m)\}.$$

В результате ОДПФ, то есть при переходе во временную область, получаем соответствующие мгновенные значения флюктуаций частоты выходного сигнала, обусловленные нестабильностью частоты опорного сигнала

$$v'(i) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} G'_{\delta f}(m) e^{j2\pi mi/N},$$

где i – номер временного отсчета.

Алгоритм определения фильтрующих свойств системы ФАПЧ для частотных нестабильностей перестраиваемого генератора приведен на рис. 4.

Для формирования массива входных данных воспользуемся математическим представлением спектральной плотности фазовых шумов ГПЧ [5]:

$$S_{\varphi АЭ}(\omega) = S_{\varphi АЭ}(\omega) \left[1 + \frac{\omega_{ГПЧ}^2}{4Q^2\omega^2} \right],$$

где Q – нагруженная добротность колебательного контура ГПЧ; $S_{\varphi АЭ}(\omega) = a_0 + a_1 / \omega$ – спектральная плотность фазовых шумов активного элемента с учетом фликкер-шума; a_0, a_1 – параметры активного элемента. Окончательно запишем

$$S_{\varphi ГПЧ}(\omega) = a_0 + \frac{a_1}{\omega} + \frac{a_0 \omega_{ГПЧ}^2}{4Q^2 \omega^2} + \frac{a_1 \omega_{ГПЧ}^2}{4Q^2 \omega^3}.$$

В результате фильтрующего воздействия системы ФАПЧ имеем

$$S'_{\varphi ГПЧ}(\omega) = S_{\varphi ГПЧ}(\omega) \times K_{\varphi ГПЧ}(\omega).$$

Умножая соответствующие значения спектральных составляющих фазовых шумов на частоту анализа F_m , получаем значения спектральных составляющих нестабильности частоты ГПЧ:

$$g_{\Delta f}(m) = g_{\Delta\varphi}(m)F_m,$$

$$q_{\Delta f}(m) = q_{\Delta\varphi}(m)F_m.$$

Выполняя процедуру ОДПФ, находим мгновенные значения флюктуаций частоты перестраиваемого генератора

$$\Delta\omega'_{ГПЧ}(i) = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} S'_{ГПЧ}(m) e^{j2\pi mi/N}.$$

Считаем входные воздействия системы ФАПЧ аддитивными и результирующую нестабильность частоты перестраиваемого генератора определяем как

$$\Delta\omega_{рез}(t) = \Delta\omega'_{ГПЧ}(t) + \nu'(t).$$



Рис. 4. Блок-схема алгоритма для исследования реакции системы ФАПЧ по ошибке

Чтобы использовать в качестве исследуемого реальный сигнал опорного генератора, необходимо его предварительно подвергнуть процедуре аналого-цифрового преобразования и вместо массива данных, полученного при помощи (8), ввести отсчеты реального сигнала. Сигнал ГПЧ так же может быть оцифрован, затем его необходимо подвергнуть процедуре ДПФ и выделить фазовые шумы и далее в соответствии с блок-схемой рис. 4.

Выводы

Таким образом, определив передаточную функцию системы ФАПЧ и задавшись спектральным распределением входных воздействий, можно определить уровень шумовых составляющих в спектре выходного сигнала когерентного гетеродина приемного устройства пассивной системы и в дальнейшем оценить их влияние на точность синхронизации эталон времени и частоты. Предложенные алгоритмы могут также использоваться для исследования систем ФАПЧ, входящих в состав устройств и систем различного назначения.

Список литературы: 1. *Радиоэлектронные системы: основы построения и теория. Справочник* / под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: ЗАО «МАКВИС», 1998. – 828 с. 2. *Системы фазовой синхронизации с элементами дискретизации* / Под ред. В.В. Шахгильдяна. – М.: Радио и связь, 1989. 3. *Левин, В.А., Малиновский, В.Н., Романов, С.К.* Синтезаторы частот с системой импульсно-фазовой автоподстройки. – М.: Радио и связь, 1989. – 232 с. 4. *Гоноровский, И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с. 5. *Scherer, D.* Today's Lesson-Learn About Low-Noise Design // *Microwaves.* - 1979. Vol. 18, N 4. – P. 116-122. 6. *Бесекерский, В.А.* Динамический синтез систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1970. – 578 с. 7. *Коваль, Ю.А., Костыря, А.А., Иванова, Е.А., Ал-Твежри, Б.А.* Моделирование систем частотно-временной синхронизации, использующих сигналы общих источников // *Радиоэлектроника. Известия высших учебных заведений. Т.ом 54, № 2.* – Киев, 2011.