УДК 621.396.67

И. М. ЕФАНОВ, Н. П. ЖУК, С. А. ОБЛЫВАЧ

СИММЕТРИЧНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ВИБРАТОРА В СЛОИСТОЙ СРЕДЕ

В работе рассмотрена задача о симметричном возбуждении идеально проводящего вибратора, который расположен в однородном слое плоскослоистой среды компланарно границам раздела. Цель статьи — построение аналитических выражений для распределения тока вдоль проводника и для рассеянного поля.

Отнесем трехмерное пространство к прямоугольной декартовой системе координат x, y, z. Ось Oz направим вертикально вверх. Область $V = \{-\infty < x, \quad y < +\infty, \; b < z < a\}$, которая имеет вид слоя толщиной $h = a - b$ (a, b = const), заполнена однородным изотропным магнитодиэлектриком. Область, дополняющая V до всего пространства, заполнена плоскослоистой одноосной средой с вертикальной оптической осью. Диадные материальные параметры совокупной среды имеют вид

$$\hat{\mu}(z) = \mu_t(z)\hat{I}_t + \mu_z(z)\hat{I}_z, \hat{\varepsilon}(z) = \varepsilon_t(z)\hat{I}_t + \varepsilon_z(z)\hat{I}_z;$$

$$\hat{I}_t = \vec{x}_0\vec{x}_0 + \vec{y}_0\vec{y}_0; \; \hat{I}_z = \vec{z}_0\vec{z}_0. \tag{1}$$

Здесь $\vec{x}_0$, $\vec{y}_0$, $\vec{z}_0$ — орты осей x, y, z, $\mu_{t,z}$ и $\varepsilon_{t,z}$ — кусочно-гладкие функции переменного z, которые на интервале $b < z < a$ сводятся к постоянным μ и ε: $\mu_{t,z}(z) = \mu$, $\varepsilon_{t,z}(z) = \varepsilon$ $(b < z < a)$.

Заданные сторонние источники порождают в такой среде монохроматическое ($e^{-i\omega t}$) поле $\vec{E}_0(\vec{R})$, $\vec{H}_0(\vec{R})$, которое считается известным, $\vec{R} = (x, y, z)$.

Внесем в область V проволочный вибратор в виде идеально проводящего отрезка кругового цилиндра длиной $2l$ и диаметром $2r_e$. Примем, что ось вращения вибратора лежит в плоскости xOz параллельно плоскости xOy, а торцы симметричны относительно плоскости yOz. Его внутренность определяется условиями $y^2 + (z - z_c)^2 \leqslant r_e^2$, $-l < x < l$. Здесь z_c — вертикальная координата точки $(0, 0, z_c)$, в которой ось вибратора пересекает плоскость yOz.

Считаем, что вибратор не пересекает область локализации сторонних источников. Создаваемое ими поле в присутствии вибратора представим как сумму первичного поля $\vec{E}_0$, $\vec{H}_0$ и рассеянного поля $\vec{E}_s$, $\vec{H}_s$, ограничимся случаем длинного и тонкого вибратора: $r_e \ll l$, $|kr_e| \ll 1$, где $k = k_0\sqrt{\varepsilon\mu}$, $0 \leqslant \arg\sqrt{} < \pi$, $k_0 = \omega/c$, c — скорость света в вакууме. Неизвестные величины $\vec{E}_s$, $\vec{H}_s$ в этом случае можно рассматривать как поле отрезка $\{-l<x<l,\ y=0,\ z=z_c\}$ нити электрического тока $I(x)$, текущего вдоль оси x.

Расчет поля, создаваемого в регулярной среде, в отсутствии вибратора, электрическим источником с объемной плотностью $\vec{J}(\vec{R}) = \vec{x}_0\,\delta(y)\,\delta(z-z_c)\,I(x)$, проводим с привлечением полевых функций Грина слоистой среды [1; 2].

Введем в рассмотрение функции $\varphi_\varepsilon^+(z,\varkappa)$, $\varphi_\mu^+(z,\varkappa)$, $(\varphi_\varepsilon^-(z,\varkappa)$, $\varphi_\mu^-(z,\varkappa))$ как решения уравнения

$$[D_\eta + k_\eta^2(z) - \varkappa^2]\,U(z) = 0,\ (\eta = \mu, \varepsilon) \tag{2}$$

на интервале $a<z<+\infty\ (-\infty<z<b)$, которые в точках разрыва коэффициентов этого уравнения непрерывны вместе с величиной $\eta_t^{-1}(z)\dot{U}(z)$, а при $z\to+\infty\ (z\to-\infty)$ изображают уходящую волну. Здесь $\dot{U}(z)$ — производная функции $U(z)$ по переменной z, $\varkappa$ — параметр, в общем случае комплексный, $k_{\mu,\varepsilon}$ — локальные волновые числа, $D_{\mu,\varepsilon}$ — дифференциальные операторы:

$$k_\varepsilon^2 \equiv k_0^2\,\varepsilon_z\mu_t,\ \ k_\mu^2 \equiv k_0^2\,\mu_z\varepsilon_t,\ \ D_\eta \equiv \eta_z\,\partial_z\,\eta_t^{-1}\,\partial_z. \tag{3}$$

Определим следующие вспомогательные величины:

$$\zeta_\varepsilon(a,\varkappa) = \frac{1}{ik_0\,\varepsilon_t(a+0)}\,\frac{\dot{\varphi}_\varepsilon^+(a+0,\varkappa)}{\varphi_\varepsilon^+(a+0,\varkappa)},$$

$$\zeta_\varepsilon(b,\varkappa) = -\frac{1}{ik_0\,\varepsilon_t(b-0)}\,\frac{\dot{\varphi}_\varepsilon^-(b-0,\varkappa)}{\varphi_\varepsilon^-(b-0,\varkappa)};$$

$$\zeta_\mu(a,\varkappa) = ik_0\,\mu_t(a+0)\,\frac{\varphi_\mu^+(a+0,\varkappa)}{\dot{\varphi}_\mu^+(a+0,\varkappa)},$$

$$\zeta_\mu(b,\varkappa) = -ik_0\,\mu_t(b-0)\,\frac{\varphi_\mu^-(b-0,\varkappa)}{\dot{\varphi}_\mu^-(b-0,\varkappa)}. \tag{4}$$

Коэффициенты $\zeta_\varepsilon(a,\varkappa)$, $\zeta_\varepsilon(b,\varkappa)$ представляют собой импеданс, а $\zeta_\mu(a,\varkappa)$, $\zeta_\mu(b,\varkappa)$ — адмитанс границы $z=a$ или $z=b$ соответственно. Введем в рассмотрение коэффициенты отражения плоской волны вертикальной (R_ε) или горизонтальной (R_μ) поляризации, падающей из однородной среды с материальными параметрами слоя на границу $z=a$ или $z=b$ под углом скольжения $\theta = \arccos(\varkappa/k)$:

$$R_\varepsilon(a,\varkappa) = \frac{\gamma(\varkappa) - k_0\,\varepsilon\zeta_\varepsilon(a,\varkappa)}{\gamma(\varkappa) + k_0\,\varepsilon\zeta_\varepsilon(a,\varkappa)};\ \ R_\varepsilon(b,\varkappa) = \frac{\gamma(\varkappa) - k_0\,\varepsilon\zeta_\varepsilon(b,\varkappa)}{\gamma(\varkappa) + k_0\,\varepsilon\zeta_\varepsilon(b,\varkappa)};$$

$$R_\mu(a,\varkappa) = \frac{\gamma(\varkappa)\,\zeta_\mu(a,\varkappa) - k_0\,\mu}{\gamma(\varkappa)\,\zeta_\mu(a,\varkappa) + k_0\,\mu};\ \ R_\mu(b,\varkappa) = \frac{\gamma(\varkappa)\,\zeta_\mu(b,\varkappa) - k_0\,\mu}{\gamma(\varkappa)\,\zeta_\mu(b,\varkappa) + k_0\,\mu};$$

$$\gamma(\varkappa) = \sqrt{k^2-\varkappa^2},\ 0 \leqslant \arg\gamma(\varkappa) < \pi. \tag{5}$$

Применив к рассматриваемой модели среды результаты [1], приходим к следующим выражениям для поля нитевидного тока:

$$\vec{E}_s(\vec{R}) = -\frac{4\pi}{i\omega}\left[k_0^2 \hat{I} + \nabla \frac{1}{\varepsilon_t(z)}\left(\frac{\nabla_t}{\mu_z(z)} + \frac{\partial}{\partial z}\frac{\vec{z}_0}{\mu_t(z)}\right)\right] \cdot \int_{-l}^{l} \vec{A} I(x')\,dx'; \quad (6)$$

$$\vec{H}_s(\vec{R}) = (4\pi/c)\,\hat{\mu}^{-1}(z) \cdot \nabla \times \int_{-l}^{l} \vec{A} I(x')\,\mathrm{d}x', \quad -\infty < x, y, z < +\infty.$$

В этих формулах $\vec{A} \equiv \vec{A}(z, y, x - x')$, $\hat{\mu}^{-1}$ — диада, обратная к $\hat{\mu}$, ∇_t — горизонтальная компонента оператора ∇. $\hat{I}$ — единичная диада: $\nabla_t = \vec{x}_0\partial_x + \vec{y}_0\partial_y$, $\hat{I} = \hat{I}_t + \hat{I}_z$. Величина $\vec{A}(z, y, x - x')$ совпадает с векторным потенциалом единичного электрического диполя, расположенного в точке $(x', 0, z_c)$ параллельно оси x. Когда точка наблюдения (x, y, z) находится вне однородного слоя V, вектор $\vec{A}$ запишется как

$$\vec{A}(z, y, x - x') = -(1/4\pi)\int_0^{+\infty} \varkappa \exp(i\gamma h)\{\mu[\vec{x}_0 J_0 +$$
$$+ \vec{z}_0 (x - x')(J_1/\varkappa D)\,\partial_z]\, F_\mu(z, \varkappa)/i\Delta_\mu \gamma +$$
$$+ \vec{z}_0 (x - x')\,\mu_t(z)(J_1/\varkappa D)\,F_\varepsilon(z, \varkappa)/\Delta_\varepsilon(\varkappa)\}\,\mathrm{d}\varkappa. \quad (7)$$

Здесь $z > a$ либо $z < b$, $\gamma \equiv \gamma(\varkappa)$, $J_{0,1}$ — функции Бесселя: $J_{0,1} \equiv J_{0,1}(\varkappa D)$, $D = \sqrt{(x - x')^2 + y^2}$,

$$F_\eta(z, \varkappa) = \begin{cases} \varphi_\eta^+(z, \varkappa)\,[1 + R_\eta(a, \varkappa)]\,[R_\eta(b, \varkappa)\,e^{i\gamma(z_c - b)} + \\ \mp e^{-i\gamma(z_c - b)}]\,/\,\varphi_\eta^+(a + 0, \varkappa), \; a < z < +\infty; \\ \varphi_\eta^-(z, \varkappa)\,[1 + R_\eta(b, \varkappa)]\,[e^{i\gamma(z_c - a)} - \\ \mp R_\eta(a, \varkappa) e^{-i\gamma(z_c - a)}]/\varphi_\eta^-(b - 0, \varkappa), \\ -\infty < z < b; \end{cases} \quad (8)$$

знак «$-$» при $\eta = \varepsilon$, «$+$» при $\eta = \mu$;

$$\Delta_\eta \equiv \Delta_\eta(\varkappa) = 1 - \exp(2i\gamma h)\,R_\eta(a, \varkappa)\,R_\eta(b, \varkappa), (\eta = \varepsilon, \mu). \quad (9)$$

Когда точка наблюдения находится внутри однородного слоя, величину $\vec{A}$ можно представить как сумму двух слагаемых, первое из которых равно векторному потенциалу точечного источника в безграничной среде с материальными параметрами слоя, а второе учитывает наличие границ $z = a$ и $z = b$:

$$\vec{A}(z, y, x - x') = \vec{x}_0 \frac{\mu}{4\pi}\frac{\exp(ik|\vec{R} - \vec{R}'|)}{|\vec{R} - \vec{R}'|} + \vec{\pi}(z, y, x - x'),$$
$$b < z < a, \; \vec{R}' = (x', 0, z_c). \quad (10)$$

Вектор-функции $\vec{\pi}$ имеет вид

$$\vec{\pi}(z, y, x-x') = (\mu/4\pi) \int\limits_{0}^{+\infty} \mathrm{d}\varkappa \left[\vec{x}_0 i \varkappa p_\mu(z, \varkappa) J_0(\varkappa D)/\gamma\Delta_\mu - \right.$$

$$\left. - \vec{z}_0 (x - x') \left(\frac{q_\varepsilon(z, \varkappa)}{\Delta_\varepsilon} + \frac{r_\mu(z, \varkappa)}{\Delta_\mu}\right) \frac{J_1(\varkappa D)}{D}\right], \qquad (11)$$

$$p_\mu(z, \varkappa) = R_\mu(b, \varkappa) e^{i\gamma(z-2b)} [e^{i\gamma z_c} + R_\mu(a, \varkappa) e^{i\gamma(2a-z_c)}] +$$

$$+ R_\mu(a, \varkappa) e^{i\gamma(2a-z)} [e^{-i\gamma z_c} + R_\mu(b, \varkappa) e^{i\gamma(z_c-2b)}], \qquad (12)$$

$$q_\varepsilon(z, \varkappa) = R_\varepsilon(b, \varkappa) e^{i\gamma(z-2b)} [e^{i\gamma z_c} - R_\varepsilon(a, \varkappa) e^{i\gamma(2a-z_c)}] +$$

$$+ R_\varepsilon(a, \varkappa) e^{i\gamma(2a-z)} [R_\varepsilon(b, \varkappa) e^{i\gamma(z_c-2b)} - e^{-i\gamma z_c}].$$

Величина $z_\mu(z, \varkappa)$ получается из $q_\varepsilon(z, \varkappa)$ заменой $R_\varepsilon \to -R_\mu$. Считается, что полюса подынтегральных выражений в (7), (11), которые совпадают с нулями функций $\Delta_\mu(\varkappa)$, $\Delta_\varepsilon(\varkappa)$, смещены с контура интегрирования в комплексную плоскость переменного $\varkappa$ за счет диссипативных потерь в среде (возможно, исчезающе малых). Величины, содержащие в знаменателе Δ_ε или Δ_μ, определяют соответственно вертикально и горизонтально поляризованные компоненты электромагнитного поля (6).

Для того чтобы выражения (6) представляли собой искомое рассеянное поле, необходимо и достаточно, чтобы компонента суммарного электрического поля $\vec{E}_0 + \vec{E}_s$, касательная к поверхности вибратора, обращалась на этой поверхности в нуль. Приняв во внимание только условие для продольной (вдоль $\vec{x}_0$) компоненты на боковой поверхности вибратора, получаем уравнение типа Поклингтона относительно $I(x)$:

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} + k^2\right) \int\limits_{-l}^{l} dx' [K_f(x-x') + K_r(x-x')] I(x') +$$

$$+ \frac{d}{dx} \int\limits_{-l}^{l} dx' L(x-x') I(x') = i\omega\varepsilon E_0(x), -l < x < l. \qquad (13)$$

В этом уравнении $E_0(x) \equiv \vec{x}_0 \cdot \vec{E}_0(\vec{R})$ при $\vec{R} = (x, r_e, z_c)$

$$K_f(x-x') = \exp(ikD_s)/D_s, \quad D_s = \sqrt{(x-x')^2 + r_e^2},$$

$$K_r(x-x') = i \int\limits_{0}^{+\infty} \varkappa p_\mu(z_c, \varkappa) J_0(\varkappa D_s) d\varkappa/\gamma\Delta_\mu;$$

$$L(x-x') = -(x-x') \frac{d}{dz}\bigg|_{z=z_c} \int\limits_{0}^{+\infty} \left[\frac{q_\varepsilon(z, \varkappa)}{\Delta_\varepsilon} + \frac{r_\mu(z, \varkappa)}{\Delta_\mu}\right] \frac{J_1(\varkappa D_s)}{D_s} d\varkappa. \quad (14)$$

Обратив дифференциальный оператор $(d^2/dx^2 + k^2)$ в левой части (13), приходим к уравнению типа Халлена для $I(x)$:

$$\int_{-l}^{l} dx' K_f(x - x') I(x') = C_1 \cos kx + C_2 \sin kx + Q(x) + \varphi(x|I). \quad (15)$$

Здесь C_1 и C_2 — произвольные постоянные, $\varphi(x|I)$ — зависящий от x функционал тока

$$\varphi(x|I) \equiv \int_{-l}^{l} dx' I(x') [K_r(x - x') +$$

$$+ \int_{-l}^{l} dx'' \frac{\sin k|x - x''|}{2k} \frac{d}{dx''} L(x'' - x')];$$

$$Q(x) = (i\omega\varepsilon/2k) \int_{-l}^{l} dx' \sin k|x - x'| E_0(x'). \quad (16)$$

Используя стандартное приближение [3], основанное на выделении статистической части ядра $K_f(x - x')$, перейдем от (15) к уравнению с малым параметром в правой части:

$$I(x) = \alpha [C_1 \cos kx + C_2 \sin kx + Q(x) - F(x|I)], \quad (17)$$

где $F(x|I)$ — зависящий от x функционал тока, а α — малый параметр теории вибраторов:

$$F(x|I) \equiv \varphi(x|I) + \int_{-l}^{l} dx' [K_f(x - x') I(x') - g(x - x') I(x)],$$

$$g(x - x') = 1/D_s, \ \alpha = 1/[2 \ln(2la^{-1})]. \quad (18)$$

Дополнив (17) условием исчезновения тока на концах вибратора: $I(l) = I(-l) = 0$; получаем задачу для неизвестной величины $I(x)$. Найдем ее решение в частном случае симметричного возбуждения: $E_0(-x) \equiv E_0(x)$. В этом случае $I(x)$ — четная функция, что влечет за собой равенство $C_2 = 0$.

Для построения решения воспользуемся модифицированным методом итераций [3]. Вычтем из правой части (17) ее значение при $x = l$, равное нулю. В результате имеем

$$I(x) = \alpha [C_1 f(x) + Q_d(x) - F_d(x|I)]; \quad (19)$$

$$f(x) = \cos kx - \cos kl, \ Q_d(x) = Q(x) - Q(l),$$

$$F_d(x|I) \equiv F(x|I) - F(l|I). \quad (20)$$

Подставим в (19) формальное асимптотическое решение, отвечающее методу итераций:

$$I(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} [C_1 P_n(x) + Q_n(x)]. \quad (21)$$

Это приводит к цепочке прямых формул для $P_n(x)$, $Q_n(x)$:

$$P_0(x) = f(x), \ Q_0(x) = Q_d(x);$$

$$P_n(x) = -F_d(x|P_{n-1}), \ Q_n(x) = -F_d(x|Q_{n-1}), \ n = 1, 2, \ldots$$

Постоянную C_1 находим подстановкой (21) в уравнение $I(l) = C_1 \cos kl + Q(l) - F(l \mid I) = 0$. Итоговое выражение для тока следующее:

$$I(x) = \alpha \frac{\nu_0(x) + \sum\limits_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} \beta_n(x)}{\cos kl - \sum\limits_{n=0}^{+\infty} \alpha^{n+1} F(l \mid P_n)}; \tag{23}$$

$$\beta_n(x) = \nu_{n+1}(x) + \rho_n(x);$$

$$\nu_n(x) = Q_n(x) \cos kl - Q(l) P_n(x); \tag{24}$$

$$\rho_n(x) = \sum_{m=0}^{n} [F(l \mid Q_m) P_{n-m}(x) - F(l \mid P_m) Q_{n-m}(x)];$$

$$\nu_0(x) = Q(x) \cos kl - Q(l) \cos kx;$$

$$\beta_0(x) = F(x \mid f) Q(l) - F(x \mid Q_d) \cos kl + F(l \mid Q_d) \cos kx - F(l \mid f) Q(x).$$

Отсюда вытекает приближенная формула для тока

$$I(x) = \alpha \nu(x)/\Delta; \tag{25}$$

$$\nu(x) \equiv \nu_0(x) = \frac{ik_0 c \varepsilon}{2k} \Big[\sin k(x-l) \int_{-l}^{x} d x' E_0(x') \cos kx' - \sin k(x+l) \int_{x}^{l} d x' E_0(x') \cos kx' + 2 \cos kl \cos kx \int_{x}^{l} d x' E_0(x') \sin kx' \Big]; \tag{26}$$

$$\Delta \equiv \cos kl - \alpha F(l \mid f), \quad f \equiv f(x). \tag{27}$$

Заметим, что для функции $v(x)$, равной нулю при $x = l$, величина $F(l \mid v)$ определяется выражением

$$F(l \mid v) \equiv \int_{-l}^{l} d x' v(x') \Big[K_f(l - x') + K_r(l - x') + \int_{-l}^{l} d x'' \frac{\sin k(l - x'')}{2k} \frac{d}{d x''} L(x'' - x')\Big]. \tag{28}$$

Формулы (23), (25) описывают как резонансное, так и нерезонансное возбуждение. Собственные режимы при симметричном возбуждении определяются уравнением $\Delta = \cos kl - \alpha F(l \mid f) = 0$. Положим $kl = \pi(n + 1/2) + \delta_n$, где $n = 0, 1, 2, \ldots$, δ_n — малая величина. Для δ_n получаем приближенное соотношение:

$$\delta_n = \alpha(-1)^{n+1} F(l \mid \cos ks) \mid_{kl = \pi(n+1/2)}. \tag{29}$$

Величина δ_n оказывается комплексной. Собственные частоты открытых структур лежат в полуплоскости $\operatorname{Im}\omega < 0$, поэтому должно выполняться неравенство $\operatorname{Im}\delta_n < 0$.

Рассмотрим случай, когда вибратор возбуждается а) дельта-генератором напряжения, приложенным к его середине: $E_0(x) = V_0\delta(x)$, б) первичным полем, равномерно распределенным вдоль вибратора: $E_0(x) = E_0 = \mathrm{const}$. Функция $\nu(x)$ соответственно этим случаям имеет вид

$$\nu(x) = -\frac{ick_0\varepsilon}{2k} V_0 \sin k(l - |x|), \quad \nu(x) = \frac{ick_0\varepsilon}{k^2} E_0(\cos kl - \cos kx). \quad (30)$$

Значения величин $\vec{E}_s$, $\vec{H}_s$ в любой точке пространства можно рассчитать по формулам (6). Приведем выражения для них в точке, проекция которой на плоскость $z = z_c$ лежит во фраунгоферовой зоне вибратора. Последующие соотношения пригодны равным образом для диссипативной и недиссипативной сред.

Обозначим через $\varkappa_{\eta m}$ m-й корень уравнения $\Delta_\eta(\varkappa) = 0$, расположенный на положительной части вещественной оси или в области $\operatorname{Im}\varkappa > 0$. Здесь $m = 1, 2, \ldots, M_\eta$, M_η — общее количество указанных корней, $\eta = \varepsilon, \mu$. Для каждого $\varkappa_{\eta m}$ введем в рассмотрение функцию

$$\Phi_{\eta m}(z) = \begin{cases} [1 + R_\eta(a,\varkappa)]\,\varphi_\eta^+(z,\varkappa)\,\varphi_\eta^+(a+0,\varkappa), & a < z < +\infty; \\ \exp[i\gamma(z-a)] + R_\eta(a,\varkappa)\exp[i\gamma(a-z)], & b < z < a; \\ \exp(-i\gamma h)\,[1 + R_\eta(b,\varkappa)]\,\varphi_\eta^-(z,\varkappa)/R_\eta(b,\varkappa)\,\varphi_\eta^- \times \\ \times (b-0,\varkappa). \\ -\infty < z < b; & \varkappa = \varkappa_{\eta m}. \end{cases} \quad (31)$$

Она служит решением уравнения (2) при $\varkappa = \varkappa_{\eta m}$ на интервале $-\infty < z < +\infty$, непрерывна вместе с величиной $\eta_t^{-1}(z)\,\partial_z\Phi_{\eta m}(z)$ в точках разрыва коэффициентов этого уравнения, а при $z \to +\infty$ и $z \to -\infty$ изображает уходящую волну. Величина $\varkappa_{\eta m}^2$ является собственным значением дискретного спектра соответствующей задачи, а $\Phi_{\eta m}$ — ее собственной функцией [2]. Имеет место следующее соотношение ортогональности:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dz\,\Phi_{\eta m}(z)\,\Phi_{\eta k}(z)/\eta_z(z) = \delta_{mk} N_{\eta m}^2. \quad (32)$$

Здесь δ_{mk} — символ Кронекера, $N_{\eta m}$ — нормировочный коэффициент:

$$N_{\eta m}^2 = K_{\eta m} R_\eta(a, \varkappa_{\eta m})/\eta_1 \varkappa_{\eta m},$$

$$K_{\eta m} = 2h\varkappa_{\eta m} + i\gamma \frac{\partial}{\partial\varkappa} \ln[R_\eta(a,\varkappa)\,R_\eta(b,\varkappa)]\Big|_{\varkappa=\varkappa_{\eta m}}. \quad (33)$$

Пусть $\vec{n} = (n_x, n_y, 0)$ — некоторый вектор, в общем случае комплексный, нормированный условием $n_x^2 + n_y^2 = 1$. Для каждого корня $\varkappa_{\varepsilon m}$ определим векторы-функции

$$\vec{E}_{\varepsilon m}(\vec{n}, z) = \frac{1}{k_0}\left[\frac{\vec{z}_0 \varkappa_{\varepsilon m}}{\varepsilon_z(z)} + \frac{i\vec{n}}{\varepsilon_t(z)}\frac{\partial}{\partial z}\right]\Phi_{\varepsilon m}(z),$$
$$\vec{H}_{\varepsilon m}(\vec{n}, z) = -\vec{z}_0 \times \vec{n}\Phi_{\varepsilon m}(z). \tag{34}$$

Каждому корню $\varkappa_{\mu m}$ поставим в соответствие функции

$$\vec{E}_{\mu m}(\vec{n}, z) = \vec{z}_0 \times \vec{n}\Phi_{\mu m}(z);$$
$$\vec{H}_{\mu m}(\vec{n}, z) = \frac{1}{k_0}\left[\frac{z_0 \varkappa_{\mu m}}{\mu_z(z)} + \frac{i\vec{n}}{\mu_t(z)}\frac{\partial}{\partial z}\right]\Phi_{\mu m}(z). \tag{35}$$

Нетрудно проверить, что величины

$$\vec{E}(\vec{R}) = \vec{E}_{\eta m}(\vec{n}, z)\exp(i\varkappa_{\eta m}\vec{n}\cdot r),$$
$$\vec{H}(\vec{R}) = \vec{H}_{\eta m}(\vec{n}, z)\exp(i\varkappa_{\eta m}\vec{n}\cdot\vec{r}) \tag{36}$$

удовлетворяют уравнениям Максвелла

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{R}) - ik_0\hat{\mu}(z)\cdot\vec{H}(\vec{R}) = 0,\ \nabla \times \vec{H}(\vec{R}) + ik_0\hat{\varepsilon}(z)\cdot\vec{E}(\vec{R}) = 0, \tag{37}$$

во всем пространстве $-\infty < x, y, z < +\infty$ подчиняются условию непрерывности горизонтальных компонент на границах раздела слоистой среды и условиям излучения при $z \to +\infty$ и $z \to -\infty$. Поле вида (36) представляет собой собственную волну дискретного спектра слоистой среды вертикальной ($\eta = \varepsilon$) или горизонтальной ($\eta = \mu$) поляризации, которая распространяется в направлении единичного вектора $\vec{n}$ [2]. Приведем следующие соотношения ортогональности:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dz\vec{E}_{\eta m}(\vec{n}, z) \times \vec{H}_{\eta' k}(\vec{n}, z)\cdot\vec{n} = (\varkappa_{\eta m}/k_0)\,\delta_{mk}\delta_{\eta\eta'}N_{\eta m}^2, \tag{38}$$

где $\delta_{\eta\eta'} = 1$ или 0 при $\eta = \eta'$ или $\eta \neq \eta'$ соответственно.

Запишем искомое представление рассеянного поля во фраунгоферовой зоне вибратора, определенной требованиями $|\varkappa_{\eta m} l/r^2| \ll 1$ для всех η, m:

$$\begin{matrix}\vec{E}_s(\vec{R}) \\ \vec{H}_s(\vec{R})\end{matrix} = \frac{k_0}{c}\sqrt{\frac{2\pi}{r}}\sum_{\eta=\varepsilon,\mu}\sum_{m=1}^{M_\eta}\frac{e^{i(\varkappa_{\eta m}r - \pi/4)}}{N_{\eta m}^2\sqrt{\varkappa_{\eta m}}}q_{\eta m}(\varphi)\begin{matrix}\vec{E}_{\eta m}(\vec{n}_s, z) \\ \vec{H}_{\eta m}(\vec{n}_s, z)\end{matrix}; \tag{39}$$

$$q_{\varepsilon m}(\varphi) = \dot{\Phi}_{\varepsilon m}(z_c)\frac{i\cos\varphi}{k_0\varepsilon}\int_{-l}^{l} dx' e^{-ix'\varkappa_{\varepsilon m}\cos\varphi} I(x'); \tag{40}$$

$$q_{\mu m}(\varphi) = \sin\varphi\Phi_{\mu m}(z_c)\int_{-l}^{l} dx' e^{-ix'\varkappa_{\mu m}\cos\varphi} I(x').$$

В этих формулах проводится суммирование по всем собственным волновым числам дискретного спектра и обеим поляризациям; единичный вектор $\vec{n}_s$ направлен по горизонтали из центра вибратора в точку наблюдения, φ — азимутальный угол указанного направления: $\vec{n}_s = (\cos\varphi, \sin\varphi, 0)$, $\cos\varphi = x/r$, $\sin\varphi = y/r$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Из приведенных формул видно, что в дальней зоне вертикально поляризованная компонента излучения вибратора исчезает в направлениях $\varphi = \pi/2$, $\varphi = 3\pi/2$, а горизонтально поляризованная — в направлениях $\varphi = 0, \pi$.

Список литературы: 1. *Жук Н. П., Третьяков О. А.* Функции Грина уравнений Максвелла в плоскослоистых средах // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30. № 5. С. 869—875. 2. *Фелсен Л., Маркувиц Н.* Излучение и рассеяние волн: Пер. с англ. М., 1978. 1109 с. 3. *Коротковолновые* антенны / Г. З. Айзенберг, С. П. Белоусов, Э. М. Журбенко и др. М., 1985. 535 с.

Поступила в редколлегию 27.09.88

УДК 621.317

Н. Н. ГОРОБЕЦ, д-р физ.-мат. наук, *Ю. И. ДАВИДЧЕВСКИЙ*, канд. техн. наук, *В. И. ЧЕБОТАРЕВ*, канд. физ.-мат. наук

ИНВАРИАНТНОСТЬ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ВЕКТОРНЫХ СИГНАЛОВ

Анализ сигналов с вращающейся поляризацией и их поляриметрических возможностей [1—4] требуют выяснения для ряда задач целесообразной базисной формы как векторных сигналов, так и векторных передаточных характеристик (ВПХ), свойственных электродинамическим объектам.

Рассмотрена методология экспериментального определения ВПХ для задач, характеризуемых недостаточной априорной информацией об азимутальной (в ТЕМ-плоскостях волны) ориентации векторных сигналов по отношению к системе координат исследуемого электродинамического объекта. Наиболее простым примером такой задачи представляется обычное (снеллевское) отражение от плоской поверхности материала (среды) в свободном пространстве. Рассмотрим далее связь двух векторных (в ТЕМ-плоскостях волны) сигналов: $\vec{E}_п(t) = \vec{E}_п$ на входе и $\vec{E}_т(t) = \vec{E}_т$ на выходе электродинамического (линейного недеполяризующего) объекта. Такая связь имеет спектральную форму известного операторного преобразования, например преобразования Джонса [5]: $\bar{S}_т = \mathrm{T}\bar{S}_п$, (1), где $\bar{S}_п$, $\bar{S}_т$ — спектральные вектор-матрицы базисных компонент векторных сигналов $\vec{E}_п$ и $\vec{E}_т$ (спектральные векторы Джонса); Т — матрица Джонса, являющаяся ВПХ исследуемого объекта. Матрица Т связывает спектры совпадающих и перекрестных компонент векторных сигналов $\vec{E}_п$ и $\vec{E}_т$;

$$S_{тu} = \mathrm{T}_{uu} S_{пu} + \mathrm{T}_{uv} S_{пv}; \quad S_{тv} = \mathrm{T}_{vu} S_{пu} + \mathrm{T}_{vv} S_{пv}. \tag{2}$$