ЭЛЕКТРОНИКА

УДК 621.385.6.029.6

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРАХ

НЕСТЕРОВИЧ Р.В., РУЖЕНЦЕВ И.В.

Проводится тестирование методов вычисления действующего на частицу кулоновского поля. Выяснилось, что метод дифференцирования потенциала приводит к сильному самодействию в отличие от метода интерполирования поля.

При теоретическом анализе релятивистских приборов существенно возрастает важность точного определения кулоновских полей в связи со значительными количествами зарядов. Поэтому представляется интересным сравнить корректность методов, используемых при решении указанной задачи.

1. Методы дифференцирования потенциала

1.1. Метод наименьших квадратов

При реализации методики определения действующего на частицу электрического поля, описанной в работах [1, 2], оказалось, что она не корректна, так как приводит к самодействию частицы. Суть подхода состоит в том, что электрическое поле вычисляется путём дифференцирования функции, интерполирующей потенциал.

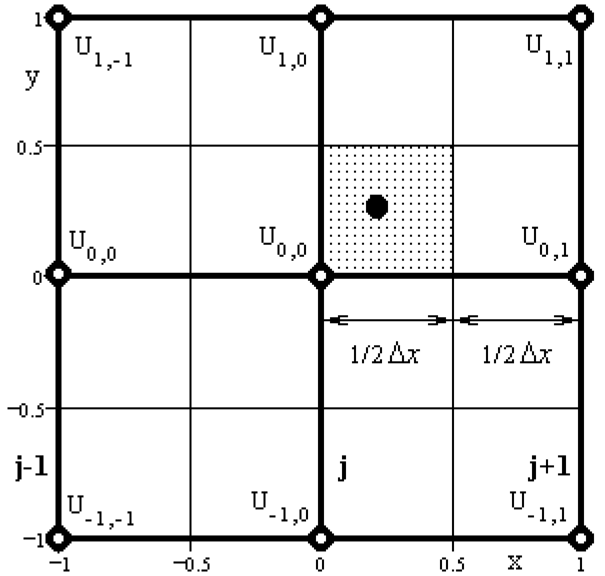

Рис. 1. Сетка в окрестности частицы

Для двумерного 9-точечного случая (рис. 1) интерполяционный полином работы [2] имеет вид:

$$v(x,y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_4 x^2 + a_5 y^2 + a_7 xy,$$

где x, y – нормированные к шагу сетки координаты.

Коэффициенты полинома $a_0, a_1, \ldots a_7$ находятся с помощью метода наименьших квадратов.

В качестве весовой функции при взвешивании заряда по узлам взята линейная функция усреднения (функция взвешивания по площадям) для четырёх ближайших узлов [1, с. 77].

Методика определения самодействия следующая: в выбранную точку внутри области $D: x \in [0;0.5]$, $y \in [0;0.5]$ (на рис.1 она заштрихована) помещается частица, затем для узлов $U_{0,0}$, $U_{1,0}$, $U_{1,1}$ и $U_{0,1}$ вычисляются приходящиеся на них доли зарядов (взвешивание по площадям), после чего решается уравнение Пуассона. Далее, для 9 ближайших узлов, по методу наименьших квадратов, находится функция, интерполирующая распределение потенциала в ячейке, и путём ее дифференцирования определяются компоненты и модуль вектора электрического поля в точке нахождения частицы. Для оценки самодействия выбран относительный параметр, вычисляемый как отношение модуля самодействующего поля к максимальному значению модуля поля в области D. Выполнив описанные действия для массива точек из области D, получим диаграмму самодействия, показанную на рис.2.

По данным рис. 2 видно, что самодействие частицы имеет фактически один порядок с её собственным полем, что недопустимо для расчётов.

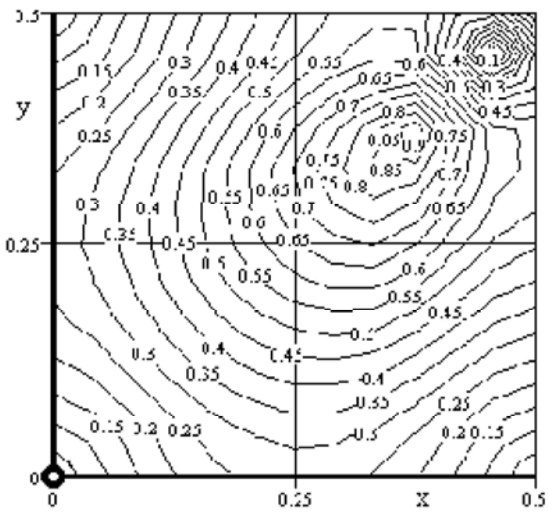

Рис. 2. Относительное значение самодействующего поля (метод наименьших квадратов)

Кроме того, были проведены расчеты, с тем же отрицательным результатом, для полиномов вида

$$v(x,y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_4 x^2 + a_5 y^2 + a_7 xy + a_{10} x^2 y + a_{12} xy^2 + a_{12} x^2 y^2,$$

$$v(x,y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_4 x^2 + a_5 y^2 + a_7 xy + a_{12} x^2 y^2.$$

Для двумерного 4-точечного случая (т.е. для интерполяции по узлам $U_{0,0}$, $U_{1,0}$, $U_{1,1}$ и $U_{0,1}$) полином имеет вид:

$$v(x,y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_7 xy .$$

Как оказалось после вычисления коэффициентов, эта интерполяция *эквивалентна взвешиванию по площадям*. Здесь также был получен отрицательный результат.

1.2. Метод чебышевского полинома

Метод нахождения кулоновского поля, описанный в работе [3,с.263], аналогичен подходу, изложенному в п.1.1, с тем отличием, что в качестве интерполяционного полинома применяется полином Чебышева. Для двумерного 9-точечного случая, (см. рис. 1) полином работы [3] имеет вид:

$$\Phi(x,y) = a_0 + a_1 Y_н + a_2 X_н + a_3 X_н Y_н + a_4(3Y_н^2 - 2) + \\ + a_5(3X_н^2 - 2) + a_6 Y_н(3X_н^2 - 2) + a_7 X_н(3Y_н^2 - 2),$$

где $X_н, Y_н$ — нормированные к шагу сетки координаты.

Подобно п.1.1 было проведено исследование на предмет самодействия. Здесь также оказалось, что метод не корректен, так как самодействие частицы имеет фактически один порядок с её собственным полем (рис. 3), что недопустимо для расчётов. Но стоит отметить, что этот метод имеет меньшее самодействие по сравнению с методом наименьших квадратов.

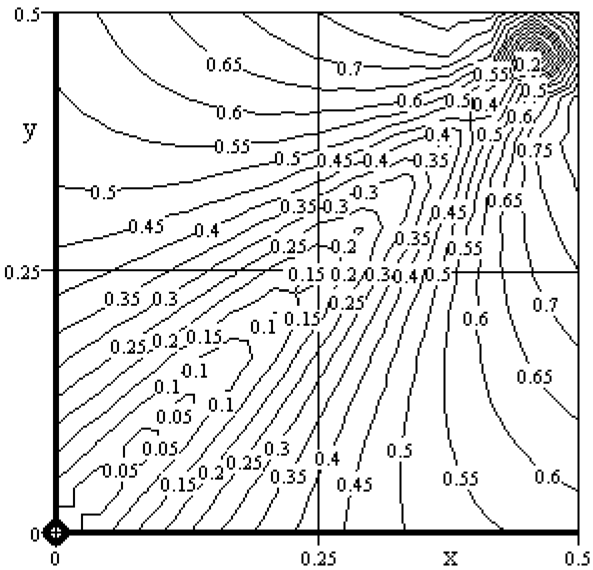

Рис. 3. Относительное значение самодействующего поля (метод чебышевского полинома)

2. Методы интерполирования поля

По методике работы [4] для определения действующей на частицу силы необходимо интерполировать само поле, а не потенциал. В качестве весовой функции при взвешивании заряда и поля по узлам в работе [4, с.300] взята линейная функция усреднения (функция взвешивания по площадям) для четырёх ближайших узлов.

Аналогично п.1.1 была применена методика по определению самодействия, которая показала, что этот метод корректен (самодействие частицы фактически равно машинному нулю – рис.4) и поэтому применим для моделирования.

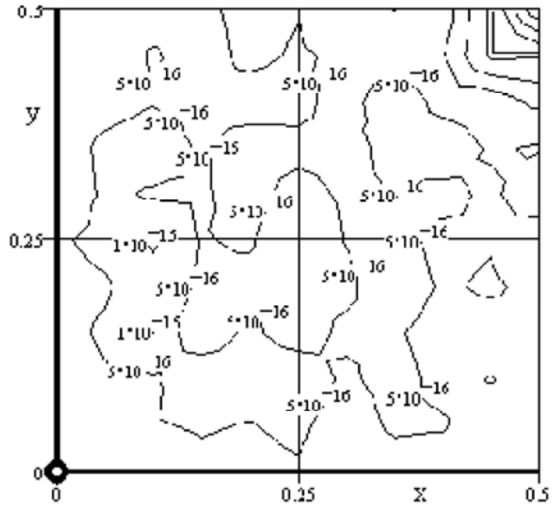

Рис. 4. Относительное значение самодействующего поля (метод интерполирования поля)

Недостатком этого метода является то, что для интерполяции поля внутри ячейки необходимо знать поле в её узлах, что реализуется конечно-разностной аппроксимацией оператора $\vec{E} = -\mathrm{grad}U$, а это сказывается на точности расчёта.

Подобная методика интерполирования потенциала была проверена на всех полиномах, исследованных в п.1, с положительным результатом - самодействие фактически стремилось к машинному нулю. Значит, все они применимы для моделирования.

3. Выводы

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод, что высокое значение самодействия для дифференцирующих потенциал методов связано не с формой интерполяционного полинома, а с самим способом определения поля – дифференцированием полинома. Положительный результат при использовании тех же многочленов в интерполирующих поле методах подтверждает этот вывод.

Значит, для вычисления компонент кулоновского поля следует определить компоненты поля в узлах сетки, а затем путем взвешивания вычислить их в месте локализации частицы. Кроме того, этот метод применим и для определения компонент магнитного поля в электродинамических моделях с существенным собственным магнитным полем частиц.

Литература: 1. *Рошаль А. С.* Моделирование заряженных пучков. М.: Атомиздат, 1979. 224 с. **2.** *Рошаль А.С.* Сглажиание кулоновского поля в моделях “крупных частиц” // Электронная техника. Сер.1. Электроника СВЧ, 1976. № 5. С. 72-77. **3.** *Кураев А.А., Байбурин В.Б., Ильин Е.М.* Математические модели и методы оптимального проектирования СВЧ приборов. Мн.: Навука і тэхніка, 1990. 392 с. **4.** *Бэдсел Ч., Ленгдон А.* Физика плазмы и численное моделирование: Пер.с англ. М.: Энергоатомиздат, 1989. 452 с.

Поступила в редколлегию 08.08.2001

Рецензент: д-р физ.-мат. наук, проф. Чурюмов Г.И.

Нестерович Роман Викторович, аспирант кафедры МИТ ХНУРЭ. Научные интересы: радиофизика. Адрес: Украина, 61166, Харьков, просп. Ленина, 14, тел. 40-93-31

Руженцев Игорь Викторович, д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой метрологии и измерительной техники ХНУРЭ. Научные интересы: радиофизика и измерительная техника. Адрес: Украина, 61166, Харьков, просп. Ленина, 14, тел. 40-93-31.