

## К ВОПРОСУ О СИНТЕЗЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОТОКАМИ В СЕТЯХ

В. К. Евтимов

Харьков

Рассматривается задача оптимизации энергозатрат в сети при заданном потокораспределении. В отличие от более общего математического метода ее решения [1, 2, 3] предлагается упрощенный алгоритм, основанный на топологических свойствах сети. Способ регулирования комбинированный.

Введем следующие обозначения:

$\forall$  — квантор общности;

$\exists$  — квантор существования;

$M$  — множество индексов всех дуг графа сети;  $|M| = m$ ;

$S$  — множество индексов связей графа;  $|S| = s$ ;

$T$  — множество индексов дуг графа с активными регулируемыми органами;

$S \setminus T$  — разность множеств  $S$  и  $T$ ;

$q_i$  — поток в  $i$ -й дуге графа сети;

$B^*$  — сжатая [4] матрица независимых циклов;

$\text{sign } k_i$  — знак элемента  $k$  в  $i$ -ой строке матрицы;

$Q$  — мощность, затрачиваемая в сети на потокораспределение.

Включение активных регулирующих органов назовем согласным, если существует хотя бы один контур, включающий дуги  $t \in T$  с этими органами. Включение встречно, если такой контур не существует.

**Получение допустимого решения.** Заранее производим в сети направленные кодирование: дугам с активными регулируемыми органами в порядке уменьшения потоков присваиваем номера от 1 до  $l$ ; остальные дуги графа сети кодируем по возрастающим потокам номерами от  $l+1$  до  $m$ .

В качестве исходной информации о сети можно взять любую матрицу  $B^*$  с подсчитанными значениями невязок  $\Delta h_r$  в циклах. Условимся индексом цикла записывать индекс задающей его связи. В сжатой матрице  $B^*$  этот индекс совпадает с номером главного элемента данной строки. Значение невязки будем записывать слева, перед соответствующей строкой. Все действия, производимые над строками матрицы, производятся и над невязками.

В постановке задачи [2] (множество  $T$  заранее известно) условия допустимости решения имеют вид

$$\begin{aligned} (\forall t \in T) \Delta h_t &\geq 0; \\ (\forall r \in S \setminus T) \Delta h_r &\leq 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Условно недопустимым назовем решение, в котором

$$(\exists t \in T) \Delta h_t > 0; \quad (2)$$

$$(\exists t \in T) \Delta h_t < 0; \quad (3)$$

$$(\forall r \in S \setminus T) \Delta h_r \leq 0. \quad (4)$$

Очевидно, получение условно недопустимого решения указывает на ошибку при проектировании потокораспределения. Устранить ее можно, задаваясь новым множеством  $T$ .

Получение допустимого решения, требующего применения  $s$  регулирующих органов, сводится к произведению над матрицей  $B^*$  следующих операций.

1. Исключение элементов  $t \in T$ , которое производится условным алгебраическим сложением строк с приписанными значениями невязок.

2. В  $r$ -ой строке ( $r \in S \setminus T$ ):

а) проверяем знак невязки. Если  $\Delta h_r > 0$ , то меняем знаки элементов строки и невязки на противоположный;

б) выделяем в качестве главного наименьший положительный элемент;\*

в) исключаем выбранный главный элемент.

Полученное по этому алгоритму решение является допустимым или хотя бы условно недопустимым, так как можно показать, что для сетей, граф которых сильно связан\*\*, условие (2) выполняется всегда. Условно недопустимые решения всегда можно привести к допустимым путем коррекции условий задачи.

**Минимизация энергозатрат в сети.** Выберем в матрице  $B^*$  допустимого решения произвольный  $k$ -ый главный элемент. Произведем его исключение, сохраняя выполнение условия (4) и целостность множества  $T$ . Затраты энергии при этом изменятся на величину

$$\Delta Q = |\Delta h_k| \sum_{t \in T} \text{sign } k_t |q_t|.$$

Очевидно, что если выполняется условие

$$(\forall k \in M) \sum_{t \in T} \text{sign } k_t |q_t| \geq 0, \quad (5)$$

улучшить данное решение невозможно.

Наоборот, если

$$(\exists k \in M) \sum_{t \in T} \text{sign } k_t |q_t| < 0, \quad (6)$$

нетрудно доказать, что всегда можно улучшить решение. Множество  $T$  при этом сохраняет заданный вид.

Для задач линейного программирования любое локальное минимальное решение является также и истинным (или глобальным) минимальным решением [5].

Следовательно, необходимое и достаточное условие оптимальности плана линейной задачи регулирования комбинированным способом при выполнении условий (1) выражается неравенством (5).

Последовательность действий при улучшении допустимого решения.

\* При этом затраты энергии в данном цикле минимальны. Наличие положительного элемента вытесняет из самого задания направлений потоков. Если в сети существует хотя бы один контур, свободный от активного регулирующего органа, то такое потокораспределение неосуществимо.

\*\* Приведение к сильно связанному графу всегда возможно введением фиктивных дуг.

1. Выбор  $k$ -го главного элемента из условия (6). Для сохранения условия (4) вводим его в строку с наименьшей по модулю невязкой из всех  $r$ -ых ( $r \in S \setminus T$ ) строк, для которых  $\text{sign } k_r > 0$ .

2. Исключение элемента.

Частный случай — встречное включение. Опуская доказательство, приведем положение, что при встречно разложенных  $t$ -ых дугах графа сети, каждый  $k$ -ый элемент входит в  $t$ -ые строки матрицы  $B^*$  с одним и тем же знаком. Условие оптимальности для этого случая при выполнении (1) запишется так:

$$(\forall k \in M, t \in T) \text{sign } k_t \geq 0. \quad (7)$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A. A. Volkov. Syntéza optimálního systému regulačních orgánů v důlní větrání s použitím číslicových počítačů. «Rudy», № 7, 1968.
2. А. А. Волков. О построении аналитической самонастраивающейся системы оптимального управления проветриванием шахт. «Изв. вузов. Горный журнал», № 5, 1967.
3. А. Г. Евдокимов, Б. Д. Ягловкин. Применение линейного программирования для решения некоторых задач по оптимальному управлению проветриванием шахт. Сб. «Проектирование угольных предприятий», вып. 3, ЦНИИТЭИ, 1966.
4. А. А. Волков, А. Г. Евдокимов, Р. Т. Волколупова. Топологический анализ шахтных вентиляционных сетей. «Изв. вузов. Горный журнал», № 1, 1967.
5. Дж. Данциг. Линейное программирование, его применения и обобщения. Изд-во «Прогресс», 1966.