УДК 519.863:621.382

МЕТОД УСТРАНЕНИЯ ДУБЛИРОВАНИЯ КРИТЕРИЕВ ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ СИНТЕЗЕ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ

И.В. ПРАСОЛ

Аннотация. В статье рассмотрен метод, позволяющий устранить дублирующиеся критерии при параметрическом синтезе аналоговых электронных схем. Он основан на применении двухуровневой оптимизации, когда на нижнем уровне используются известные методы нелинейного программирования, а на верхнем – метод направленного изменения весовых коэффициентов функции-свертки. Получены соответствующие теоретические соотношения и алгоритм определения частных производных. Это позволяет уменьшить число рассматриваемых критериев, редуцировать математическую модель схемы и в конечном счете значительно снизить вычислительные затраты на этапе многокритериальной оптимизации в САПР.

1. Введение. При параметрическом синтезе электронных схем часто приходится сталкиваться с многокритериальностью задачи. Поиск решения в этом случае довольно трудоемкий и временные затраты напрямую зависят от количества критериев [1,2]. Зачастую увеличение этого количества не оправдано, так как с точки зрения качества решения одни критерии могут дублировать другие. Распознать такую ситуацию и избавиться от дублирования довольно сложно, однако, если проделать такую работу и отсеять «лишние» критерии, задача получения наилучшего решения значительно упростится [3,4]. Особенно *актуальным* становится такая задача в случае использования агрегированных математических моделей, когда их размерность связана с числом критериев [5] и уменьшение их числа позволяет в ряде случаев значительно снизить число уравнений модели схемы. Таким образом, *целью* данной работы является разработка метода для уменьшения числа критериев качества схемы за счет устранения их дублирования.

2. Метод устранения дублирования критериев. Для поиска и удаления дублирующих критериев предлагается следующее.

Представим задачу, как минимаксную, при которой решением считается точка:

$$X^* = f^{-1}\left(\min_{X\in\Omega}\max_{j} f_j(X),\ j=\overline{1,m}\right). \tag{1}$$

Здесь f^{-1} - символ обратного преобразования $f(X)$ в X; $f_j(X)$ - нормированная каким-либо образом непрерывная функция, определяющая j-й критерий качества;

$$\Omega = S_1 \bigcap S_2, \quad \text{- область определения,} \tag{2}$$

где $S_1 = \{X|\ g_k(X) \le g_k'',\ k=\overline{1,l}\}$; $S_2\{X|\ x_i' \le x_i \le x_i'',\ i=\overline{1,n}\}$;

$g_k(X), k=\overline{1,l}$ - в общем случае нелинейные функции ограничений;

X - вектор управляемых (варьируемых) схемных параметров размерностью m .

Предлагается искать решение (1) следующим образом.

Пусть

$$F(\Lambda, X) = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j f_j(X), \tag{3}$$

где

$$\lambda_j \in E, \qquad E = \{\Lambda \in R^m |\ 0 \le \lambda_j \le 1, \sum_{j=1}^{m}\lambda_j = 1\}. \tag{4}$$

Тогда

$$X^* = f^{-1}\left(\max_{\Lambda\in E}\min_{X\in\Omega} F(\Lambda, X)\right). \tag{5}$$

Очевидно, что процесс получения решения (5) представляет собой двухуровневую оптимизацию: на нижнем уровне при заданных $\lambda_j, j=\overline{1,m}$ используется один из известных методов нелинейного программирования с целью поиска вектора X^{r*}, минимизирующего свертку (3) на r –ом шаге. При этом решение будет принадлежать нижней левой границе (НЛГ) ; на верхнем уровне работает алгоритм направленного изменения $\lambda_j, j=\overline{1,m}$, который, основываясь на информации о состоянии оптимизируемой системы в точке X^{r*}, стремится достичь максимума функции $\min\limits_{X\in\Omega} F(\Lambda, X)$.

Для построения алгоритма оптимизации верхнего уровня следует определить вектор градиента $(\frac{\partial F(\Lambda,X)}{\partial\lambda_j}), j=\overline{1,m}$. На первый взгляд численно эту операцию можно было бы сделать путем попеременного изменения λ_j при неизменных $\lambda_k, k=\overline{1,m}, k\neq j$, и проведения соответствующих процедур минимизации $F(\Lambda,X)$ по X. Однако, здесь необходимо обратить внимание на два момента:

а) для получения вектора градиента $(\frac{\partial F(\Lambda,X)}{\partial\lambda_j}), j=\overline{1,m}$ потребуется минимум $(m+1)$ этапа минимизации сверки (3);

б) точность полученного решения нельзя гарантировать, т.к. при выполнении действия $\lambda'_j=\lambda_j+\Delta\lambda_j, \lambda_k=const, k=\overline{1,m}, k\neq j$, будут нарушены условия (4), что может привести к выходу квазиоптимальной точки X^{r*} за область компромиссов (НЛГ).

Поэтому для определения вектора частных производных $(\frac{\partial F(\Lambda,X)}{\partial\lambda_j}), j=\overline{1,m}$, предлагается следующее.

Запишем задачу оптимизации (3),(4) в таком виде:

$$F^*(\Lambda)=\max_{\lambda}\sum_{j=1}^{m}\lambda_j f_j^{\min}(\Lambda), \qquad (6)$$

где $f_j^{\min}(\Lambda)$ - значение j -й функции в точке X^{r*}, полученной при минимизации свертки (3) на r -ом этапе.

Определим вектор $(\frac{\partial F(\Lambda,X)}{\partial\lambda_j}), j=\overline{1,m}$, в некоторой точке Λ^0.

$$F(\Lambda^0)=\sum_{j=1}^{m}\lambda_j^0 f_j^{\min}(\Lambda^0);$$

$$F(\Lambda^0+\Delta\Lambda)=\sum_{j=1}^{m}(\lambda_j^0+\Delta\lambda_j)f_j^{\min}(\Lambda^0+\Delta\Lambda);$$

$$F(\Lambda^0+\Delta\Lambda)-F(\Lambda^0)=\sum_{j=1}^{m}(\lambda_j^0+\Delta\lambda_j)f_j^{\min}(\Lambda^0+\Delta\Lambda)-$$

$$- \sum_{j=1}^{m} \lambda_j^0 f_j^{min}(\Lambda^0) = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j^0 f_j^{min}(\Lambda^0 + \Delta\Lambda) +$$

$$+ \sum_{j=1}^{m} \Delta\lambda_j f_j^{min}(\Lambda^0 + \Delta\Lambda) - \sum_{j=1}^{m} \lambda_j^0 f_j^{min}(\Lambda^0) =$$

$$= \sum_{j=1}^{m} \lambda_j^0 (f_j^{min}(\Lambda^0 + \Delta\Lambda) - f_j^{min}(\Lambda^0)) + \sum_{j=1}^{m} \Delta\lambda_j f_j^{min}(\Lambda^0 + \Delta\Lambda) =$$

$$= \sum_{j=1}^{m} \lambda_j^0 \Delta f_j^{min}(\Lambda^0) + \sum_{j=1}^{m} \Delta\lambda_j f_j^{min}(\Lambda^0 + \Delta\Lambda) .$$

Определим теперь частную производную по одной из координат.

$$\frac{F(\Lambda^0 + \Delta\Lambda) - F(\Lambda^0)}{\Delta\lambda_k} = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j^0 \frac{f_j^{min}(\Lambda^0 + \Delta\Lambda) - f_j^{min}(\Lambda^0)}{\Delta\lambda_k} +$$

$$+ \sum_{j=1}^{m} \frac{\Delta\lambda_j}{\Delta\lambda_k} f_j^{min}(\Lambda^0 + \Delta\Lambda) . \tag{7}$$

Переходя к предельно малым величинам, получаем:

$$\frac{\partial F(\Lambda)}{\partial \lambda_k} = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j \frac{\partial f_j^{min}(\Lambda)}{\partial \lambda_k} + \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial \lambda_j}{\partial \lambda_k} f_j^{min}(\Lambda) .$$

Наличие сомножителя $\frac{\partial \lambda_j}{\partial \lambda_k}$ говорит о том, что множество переменных Λ является внутренне зависимым, т.е. весовые коэффициенты зависят от своих же значений внутри компакта E.

Раскроем этот сомножитель следующим образом.

Пусть

$$\lambda_j^1 = \frac{\lambda_j^0}{1 + \Delta\lambda_k^p} \; ; \; \lambda_k^1 = \frac{\lambda_k^0 + \Delta\lambda_k^p}{1 + \Delta\lambda_k^p} , \; j \neq k \; ,$$

где $\Delta\lambda_k^p$ - некоторое текущее приращение k-го весового коэффициента. Это предполагает наличие подвижной связи между всеми весовыми коэффициентами. Тогда

$$\Delta\lambda_j = \frac{\lambda_j^0}{1 + \Delta\lambda_k^p} - \lambda_j^0 = - \frac{\lambda_j^0 \Delta\lambda_k^p}{1 + \Delta\lambda_k^p} \; ;$$

$$\Delta\lambda_k = \frac{\lambda_k^0 + \Delta\lambda_k^p}{1 + \Delta\lambda_k^p} - \lambda_k^0 = \frac{\Delta\lambda_k^p (1 - \lambda_k^0)}{1 + \Delta\lambda_k^p} \text{, и}$$

$$\frac{\Delta\lambda_j}{\Delta\lambda_k} = - \frac{\lambda_j}{1 - \lambda_k} \text{, для } j \neq k ,$$

а для λ_k это частное будет равно, естественно, единице. Формула (7) запишется в следующем виде:

$$\frac{\partial F(\Lambda)}{\partial \lambda_k} = \sum_{j=1}^{m} \lambda_j \frac{\partial f_j^{\min}(\Lambda)}{\partial \lambda_k} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^{m} \frac{\lambda_j}{1-\lambda_k} f_j(\Lambda) + f_k(\Lambda). \tag{8}$$

Выражение (8) дает возможность предложить такую последовательность действий по численному дифференцированию функции $\min\limits_{X \in \Omega} \sum\limits_j \lambda_j f_j(X)$:

1. Исходная точка, в которой необходимо определить вектор – градиент, задается некоторыми значениями $\lambda_j^0 \in E$.
2. Определяется точка, доставляющая минимум свертке (3).
3. Определяются $f_j^{\min}(\Lambda^0), j = \overline{1,m}$.
4. Задается некоторое $\Delta\lambda$.
5. Вычисляются $\lambda_j^1 = \dfrac{\lambda_j^0}{1+\Delta\lambda}$; $\lambda_s^1 = \dfrac{\lambda_s^0 + \Delta\lambda}{1+\Delta\lambda}$, $1 \le s \le m, j \neq s$.
6. Выполняются последовательно п.2 и п. 3 для Λ^1.
7. По формуле (8) вычисляются составляющие вектора производных $(\dfrac{\partial F(\Lambda, X)}{\partial \lambda_j}), j = \overline{1,m}$.

3. Пример. Пусть нормированные критерии качества описываются системой функций:

$f_1 = (x_1 - 1)^2 + x_2^2$,

$f_2 = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2$,

$f_3 = x_1^2 + (x_2 - 3)^2$

$f_4 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$

$f_5 = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 2)^2$, $\Omega = R^2$.

В данной постановке критерии 3, 4 и 5 дублируют качество остальных критериев, так как их значение будет заведомо лучше или равно критериев 1 и 2.

Определим чувствительности (8).

Продифференцировав свертку по X и приравняв частные производные нулю, получим значения вектора X, в которых достигается ее минимум при некоторых заданных $\lambda_j, j = \overline{1,5}$. Это будут соответственно

$$x_1 = \lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_5; x_2 = 2\lambda_2 + 3\lambda_3. + \lambda_4 + 2\lambda_5 \tag{9}$$

Подставив в исходную систему значения (9), получим:

$f_1 = (\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_5 - 1)^2 + (2\lambda_2 + 3\lambda_3. + \lambda_4 + 2\lambda_5)^2$,

$f_2 = (\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_5 - 2)^2 + (2\lambda_2 + 3\lambda_3. + \lambda_4 + 2\lambda_5 - 2)^2$,

$f_3 = (\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_5)^2 + (2\lambda_2 + 3\lambda_3. + \lambda_4 + 2\lambda_5 - 3)^2$,

$f_4 = (\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_5 - 1)^2 + (2\lambda_2 + 3\lambda_3. + \lambda_4 + 2\lambda_5 - 1)^2$,

$f_5 = (\lambda_1 + 2\lambda_2 + \lambda_4 + \lambda_5 - 1)^2 + (2\lambda_2 + 3\lambda_3. + \lambda_4 + 2\lambda_5 - 2)^2$.

Значения производных $\dfrac{\partial f_i^{\min}(\Lambda)}{\partial \lambda_j}$, необходимые для расчета (8) сведены в таблицу.

Таблица

	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5
f_1	$2(x_1-1)$	$4(x_1-1)+4x_2$	$6x_2$	$2(x_1-1)+2x_2$	$2(x_1-1)+4x_2$
f_2	$2(x_1-2)$	$4(x_1-2)+4(x_2-2)$	$6(x_2-2)$	$2(x_1-2)+2(x_2-2)$	$2(x_1-2)+4(x_2-2)$
f_3	$2x_1$	$4x_1+4(x_2-3)$	$6(x_2-3)$	$2x_1+2(x_2-3)$	$2x_1+4(x_2-3)$
f_4	$2(x_1-1)$	$4(x_1-1)+4(x_2-1)$	$6(x_2-1)$	$2(x_1-1)+2(x_2-1)$	$2(x_1-1)+4(x_2-1)$
f_5	$2(x_1-1)$	$4(x_1-1)+4(x_2-2)$	$6(x_2-2)$	$2(x_1-1)+2(x_2-2)$	$2(x_1-1)+4(x_2-2)$

Здесь x_1 и x_2 необходимо заменить на соответствующие значения из (9).

Тогда, при

$$\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=\lambda_4=\lambda_5=0{,}2$$

получим следующий вектор чувствительностей:

$$\frac{\partial F(\Lambda)}{\partial \lambda_k}=(1{,}4;-0{,}35;1{,}9;-1{,}35;-1{,}6)\,.$$

Результаты вычислений показывают, что вес критериев необходимо уменьшить, т.к. они, вероятнее всего являются избыточными.

Проверим это для набора $\lambda_1=\lambda_3=0{,}5;\lambda_2=\lambda_4=\lambda_5=0:$

$$\frac{\partial F(\Lambda)}{\partial \lambda_k}=(0;0;0;-2;-2).$$

Отрицательные значения производной подтверждают тот факт, что критерии 4 и 5 действительно являются "лишними" в данной постановке, а нулевые – что данное решение является оптимальным с точки зрения минимакса.

Анализ результатов подтверждает, что полученные теоретические соотношения верно определяют частные производные свертки (6) по λ, которые позволяют устранить избыточность в задачах параметрического синтеза электронных схем.

4. Выводы. В работе предложен метод выявления и устранения дублирующих критериев при многокритериальной параметрической оптимизации электронных схем. Он базируется на двухуровневой оптимизации, которая на верхнем уровне использует метод варьирования весовыми коэффициентами для максимизации введенной функции – свертки. *Научная новизна* заключается в том, что впервые получены теоретические соотношения для определения составляющих градиента функции, переменные которой представляют компакт, и алгоритм ее численного дифференцирования. Справедливость метода подтверждена на конкретном примере. Данный метод позволяет уменьшать число критериев оптимизации за счет устранения дублирования, что особенно важно при оптимизации схем по агрегированным моделям, размерность которых пропорциональна количеству критериев. *Практическая значимость* заключается в возможности повысить точность и значительно снизить вычислительные затраты на этапе параметрического синтеза электронных схем в интегрированной САПР РЭА.

Литература: 1. *Шеховцов А.В., Крючковский В.В., Мельник А.Н.* Решение многокритериальной оптимизации с использованием адаптивных алгоритмов // Автоматика, автоматизация, электротехнические комплексы и системы: науч. - техн. журнал, Херсон: ХГТУ. 2007, №2 (20). С. 60 – 67. 2. *Батищев Д.И., Исаев С.А.* Оптимизация многоэкстремальных функций с помощью генетических алгоритмов // Межвузовский сборник научных трудов «Высокие технологии в технике, медицине и образовании», Воронеж: ВГТУ. 1997. С. 4-17. 3. *Анохин А.М., Глотов В.А.,Павельев В.В., Черкашин А.М.* Методы определения коэффициентов важности критериев // Автоматика и телемеханика. 1997, №8. С. 3-35. 4. *Анохин А.М., Гусев В.Б., Павельев В.В.* Комплексное оценивание и оптимизация на моделях многомерных объектов. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2003. 80 с. 5. *Прасол И.В.* Особенности агрегирования моделей электронных схем при оптимизации их параметров // Технология приборостроения. Научно-технический журнал, Харків: ДП НДТІП. 2010, № 1. - С. 25-29.

Поступила в редколлегию 00.00.00

Рецензент: проф. каф. ЗИ Севастопольской академии ВМС Украины им. П.С. Нахимова, д.ф.-мат.н., Грицунов А.В.

Прасол Игорь Викторович, к.т.н., доцент, профессор ХНУРЭ. Научные интересы: проектирование и моделирование электронных схем, САПР РЭА, цифровая схемотехника, разработка биомедицинских устройств. Увлечения и хобби: авто, путешествия, фото- и видеосъемка, приусадебное хозяйство. Адрес: Украина, 61166, Харьков, пр. Ленина,14, каф. БМЭ, тел.: (057) 7021364, e-mail: ivp@kture.kharkov.ua.

УДК 519.863:621.382

Метод усунення дублювання критеріїв при параметричному синтезі електронних схем / І. В. Прасол // АСУ та прилади автоматики. 2010. № 151. С. 27–31.

Запропоновано метод, який дозволяє усунути дублювання критеріїв якості електронних схем при їх параметричному синтезі. Наведено приклад для підтвердження вірності отриманих теоретичних співвідношень. Це дозволяє знизити трудомісткість процедури оптимізації, особливо при застосуванні агрегованих моделей схем.

Табл. 1. Бібліогр.: 5 назв.

UDC 519.863:621.382

Method of eliminating duplication criteria for parametric synthesis of electronic circuits / I. V. Prasol // Management Information System and Devises. 2010. N 151. P. 027-031.

The method allows to eliminate duplication of quality criteria for electronic circuits with their parametric synthesis have been proposed. An example to confirm the fidelity of the theoretical relations is given. This helps reduce the complexity of the optimization procedure, especially when using aggregated models of circuits.

Tab. 1. Ref.: 5 items.