УДК 621.391

Ю. В. СТАСЕВ, канд. техн. наук

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ПРОИЗВОДНЫЕ СИГНАЛЫ

Развитие микропроцессорной техники и ее широкое использование в устройствах формирования и обработки сигналов позволяет применять в разрабатываемых системах связи сигналы с нелинейными законами формирования. Наиболее интересны ортогональные сигналы, с помощью которых можно уменьшить вероятность ошибки в системах связи, повысить их пропускную способность. Особенно важны для изучения ортогональные нелинейные производные системы сигналов (ОНПСС), обладающие хорошими корреляционными, ансамблевыми и структурными свойствами. В настоящее время исследованы только ОНПСС с числом элементов $L=2^r$, $r=2, 3, 4 \ldots$ [1—4]. Как известно, ортогональные сигналы существуют практически для любых значений $L=0 \pmod 4$ [2; 5]. Цель статьи — рассмотрение корреляционных свойств и ансамблевых характеристик ОНПСС с числом элементов $L=0 \pmod 4$.

Производную систему сигналов $\{G\}$ можно получить в результате поэлементного умножения ортогональной системы сигналов $\{H\}$ на сигнал $\{W\}$ [1; 2]

$$(G)=\begin{vmatrix} h_{11}\omega_1 & h_{12}w_2 & \ldots & h_{1L}w_L \\ h_{21}w_1 & h_{22}w_2 & \ldots & h_{2L}w_L \\ h_{L1}w_1 & h_{L2}w_2 & \ldots & h_{LL}w_L \end{vmatrix}, \qquad (1)$$

где h_{ij} — элемент задающего ортогонального сигнала из ансамбля $\{H\}$. w_i — элемент производящего сигнала.

Такой алгоритм построения сигналов позволяет получить большое число ансамблей ОНПСС, обладающих псевдослучайной структурой и хорошими корреляционными свойствами.

Определим условия существования и свойства ОНПСС.

Лемма 1. *Производные ортогональные системы сигналов существуют для длительностей* $L=0 \pmod 4$.

Доказательство. Пусть $\{q_j\}$ производный ортогональный сигнал получен по правилу (1) $q_{ij}=h_{ij}w_j$, где i — номер задающего сигнала: j — номер элементов в задающем и производном сигналах.

Тогда

$$\sum_{j=1}^{L}(g_{1j}+g_{2j})(g_{1j}+g_{3j})=\sum_{i=1}^{L}(h_{1j}\omega_j+h_{2j}\omega_j)\cdot(h_{1j}\omega_j+h_{3j}\omega_j)=$$

$$=\sum_{j=1}^{L}\omega_i^2(h_{1j}+h_{2j})(h_{1j}+h_{3j})=\sum_{j=1}^{L}\omega_1^2h_{1j}^2+\sum_{j=1}^{L}\omega_j^2h_{1j}h_{3j}+$$

$$+\sum_{j=1}^{L}\omega_j^2h_{2j}h_{3j}+\sum_{j=1}^{L}\omega_j^2h_{1j}h_{2j}=L. \qquad (2)$$

Так как w_j^2 всегда равно 1, второе, третье и четвертое слагаемые равны 0 (строки матриц Адамара ортогональны), а $(h_{1j}+h_{2j})\times\times(h_{1j}+h_{3j})$ равно либо 4, либо находим, что $L\equiv 0 \pmod 4$.

Лемма 2. *Если каждый элемент ортогональной задающей системы сигналов умножить на производящий сигнал w_j, то полученная производная система сигналов ортогональна.*

Доказательство:

$$\sum_{j=1}^{L} g_{1j}g_{2j} = \sum_{j=1}^{L} h_{1j}\omega_j h_{2j}\omega_j = \sum_{j=1}^{L} \omega_j^2 h_{1j}h_{2j} = 0. \qquad (3)$$

Лемма 3. *Максимальный уровень боковых лепестков ненормированной периодической функции корреляции производного ортогонального сигнала $R_{\max g}$ связан с ненормированными корреляционными функциями задающего R_h и производящего R_W сигналов соотношением*

$$R_{\max g}(k) \leqslant R_W(k) - R_h(k) + L, \qquad (4)$$

если $R_h > R_W$ *и если* $R_{\max g}(k) \leqslant R_h(k) - R_W(k) + L,\ R_W > R_h.$ (5)

Доказательство. Запишем выражение для функции корреляции двух сигналов

$$R_g(k) = \sum_{j=1}^{L} g_j g_{j+k} = \sum_{j=1}^{L} h_j\omega_j h_{j+k}\omega_{j+k}. \qquad (6)$$

Обозначим произведения $h_j h_{j+k} = A_j$, а $\omega_j\omega_{j+k} = B_j$.

Тогда

$$R_g(k) = \sum_{j=1}^{L} A_j B_j, \qquad (7)$$

$\{A\}$, $\{B\}$ последовательности, содержащие A_1, B_1 число единиц и A_0, B_0 число минус единиц. Причем $A_1 - A_0 = R_h$, $B_1 - B_0 = R_W$.

Положим, что $R_h > R_W$, тогда в (7) число произведений $A_jB_j = 1$ при $A_j = B_j = 1$ максимально равно B_1, а при $A_j = B_j = -1$ A_0, максимальное число несовпадений равно $A_1 - B_1$. Следовательно,

$$R_{\max g}(k) = B_1 + A_0 - (A_1 - B_1), \qquad (8)$$

A_1, B_1, A_0 и B_0 связаны с R_h, R_W и L соотношением

$$A_1 = 0{,}5(L + R_h);\quad B_1 = 0{,}5(L + R_W);\quad A_0 = 0{,}5(L - R_h);$$

$$B_0 = 0{,}5(L - R_W). \qquad (9)$$

Подставив (9) в (8), определим (4). По аналогии найдем $R_{\max g}(k)$ при $R_W > R_h$. Необходимо помнить, что при $L \equiv 0 \pmod 4$

$$R_{\max}(k) = \pm 4m,\ m = 0, 1, 2 \ldots \qquad [25]$$

Известно, что $R_h(k)$ стремится к L [4]. Значит, для получения ОНПСС с минимальным уровнем боковых лепестков функции корреляции, как следует из (4), (5), производящий сигнал должен обладать хорошими корреляционными свойствами.

Анализ известных систем двоичных дискретных сигналов показывает [1; 3; 4; 6], что большинство сигналов обладает «неудобной» длиной. Кратность четверке может быть получена только за счет дополнения или усечения сигнала, что, естественно, изменит его корреляционные свойства и приведет к увеличению уровня боковых лепестков ПФАК ПОСС. В этом случае лучшими корреляционными свойствами будут обладать ПОСС, построенные с использованием нелинейных характеристических сигналов [4].

Ниже приводятся результаты исследования свойств ОНПСС. В работе [4] показано, что средняя вероятность ошибки, вероятность ложной тревоги и пропуска сигнала в системе связи зависят от статистических характеристик корреляционных функций сигналов.

Указанными характеристиками ПФАК и ПФВК являются [1]: математическое ожидание боковых выбросов функций корреляции M; средне-квадратичное отклонение математического ожидания выбросов функции корреляции $\sqrt{D_M}$; дисперсия уровня боковых выбросов D, средне-квадратичное отклонение дисперсий боковых выбросов $\sqrt{D_D}$; среднее значение максимального выброса U_{max} и средне-квадратичное отклонение максимальных выбросов $\sqrt{D_M}$.

Таблица 1

Параметры корреляционных функций		Число элементов в сигнале: 12	16	60	108	256	Усредненные значения
M	ПФАК	$0,6 \cdot 10^{-1}$	$0,72 \cdot 10^{-1}$	$0,4 \cdot 10^{-1}$	$0,43 \cdot 10^{-1}$	$0,19 \cdot 10^{-1}$	$0,312/\sqrt{L}$
	ПФВК	$0,38 \cdot 10^{-1}$	$0,106 \cdot 10^{-1}$	$0,33 \cdot 10^{-1}$	$0,45 \cdot 10^{-1}$	$0,292 \cdot 10^{-1}$	$0,367/\sqrt{L}$
$\sqrt{D_M}$	ПФАК	$0,26 \cdot 10^{-3}$	$0,36 \cdot 10^{-4}$	$0,11 \cdot 10^{-4}$	$0,15 \cdot 10^{-4}$	$0,441 \cdot 10^{-5}$	$0,94 \cdot 10^{-4}$
	ПФВК	$0,75 \cdot 10^{-4}$	$0,729 \cdot 10^{-3}$	$0,5 \cdot 10^{-4}$	$0,9 \cdot 10^{-4}$	$0,87 \cdot 10^{-5}$	$0,67 \cdot 10^{-4}$
D	ПФАК	$0,37 \cdot 10^{-1}$	$0,12 \cdot 10^{-1}$	$0,9 \cdot 10^{-2}$	$0,43 \cdot 10^{-2}$	$0,34 \cdot 10^{-2}$	$0,05/\sqrt{L}$
	ПФВК	$0,56 \cdot 10^{-1}$	$0,309 \cdot 10^{-1}$	$0,15 \cdot 10^{-1}$	$0,8 \cdot 10^{-2}$	$0,44\ 10^{-2}$	$0,12/\sqrt{L}$
$\sqrt{D_Д}$	ПФАК	$0,44 \cdot 10^{-1}$	$0,289 \cdot 10^{-3}$	$0,9 \cdot 10^{-5}$	$0,46 \cdot 10^{-4}$	$0,36 \cdot 10^{-6}$	$0,18 \cdot 10^{-4}$
	ПФВК	$0,4 \cdot 10^{-1}$	$0,54 \cdot 10^{-4}$	$0,64 \cdot 10^{-6}$	$0,34 \cdot 10^{-5}$	$0,12 \cdot 10^{-5}$	$0,33 \cdot 10^{-4}$
U_{max}	ПФАК	0,235	0,171	$0,9 \cdot 10^{-1}$	$0,55 \cdot 10^{-1}$	$0,472 \cdot 10^{-1}$	$0,684/\sqrt{L}$
	ПФВК	0,38	0,5	0,33	0,2	0,19	$(1 \pm 3)/\sqrt{L}$
$\sqrt{D_{V_{max}}}$	ПФАК	$0,38 \cdot 10^{-1}$	$0,24 \cdot 10^{-1}$	$0,1 \cdot 10^{-2}$	$0,17 \cdot 10^{-2}$	$0,18 \cdot 10^{3}$	$0,15 \cdot 10^{-2}$
	ПФВК	$0,21 \cdot 10^{-2}$	$0,24 \cdot 10^{-1}$	$0,18 \cdot 10^{-2}$	$0,21 \cdot 10^{-2}$	$0,113 \cdot 10^{-2}$	$0,15 \cdot 10^{-2}$

Таблица 2

Параметры корреляционных функций		Тип последовательностей			
		ПСС	Полные кодовые кольца	НПКП	Последовательности Голда
$M\sqrt{L}$	ПФАК	0,312	0,433	0,75	0,75
	ПФВК	0,367	0,48	0,73	0,74
$\sqrt{D_м}$	ПФАК	$0{,}94\cdot10^{-4}$	$0{,}88\cdot10^{-5}$	$0{,}18\cdot10^{-3}$	$0{,}62\cdot10^{-4}$
	ПФВК	$0{,}67\cdot10^{-4}$	$0{,}89\cdot10^{-5}$	$0{,}14\cdot10^{-3}$	$0{,}5\cdot10^{-4}$
$D\sqrt{L}$	ПФАК	0,05	0,091	0,078	0,0775
	ПФВК	0,12	0,16	0,089	0,093
$\sqrt{D_D}$	ПФАК	$0{,}18\cdot10^{-4}$	$0{,}33\cdot10^{-5}$	$0{,}19\cdot10^{-3}$	$0{,}68\cdot10^{-4}$
	ПФВК	$0{,}33\cdot10^{-5}$	$0{,}46\cdot10^{-5}$	$0{,}34\cdot10^{-3}$	$0{,}6\cdot10^{-4}$
$U_{\max}\sqrt{L}$	ПФАК	0,684	1,5	2,16	1,52
	ПФВК	$(1\div3)$	$(0{,}5\div0{,}75)$	2,22	1,52
$\sqrt{DU_{\max}}$	ПФАК	$0{,}15\cdot10^{-2}$	$0{,}125\cdot10^{-1}$	$0{,}54\cdot10^{-1}$	$0{,}45\cdot10^{-1}$
	ПФВК	$0{,}15\cdot10^{-2}$		0,117	$0{,}23\cdot10^{-2}$

Эти характеристики вычислялись с применением методики, изложенной в работе [3]. Результаты исследований статистических характеристик рассматриваемых ОНПСС представлены в табл. 1. В ее последнем столбце приведены усредненные значения характеристик ПФАК и ПФБК ОНПСС.

Средние значения оценок статистических характеристик ПФАК и ПФВК ОНПСС, полных кодовых колец, нелинейных производных кодовых последовательностей (НПКП), последовательностей Голда [3] представлены в табл. 2.

Анализ статистических характеристик показывает, что нормированные значения выбросов ПФАК и ПФВК ОНПСС с числом элементов $L\equiv0 \pmod 4$ меньше, чем у ортогональных систем сигналов, построенных на основе полных кодовых колец, НПКП и последовательностей Голда, что позволяет, как следует из работы [4], уменьшить вероятность ошибки или увеличить пропускную способность системы связи.

Таблица 3

L	40	100	256	1032	2088	9000
ОНПСС	$3{,}8\cdot10^{3}$	$8\cdot10^{3}$	$1{,}5\cdot10^{7}$	$1{,}3\cdot10^{8}$	$5{,}4\cdot10^{8}$	$8\cdot10^{9}$
Характеристические последовательности	14	38	128	336	672	2400

Для построения систем связи с кодовым разделением сигналов наряду с взаимокорреляционными свойствами важное значение имеют и ансамблевые характеристики используемых сигналов. Указанные характеристики ОНПСС зависят от числа способов построения матриц Адамара S_h, а также ансамблевых характеристик производящих сигналов S_W и определяется выражением $S=S_hS_WL$ (10). В табл. 3 даны ансамблевые характеристики ОНПСС и характеристических последовательностей, применяемых в качестве производящих.

Данные табл. 3 свидетельствуют о том, что число ОНПСС значительно превышает количество характеристических последовательностей.

Таким образом, рассмотренные ОНПСС обладают, по сравнению с известными, улучшенными корреляционными свойствами и ансамблевыми характеристиками и могут найти применение в системах связи с кодовым разделением сигналов.

Список литературы: 1. *Шумоподобные* сигналы в системе передачи информации/Под ред. Пестрякова В. Б. М., 1973. 243 с. 2. *Цифровые* методы в космической связи/Под ред. С. М. Голомба. М., 1969. 272 с. 3. *Бельтюков В. В., Сивов В. А.* Ортогональные сигналы на основе полных кодовых колец и их корреляционные свойства//Радиотехника и электрон. 1982. Т. XXVII, № 9. С. 1773—1778. 4. *Варакин Л. Е.* Теория систем сигналов. М., 1978. 304 с. 5. *Дядюнов Н. Г., Сенин А. И.* Ортогональные и квазиортогональные сигналы. М., 1977. 224 с. 6. *Свердлик М. Б.* Оптимальные дискретные сигналы. М., 1975. 200 с.

Поступила в редколлегию 02.12.88

УДК 621.317.757

В. А. ПОСОШЕНКО

ДИСКРЕТНЫЙ ФИЛЬТР ЭНЕРГИИ УЗКОПОЛОСНОГО ПРОЦЕССА

Ряд задач локации метеорных следов требуют додетекторного оценивания приведенной энергии E отраженных сигналов на интервале наблюдения $(t1;\ t2)$. Это можно сделать, если осуществить узкополосную фильтрацию входных колебаний $S(t)$, а затем просуммировать квадраты выборочных значений $A^2(n\cdot T_1)$ огибающей $A(t)$ узкополосного процесса $X(t)=A(t)\cdot\cos(2\pi\cdot f_c\cdot t+\theta(t))$, т. е.

$$E=\sum_{n=1}^{N1} A^2(n\cdot T_1), \tag{1}$$

где T_1 — интервал дискретизации, определяемый полосой Δf узкополосного фильтра, f_c — центральная частота исходного широкополосного процесса $S(t)$; $\theta(t)$ — случайный сдвиг фазы, $N_1=|(t2-t1)/T_1|$ — количество выборок огибающей $A(t)$.