УДК 519.81

Н.И. Калита

ХНУРЭ, г. Харьков, Украина, kalita.nik@gmail.com

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ПОВЕДЕНИЕМ ИНДИВИДУУМОВ ОДНОРОДНОЙ СОЦИАЛЬНОЙ ГРУППЫ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ УСЛОВИЯХ

В статье предложены математические модели управления поведением однородной социальной группы индивидуумов в условиях нестационарной внешней среды как задачи выбора оптимальной стратегии распределения ресурсов. Нестационарность внешней среды моделируется на основе сценарного подхода. Предложена двухэтапная процедура оценки эффективности опорных решений и выбора устойчивого решения на полученном множестве.

ОДНОРОДНАЯ СОЦИАЛЬНАЯ ГРУППА, УПРАВЛЕНИЕ ПОВЕДЕНИЕМ, ТЕОРИЯ ПОЛЕЗНОСТИ, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСОВ, МЕТОД СЦЕНАРИЕВ, ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕШЕНИЙ

Введение

Компьютеризация и развитие формальных подходов в теории принятия решений обусловили автоматизацию информационных процессов во всех сферах деятельности, в том числе и в управлении социально-экономическими, или организационными, объектами и системами [1, 2]. Проблема управления в общем случае интерпретируется как задача перевода объекта из некоторого начального состояния в заданное или требуемое конечное (целевое) состояние. Трудности управления организационными системами обусловлены их характерными свойствами [2], в том числе и такими как: 1) наличие различных социальных групп индивидуумов в структуре социально-экономической системы; 2) нестационарность – объект эволюционирует во времени, меняются его характеристики и параметры, что приводит к некоторой неопределенности в момент принятия решения. Поэтому наряду со стабильными ситуациями необходимо рассматривать и нестационарные режимы функционирования таких объектов, т.е. в условиях изменения факторов внешней среды. Основным средством успешной адаптации сложной системы к неопределенности и быстро меняющимся условиям внешней среды являются решения, устойчивые к вариациям параметров модели этой системы и среды. За последнее десятилетие сформировался новый подход к адаптивному управлению в условиях неопределенности внешней среды, основанный на методе сценариев [3, 4].

Для достижения собственных целей всякая социально-экономическая система осуществляет управление своими функциональными подсистемами, которые образуют производственный и обслуживающий комплексы. При этом возникает, в том числе, и задача управления группами людей – социальными и профессиональными, которые являются производителями всевозможных благ и услуг и потребителями этих же благ и услуг [1]. С позиций системного анализа в обоих случаях каждый индивидуум и группы индивидуумов являются элементами управляемой системы, причем обладающими собственным активным поведением для реализации личных целей. Формализация проблемы управления поведением основана на теории полезности и принятия решений, и с этой позиции управление группой осуществляется как управление поведением однородной социальной группы, т.е. члены которой стремятся к достижению одной и той же цели [1]. Под поведением индивидуума понимается свободный осознанный выбор альтернативы $x \in X$, имеющей наибольшую полезность (привлекательность) $x^0 = \arg\max_{x \in X} P(x)$ в данной ситуации выбора. В [5] представлены математические модели задач управления поведением однородной группы индивидуумов в стационарных условиях как задач распределения ограниченного количества монересурса, выделенного на улучшение объективных частных характеристик альтернатив $k_i(x)$, $i = \overline{1,n}$, и коррекцию предпочтений индивидуумов (весовых коэффициентов важности этих характеристик) a_i, $i = \overline{1,n}$, с целью увеличения привлекательности заданной альтернативы $P(x) = \sum_{i=1}^{n} a_i k_i^{н}(x)$, $k_i^{н}(x)$ – нормированное значение частной характеристики.

Целью статьи является разработка математических моделей управления поведением однородной социальной группы в условиях нестационарности внешней среды и выбор оптимальной стратегии управления на основе оценки эффективности (устойчивости) решений.

1. Постановка задачи

Будем полагать, что внешняя среда Q характеризуется множеством параметров $Q = \{q_m\}$, $m = \overline{1,M}$, где q_m определяются особенностями предметной области и решаемых задач. Компоненты q_m могут быть: случайными событиями; случайными величинами; случайными функциями; детерминированными переменными.

Изменения внешней среды проявляются в том, что предпочтения индивидуумов a_i, частные характеристики альтернатив $k_i(x)$ и их нормированные значения являются случайными функциями переменных q_m и могут изменяться во времени: $a_i = \psi_{ai}(Q,t)$, $k_i^{\text{н}}(x) = \psi_{ki}(x,Q,t)$. В этом случае математические модели задач управления предпочтениями и частными характеристиками альтернатив имеют вид:

1. Задача управления предпочтениями как задача определения минимального количества ресурса и стратегии его распределения для достижения наибольшей привлекательности заданной альтернативы $x^{з} \in X$ по сравнению с другими альтернативами множества X:

$$\sum_{i=1}^{n} r_{1i} \to \min_{r_{1i}\in R}, \tag{1}$$

$$P(x^{з},Q,t) > P(x_j,Q,t), \forall x_j \in X,\ j=\overline{1,N}, \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i},Q,t) = 1,\ a_i(r_{1i},Q,t) \geq 0. \tag{3}$$

2. Задача управления частными характеристиками заданной альтернативы как задача определения стратегии использования ограниченного ресурса для максимизации привлекательности заданной альтернативы $x^{з} \in X$:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(Q,t) k_i^{\text{н}}(x,r_{2i},Q,t) \to \max_{r_{2i}\in R}, \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{n} r_{2i} \leq R. \tag{5}$$

3. Общая задача – комбинированное управление:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i},Q,t) k_i^{\text{н}}(x,r_{2i},Q,t) \to \max_{r_{1i} r_{2i}\in R}, \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (r_{1i}+r_{2i}) \leq R, \tag{7}$$

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i},Q,t) = 1,\ a_i(r_{1i},Q,t) \geq 0, \tag{8}$$

где r_{1i}, r_{2i} – ресурсы, выделяемые на изменение предпочтений a_i и частных характеристик альтернатив $k_i(x)$, $i=\overline{1,n}$ соответственно.

В математических моделях (1)-(3), (4)-(5), (6)-(8) необходимо задавать временные сценарии поведения внешней среды $Q(t)$, и при этом каждой реализации сценария будет соответствовать некоторое оптимальное решение. Внешняя среда для лица, принимающего решение, не является управляемой и полностью контролируемой, и поэтому точный сценарий ее изменения неизвестен. Для элементов внешней среды можно получить лишь вероятностные оценки, а нестабильность экономики не позволяет получить достоверные прогнозы. В такой ситуации любое из оптимальных решений может оказаться неприемлемым как для сценария $Q(t)$, так и любого другого $Q'(t)$. В таком случае для принятия решения в будущем необходимо разработать процедуру выбора эффективного решения, устойчивого к изменению параметров внешней среды Q [3].

2. Разработка процедуры выбора эффективного решения

Для генерации сценариев изменения внешней среды возможно использовать два подхода: эвристический и формальный. Эвристический подход основан на анализе предметной области и позволяет сформировать ограниченное множество наиболее достоверных сценариев:

– изменяются предпочтения индивидуумов однородной социальной группы $a_i(t)$;

– улучшаются значения частных характеристик $k_i(x,t)$ одной или нескольких альтернатив;

– одновременно изменяются $a_i(t)$ и $k_i(x,t)$;

– появляется новая характеристика альтернатив $k_{n+1}(x,t)$;

– появляется новая альтернатива x_{N+1}, и соответственно изменяются $a_i(t)$ и $k_i(x,t)$.

Формальный подход позволяет сформировать любой сценарий $Q_\varsigma(t)$, который может произойти под действием одного из приведенных факторов или их комбинации и смоделировать каждую из эвристических ситуаций. Параметры сценария $Q_\varsigma(t)$ формируются методом Монте-Карло.

Каждому конкретному состоянию внешней среды $Q_\varsigma(t)$, $\varsigma = \overline{1,\Sigma}$, $t \in [t_0;t_z]$, где t_0, t_z – начальный и конечный моменты интервала планирования, соответствует некоторое оптимальное решение r_ς. Поэтому для каждой из задач 1, 2 и 3 используется двухэтапная процедура принятия решения [3]. На первом этапе формируется множество опорных решений $R_z = \left\{r_{z_\varsigma}\right\}$ и оценивается их эффективность (устойчивость) в условиях изменения сценариев внешней среды. Задачей второго этапа является выбор стратегии распределения ресурсов $r_z(t_0)$ в момент времени t_0 на основе анализа множества возможных решений R_z.

Целевая установка на момент принятия решения t_0 является неизменной и не зависит от сценария поведения внешней среды $Q(t)$. Внешняя среда влияет на количественные значения важности частных характеристик a_i, структуру и параметры модели вычисления $k_i^{\text{н}}(x)$. В ограничениях внешняя среда может повлиять на значение свободного члена R и количество ограничений вида (2).

Вариации сценария $Q(t)$ могут привести к следующим ситуациям:

1) изменение параметров целевых функций без изменения ограничений, определяющих область допустимых значений управляемых переменных;

2) изменение параметров ограничений при неизменных целевых функциях;

3) одновременное изменение целевых функций и ограничений.

Рассмотрим математические модели оценки последствий вариаций $Q(t)$ для задач распределения ресурсов в каждом случае.

Задача управления предпочтениями (1)-(3).

1. Изменение целевой функции.

Поскольку целевая установка на момент принятия решений остается неизменной, будем полагать, что вид целевой функции не зависит от сценария внешней среды $Q(t)$. Внешняя среда может повлиять на количество монoресурса R: его увеличение не отразится на решении задачи, а в случае его уменьшения, возможно, что задача не имеет решения.

2. Изменение ограничений.

В этом случае полагаем, что сценарий внешней среды $Q(t)$ определяет изменения ограничений (2)-(3), а именно, могут измениться количественные оценки начальных значений a_i^0 до управления и параметры формирования нормированных значений частных критериев $k_i^{\text{н}}(x)$. Изменение a_i^0 может повлиять на стратегию распределения ресурсов $\{r_{1i}\}$, а это в свою очередь на ограничение (2). Для сценария $Q_0(t)$ ограничение (2) примет вид:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i}^0)k_i^{\text{н}}(x^{з},Q_0,t) > \sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i}^0)k_i^{\text{н}}(x_l,Q_0,t),$$

$$\forall x_l \in X\,,\ l=\overline{1,N-1} \tag{9}$$

и $\Delta P_l(x_l,Q_0,t) = P(x^{з},Q_0,t) - P(x_l,Q_0,t)$. Для любого другого конкретного сценария $Q_j(t)$ получим

$$\sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i}^0)k_i^{\text{н}}(x^{з},Q_j,t) > \sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i}^0)k_i^{\text{н}}(x_l,Q_j,t),$$

$$\forall x_l \in X\,,\ l=\overline{1,N-1} \tag{10}$$

и $\Delta P_l(x_l,Q_j,t) = P(x^{з},Q_j,t) - P(x_l,Q_j,t)$. Здесь возможны ситуации: 1) выполняются все условия $\Delta P_l(x_l,Q_j,t) > 0$, и тогда это означает, что при сценарии $Q_j(t)$ достаточное количество ресурсов $\sum_{i=1}^{n} r_{1i}^j \le \sum_{i=1}^{n} r_{1i}^0$; 2) часть условий (10) не выполняется, следовательно, количество ресурсов r_{1i}^0 в условиях сценария $Q_j(t)$ не является достаточным. Оценка последствий изменения сценария внешней среды определится выражением $\Delta P_l = \Delta P_l(x_l,Q_0,t) - \Delta P_l(x_l,Q_j,t)$.

3. Одновременное изменение целевой функции и ограничений.

Анализ предыдущих ситуаций позволяет сделать вывод, что в случае изменения как целевой функции, так и ограничений задача распределения ресурсов: 1) не будет иметь решения (при уменьшении количества монoресурса R); 2) решение r_{1i}^0 будет допустимым, но не оптимальным.

Задача управления характеристиками альтернатив (4)-(5).

1. Изменения целевой функции.

Целевая функция в общем виде представляется как:

$$P = F[a_i, k_i(x, r_i, t), Q, t] \tag{11}$$

и на момент принятия решения остается неизменной. Поэтому будем полагать, что оператор F не зависит от $Q(t)$, а внешняя среда может изменить количественные оценки a_i и нормированные значения частных критериев $k_i^{\text{н}}(x)$. При этом значения управляемых переменных остаются неизменными, т.е. $\{r_i\} = \{r_i^0\}$. Значение целевой функции (11) для конкретного сценария $Q_0(t)$ при оптимальном решении r_{2i}^0 равно:

$$P^0 = \sum_{i=1}^{n} a_i(Q_0)k_i^{\text{н}}(x, r_{2i}^0, t), \tag{12}$$

а для любой другой конкретной реализации сценария $Q_j(t)$, получим

$$P_j = \sum_{i=1}^{n} a_i(Q_j)k_i^{\text{н}}(x, r_{2i}^0, t)\,. \tag{13}$$

Тогда оценка последствий определяется как $\Delta P_j = P^0 - P_j$.

2. Изменение ограничений.

Будем полагать, что целевая функция (12) является стабильной, не зависящей от вариаций параметров внешней среды $Q(t)$. В ограничении (5) может изменяться правая часть, т.е. общее количество монoресурса R. Это означает, что изменение вектора внешних условий приводит к деформации области допустимых решений $r_{2i} \in R$, $R = \text{Z}[Q]$ в то время, как опорное решение r_{2i}^0 по определению остается неизменным. В результате возможны две ситуации. В первом случае опорное решение r_{2i}^0 удовлетворяет новому ограничению, и потерь нет. Вторая ситуация означает, что ограничение не удовлетворяется, и это связано с финансовым риском. Потери за счет нарушения ограничения равны

$$\Delta P_h = H^R(R, Q_j)\,, \tag{14}$$

где H^R – оператор штрафа за нарушение ограничения на R.

3. Оценка комплексных последствий.

С учетом (12)-(13) математическая модель комплексных последствий изменения сценария поведения внешней среды $Q_j(t)$ примет вид:

$$\Delta P_{kj} = \sum_{i=1}^{n} a_i(Q_0)k_i^{\text{н}}(x, r_{2i}^0, t) -$$

$$-\sum_{i=1}^{n} a_i(Q_j)k_i^{\text{н}}(x, r_{2i}^0, t) + H^R(R, Q_j)\,. \tag{15}$$

Для выполнения условия сравнимости результатов устойчивости опорных решений r_{2i}^0 расчеты по (15) проводятся при одних и тех же значениях $Q_j(t)$. В итоге получим матрицу, аналогичную матрице платежей (табл. 1), которая используется при принятии решений в условиях риска и неопределенности.

На диагонали находятся значения функции цели для каждого опорного решения r_j^0, соответствующего реализации внешних условий $Q_j(t)$, а все остальные элементы являются оценками последствий вариаций, $j=\overline{1,m}$. Исходя из этой информации, необходимо выбрать единственное решение.

Таблица 1

Оценка последствий вариации опорных решений для задачи управления частными характеристиками альтернатив

Опорные решения r_{2j}^0	Вариации внешних условий $Q_j(t)$			
	$Q_1(t)$	$Q_2(t)$	$\cdots$	$Q_m(t)$
r_{21}^0	$P_{11}^0[r_1^0,Q_1(t)]$	$\Delta P_{12}[r_1^0,Q_2(t)]$	$\cdots$	$\Delta P_{1m}[r_1^0,Q_m(t)]$
r_{22}^0	$\Delta P_{21}[r_2^0,Q_1(t)]$	$P_{22}^0[r_2^0,Q_2(t)]$	$\cdots$	$\Delta P_{2m}[r_2^0,Q_m(t)]$
...	...	...		...
r_{2m}^0	$\Delta P_{m1}[r_m^0,Q_1(t)]$	$\Delta P_{m2}[r_m^0,Q_2(t)]$	$\cdots$	$P_{mm}^0[r_m^0,Q_m(t)]$

Общая задача (6)-(8).

1. Изменение целевой функции.

Внешняя среда может изменить начальные значения количественных значений a_i^0 и нормированные значения частных критериев $k_i^{\text{н}}(x)$. Значение целевой функции для конкретного сценария $Q_0(t)$ при оптимальном решении (r_{1i}^0, r_{2i}^0) определяется как

$$P^0=\sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i}^0,Q_0,t)k_i^{\text{н}}(x,r_{2i},t,Q_0), \tag{16}$$

а при любом другом сценарии $Q_j(t)$:

$$P_j=\sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i}^0,Q_j,t)k_i^{\text{н}}(x,r_{2i},t,Q_j). \tag{17}$$

Оценка последствий определяется как $\Delta P_j = P^0 - P_j$.

2. Изменение ограничений.

Изменение ограничений (7)-(8) имеет последствия, аналогичные задачам 1 и 2.

3. Оценка комплексных последствий.

С учетом (16)-(17) оценка последствий изменения целевой функции и ограничений имеет вид:

$$\Delta P_{kj}=\sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i}^0,Q_0,t)k_i^{=}(x,r_{2i},t,Q_0)-$$
$$-\sum_{i=1}^{n} a_i(r_{1i}^0,Q_j,t)k_i^{=}(x,r_{2i},t,Q_j)+H^R(R,Q_j) \tag{18}$$

Результаты расчетов представим в таблице, аналогичной табл. 2.

Выбор единственного решения, что является сутью второго этапа, осуществляется на основе анализа последствий вариации опорных решений. Поскольку в условиях нестационарности внешней среды решение должно удовлетворять не только требованиям эффективности, но и устойчивости к изменению условий, то необходимо использовать подходы к принятию решений в условиях риска и неопределенности [3].

Таблица 2

Оценка последствий вариации опорных решений для общей задачи управления

Опорные решения (r_{1i}^0,r_{2j}^0)	Вариации внешних условий $Q_j(t)$			
	$Q_1(t)$	$Q_2(t)$	$\cdots$	$Q_m(t)$
r_{11}^0, r_{21}^0	$P_{11}^0[r_1^0,Q_1(t)]$	$\Delta P_{12}[r_1^0,Q_2(t)]$	$\cdots$	$\Delta P_{1m}[r_1^0,Q_m(t)]$
r_{12}^0, r_{22}^0	$\Delta P_{21}[r_2^0,Q_1(t)]$	$P_{22}^0[r_2^0,Q_2(t)]$	$\cdots$	$\Delta P_{2m}[r_2^0,Q_m(t)]$
...	...	...	...	...
r_{1m}^0, r_{2m}^0	$\Delta P_{m1}[r_m^0,Q_1(t)]$	$\Delta P_{m2}[r_m^0,Q_2(t)]$	$\cdots$	$P_{mm}^0[r_m^0,Q_m(t)]$

Принятие решения в условиях риска предполагает, что известны вероятности реализации различных состояний природы V_j, $j=\overline{1,m}$, т.е. сценариев поведения внешней среды $Q_j(t)$. Поэтому решение в такой ситуации принимается на основе критерия ожидаемого значения, согласно которому альтернативные решения сравниваются с точки зрения максимизации ожидаемого выигрыша или минимизации ожидаемых потерь. В рассматриваемой задаче в качестве критерия оценки различных решений используется математическое ожидание значения целевой функции

$$M(P_i^0)=\sum_{j=1}^{m} V_j(P_{ij}+\Delta P_{ij}),\ i=\overline{1,m}, \tag{19}$$

а правило выбора наилучшего решения имеет вид:

$$r^0=\arg\max_{r_{2i}^0}\sum_{j=1}^{m} V_i(P_{ij}+\Delta P_{ij}). \tag{20}$$

Использование вероятностного подхода целесообразно, когда имеется возможность определить вероятности V_j реализации различных сценариев внешней среды. В противном случае необходимо использовать подход к принятию решения в условиях неопределенности с учетом степени консерватизма лица, принимающего решение.

Выводы

В работе предложены математические модели задачи управления поведением однородной социальной группы в условиях нестационарной внешней среды как задачи распределения ресурсов, необходимых для изменения предпочтений индивидуумов и частных характеристик альтернатив. Для моделирования нестационарности используется сценарный подход, который реализован эвристическим и формальным методами.

Получены оценки эффективности опорных решений, соответствующих различным сценариям внешней среды, из которых формируются матрицы, аналогичные матрицам платежей. Выбор единственного устойчивого решения осуществляется с помощью критериев принятия решений с учетом степени неопределенности в ситуации выбора.

Разработанные математические модели и процедуры выбора эффективных решений предназначены для использования в системах поддержки принятия решений по управлению организационными системами.

Список литературы: **1.** *Петров, Э.Г.* Организационное управление городом и его подсистемами (методы и алгоритмы) [Текст] / Э.Г. Петров. – Х.: Выща школа, 1986. – 144с. **2.** *Бурков, В.Н.* Введение в теорию управления организационными системами [Текст] / В.Н. Бурков, Н.А. Коргин, Д.А. Новиков. – М.: Либроком, 2009. – 264 с. **3.** *Овезгельдыев, А.О.* Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации [Текст] / А.О. Овезгельдыев, Э.Г. Петров, К.Э. Петров.– Киев: Наукова думка, 2002. – 163 с. **4.** *Переверза, Е.В.* Сценарный подход в задачах анализа сложных социальных систем [Текст] / Е.В. Переверза // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2011. – № 1. – С. 133-143. **5.** *Петров, Э.Г.* Модели управления поведением индивидуумов однородной социальной группы в стационарных условиях [Текст] / Э.Г. Петров, Н.И. Калита // Вестник ХНТУ. – 2005. – №1(21). – С. 73-77.

Поступила в редколлегию 11.07.2012

УДК 519.81

Математичні моделі управління поведінкою індивідуумів однорідної соціальної групи у нестаціонарних умовах / Н.І. Калита // Біоніка інтелекту: наук.-техн. журнал. – 2012. – № 2 (79). – С. 23–27.

Запропоновані математичні моделі управління поведінкою однорідних соціальних груп у нестаціонарних умовах через управління перевагами індивідуумів, частинними характеристиками альтернатив та комбінованим способом. Оптимізаційні задачі сформульовані як задачі розподілу монoресурсу. Нестаціонарність зовнішнього середовища моделюється методом сценаріїв з використанням евристичного та формального підходів. Розглянуто оцінку наслідків варіації опорних рішень та обрані критерії вибору ефективного рішення.

Табл. 2. Бібліогр.: 5 найм.

UDC 519.81

Mathematical models of behaviour control uniform social groups of individuals in nonstationarity / N.I. Kalita // Bionics of Intelligense: Sci. Mag. – 2012. – № 2 (79). – P. 23–27.

The mathematical models of control uniform social groups in nonstationary by control individuals preferences, partial characteristics of alternatives and the combined. The optimization tasks were formulated as the distribution of monoresource tasks. The nonstationarity environment is modelled by scenarios using heuristic and formal approaches. The assessments of the effects of variation of reference solutions was considered and were selected criteria for making an efficient solution.

Tabl. 2. Ref.: 5 items.