

## ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ФУНКЦИИ РАССЕЯНИЯ

## Введение

В методе радиоакустического зондирования (РАЗ) [1], основанном на радиолокации распространяющейся в атмосфере звуковой волны, получение отраженного сигнала становится возможным в силу частичного отражения радиоволны от акустических колебаний, которые, распространяясь в атмосфере, модулируют плотность воздуха и, следовательно, создают неоднородности диэлектрической проницаемости.

Форма и параметры рассеянного сигнала, принимаемого в радиоакустических системах, зависят от видов зондирующих акустических и электромагнитных колебаний, а также от характеристик атмосферы. Электромагнитная волна очень слабо воспринимает текущее состояние среды, звуковая же волна очень остро реагирует на изменение метеопараметров, изменяя под их влиянием внутреннюю структуру и параметры. Рассеянный сигнал, как показано [2], математически описывается двумерной взаимной корреляционной функцией зондирующих акустического и электромагнитного сигналов, в которой влияние среды интегрально отображается с помощью параметра  $q$ .

Цель статьи – исследование различных форм представления двумерной взаимной корреляционной функции зондирующих акустического и электромагнитного колебаний – функции рассеяния, выявление их информационных возможностей и возможностей использования их при решении различных задач анализа, синтеза и исследования свойств излучаемых сигналов.

Функция рассеяния зондирующих сигналов систем РАЗ записывается в виде [2]:

$$F(r, q) = \int_{-\infty}^{\infty} E(2r' - r) S^*(r') e^{jqr'} dr', \quad (1)$$

где  $E(2r' - r)$  – комплексная огибающая электромагнитного сигнала;  $S(r')$  – комплексная огибающая акустического сигнала;  $q = 2k_e - k_s$  – параметр расстройки условия Брэгга;  $k_e$  – волновое число электромагнитного колебания;  $k_s$  – волновое число акустического колебания;  $r$  – смещение сигналов по координате «дальность».

Как следует из (1),  $r$  и  $q$  – основные параметры, характеризующие пространство рассеянных сигналов, все их возможное многообразие для заданных видов функций  $E$  и  $S$ . Причем, влияние среды проявляется интегральным образом через параметр  $q$ , значения которого зависят от всех метеовеличин, влияющих на скорость звука – температуры, влажности, скорости ветра, давления и т.д. То есть влияние среды представлено лишь одним параметром, что существенно упрощает модель и делает ее более удобной для проведения исследований.

Функция  $F(r, q)$  описывает множество рассеянных сигналов, получаемых при излучении зондирующих акустических и электромагнитных колебаний, определяемых своими моделями  $E$  и  $S$ , при различных значениях параметра  $q$ . Параметр расстройки условия Брэгга определяется как  $q = 2k_e - k_s$ . Поскольку электромагнитная волна практически не чувствительна к изменению метеопараметров, то значение величины  $k_e$  остается практически неизменным для любых высот зондирования и различных погодных условий. Величина  $k_s$ , напротив, существенным образом зависит от значений таких величин как температура, влажность, давление, скорость ветра и в значительной степени изменяется при изменении погодных условий и даже с высотой при прохождении звуковым пакетом слоев с разными значениями метеопараметров. Вследствие этого величина  $q$  изменяется и приводит к изменению характеристик рассеянного сигнала, как следует из (1).

Вторым параметром двумерной функции  $F$  является величина  $r$  – пространственный сдвиг (сдвиг по высоте) зондирующих колебаний  $E$  и  $S$ . Сами сигналы  $E$  и  $S$  представляются функциями пространственной координаты  $r'$ , по которой осуществляется интегрирование.

Использование пространственного представления сигналов  $E$  и  $S$ , и, соответственно, двумерной функции рассеяния связано с тем, что именно с помощью такого представления адекватно описывается их взаимодействие в среде. Например, электромагнитная волна с частотой  $f_e=1760$  МГц и акустическая волна с частотой  $f_s=4$  КГц имеют длины волн соответственно  $\lambda_e=17$  см и  $k_s=8,5$  см, отвечают условию Брэгга  $q=0$  и эффективно взаимодействуют в атмосфере, формируя рассеянный радиосигнал. Полученные с помощью функции рассеяния пространственные характеристики рассеянных сигналов достаточно просто преобразуются во временные характеристики, если параметр  $r$  представить как произведение  $r = ct$ , где  $c$  – скорость распространения электромагнитных волн,  $t$  – текущее время.

Функция  $F(r, q)$  содержит информацию об огибающей и фазовой структуре радиосигнала, рассеянного звуковой волной, и может быть представлена двумя квадратурными составляющими  $F_c(r, q)$ ,  $F_s(r, q)$ , либо модулем  $Z(r, q) = |F(r, q)|$  и аргументом  $\phi(r, q) = \arg F(r, q)$ . Пространство, заключенное между поверхностью  $Z(r, q)$  и плоскостью  $r, q$  будем называть телом рассеяния.

Поскольку квадрат двумерной функции  $F^2(r, q)$  не инвариантен относительно двумерного преобразования Фурье, то могут быть использованы и другие формы представления функции рассеяния, получаемые путем замены координат  $r$  или  $q$  соответственно на частотную или пространственную координаты в результате преобразования Фурье.

#### Представление функции рассеяния в координатах «расстояние – параметр Брэгга»

В этом случае функция отображается в следующем пространстве координат – сдвиг зондирующих сигналов по пространству и в области пространственных частот. Наряду с выражением (1) функция может быть представлена и в таком виде:

$$F(r, q) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_E(k) S_S(2k + q) e^{-jrk} dk, \quad (2)$$

где  $S_E, S_S$  – соответственно пространственные спектры электромагнитного и акустического сигналов.

При исследовании свойств зондирующих сигналов радиоакустических систем целесообразно использовать характерные особенности рассматриваемой функции рассеяния, которые доказываются математическим путем, но допускают определенную физическую интерпретацию и могут быть весьма полезны при решении различных задач анализа, синтеза сигналов и оптимизации устройств их обработки.

Приведем основные свойства функции рассеяния.

*Свойство 1.* Полный объем тела рассеяния для любой пары, комбинации из акустического и электромагнитного сигналов одинаков, т. е.

$$V = \frac{1}{2\pi} \int \int_{-\infty}^{\infty} Z_0^2(r, q) dr dq = 2. \quad (3)$$

*Свойство 2.* Двумерная сигнальная функция рассеяния не обладает свойством центральной симметрии:

$$Z(-r, -q) \neq Z(r, q). \quad (4)$$

Это свойство подтверждается также известным утверждением: взаимокорреляционная функция не является четной функцией аргумента сдвига.

*Свойство 3.* Некоторая функция двух переменных  $F(r, q)$  осуществима как сигнальная функция рассеяния в том и только в том случае, если прямое преобразование Фурье этой функции представляется в виде (5)

$$\int_{-\infty}^{\infty} F(r, q) e^{jkr} dr = c S_E(k) S_S^*(2k + q), \quad (5)$$

где  $c$  – постоянный множитель.

Соотношение (2), определяющее функцию рассеяния, можно рассматривать как преобразование Фурье по переменной  $k$ . Применяя к (2) прямое преобразование Фурье, получим (5).

Из изложенного вытекает необходимость, а также достаточность условия (5). Достаточность становится очевидной, если применить обратное преобразования Фурье к правой части (5), следствием чего будет выражение (2).

Таким образом, если преобразование Фурье функции  $F(r, q)$  можно представить в виде (5), то эта функция является функцией рассеяния, а  $S_E(k)$  и  $S_S(k)$  – пространственными спектрами соответствующих сигналов.

Примеры функций рассеяния в координатах  $(r, q)$  представлены на рис. 1, *а* и *б*. Как видно, для различной комбинации зондирующих сигналов амплитуда функции рассеяния меняется по-разному.

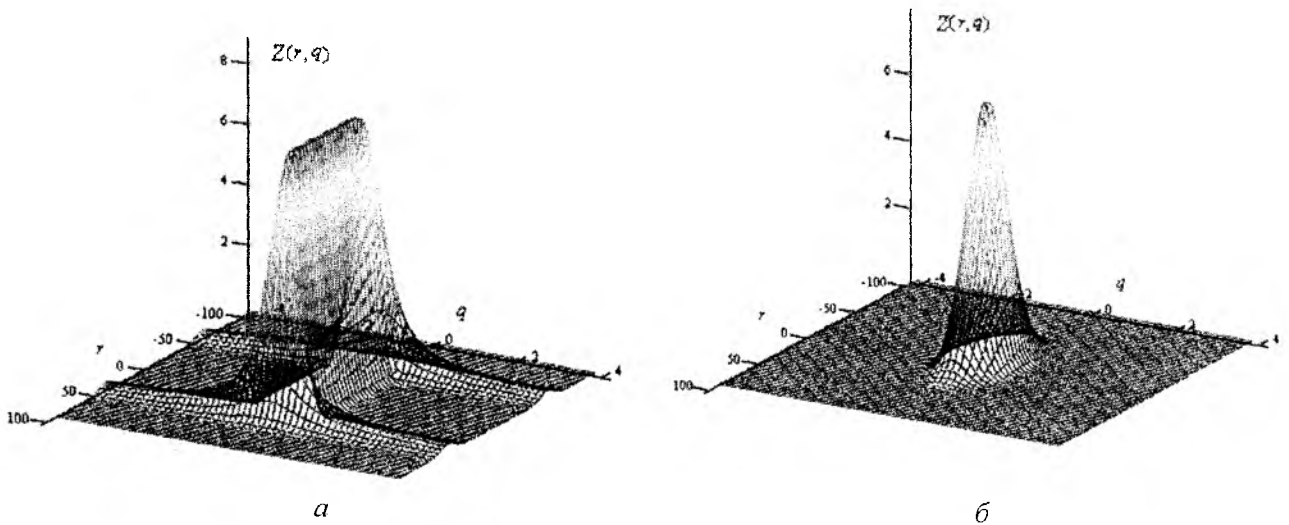


Рис. 1. Тело рассеяния в координатах  $(r, q)$  акустического сигнала с гауссовской огибающей и радиосигнала: *а* – с прямоугольной огибающей; *б* – гауссовской огибающей

Сечение плоскостью  $q = const$  представляет собой огибающую рассеянного сигнала, полученного при соответствующих условиях зондирования. Сечение плоскостью  $r = const$  позволяет проанализировать зависимость амплитуды принятого сигнала от изменения параметра расстройки условия Брэгга и определить диапазон, при котором амплитуда рассеянной волны не выходит за определенные рамки. То есть степень влияния неоднородностей атмосферы на двумерную взаимную корреляционную функцию выражено через единственный параметр –  $q$ .

Докажем следующую теорему, имеющую важное значение для теории и практики радиоакустического зондирования.

*Теорема.* Рассеянный сигнал не получает угловой модуляции, если зондирующие электромагнитный и акустический сигналы являются простыми, а условие Брэгга выполнено ( $q = 0$ ).

*Доказательство.* Действительно, если в выражении для функции рассеяния  $F(r, q) = \int_{-\infty}^{\infty} E(2r' - r) S^*(r') e^{jqr'} dr'$  параметр  $q=0$ , а функции  $E$  и  $S$  являются действительными, то и функция  $F(r, 0)$  является действительной, а не комплексной. Поскольку по физическому смыслу функция  $F(r, q)$  – комплексная огибающая рассеянного сигнала, то рассеянный сигнал при таких условиях зондирования не имеет угловой модуляции, т.е. является гармоническим.

Подтверждением этого свойства – особенности рассеянного сигнала – является известный из практики радиоакустического зондирования факт, что наибольшая точность измерения температуры (скорости звука) при использовании простых зондирующих акустического и электромагнитного сигналов достигается при выполненном условии Брэгга.

### Представление тела рассеяния в координатах «пространственная частота – параметр расстройки условия Брэгга»

Наряду с указанной формой представления  $F(r, q)$  можно также ввести другую форму представления функции рассеяния – в координатах «пространственная частота – расстройка Брэгга» путем замены координаты  $r$  частотной координатой  $k$  в результате следующего преобразования:

$$F(k, q) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(r, q) e^{jkr} dr. \quad (6)$$

На рис. 2, *а* и *б* представлены тела рассеяния  $F(k, q)$  простых сигналов с огибающими прямоугольной и гауссовской формы.

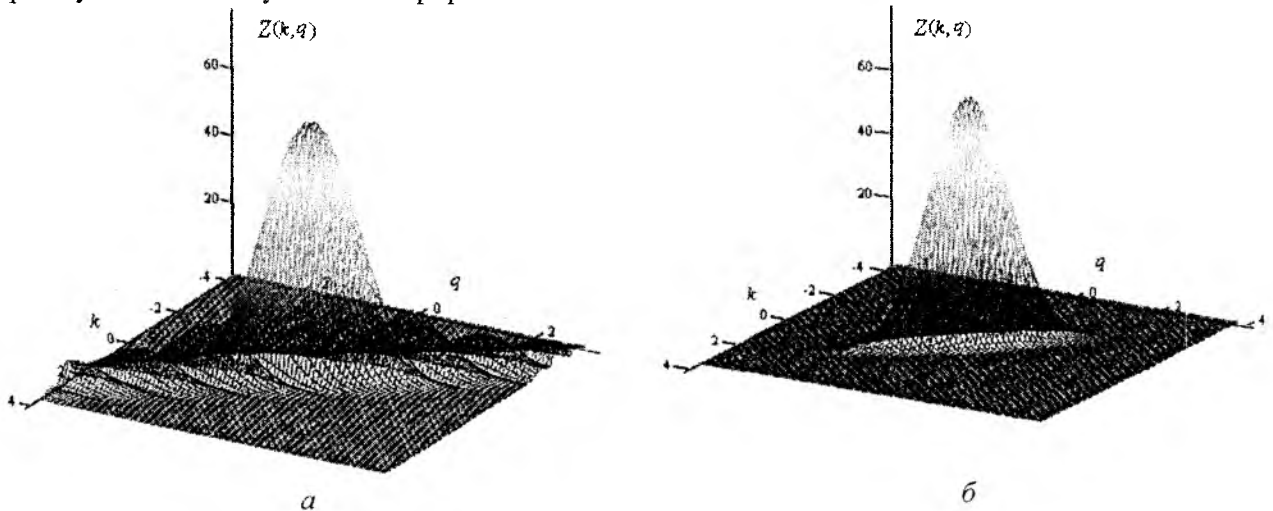


Рис. 2. Тело рассеяния в координатах  $(k, q)$  акустического сигнала с огибающей гауссовской формы и огибающей радиосигнала: *а* – прямоугольной формы; *б* – гауссовской формы

Для фиксированной величины  $q$  функция

$$F(k, q) = \frac{1}{4\pi} S_E(k) S_S(2k + q) \quad (7)$$

определяет пространственный спектр рассеянного сигнала, соответствующий временному спектру, получаемому при  $q = const$ . Сечение поверхности плоскостью  $k = const$  характеризует область значений расстройки параметра Брэгга  $q$ , в которой возможно получение рассеянного сигнала. Это представление наиболее удобно, так как определяет распределение энергии вдоль оси пространственных частот.

Сформулируем и докажем некоторые важные свойства функции рассеяния, проявляющиеся при ее представлении в форме  $F(k, q)$ .

*Свойство 1.* Значения функции  $F(k, q)$  вдоль оси  $k$  при фиксированном значении параметра  $q$  определяются как произведения пространственных спектров электромагнитного и сжатого в два раза акустического сигналов, смещенных в пространстве волновых частот на величину  $q$ . Другими словами, пространственный спектр рассеянного радиосигнала представляет собой взаимный энергетический спектр зондирующих колебаний.

Следует непосредственно из выражения (7).

*Свойство 2.* Значения функции  $F(k, q)$  вдоль оси  $q$  при фиксированном значении параметра  $k$  представляют собой пространственные спектры звукового сигнала, умноженного на значение спектральной плотности электромагнитного сигнала в точке  $k$ . При  $k = 0$  функция  $F(0, q)$  определяет область волновых чисел или диапазон рассеяния, при которых наблюдается рассеяние. Соответствующее сечение показывает, как изменяется амплитуда рассеянного сигнала в зависимости от значения параметра  $q$ . Сечения функции  $F(r, q)$  при  $r = 0$  и  $F(k, q)$  при  $k = 0$  совпадают. Действительно, выражения

$$F(0, q) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_E(k) S_S(2k + q) e^{-jr^k} dk, \quad F(0, q) = \frac{1}{4\pi} S_E(k) S_S(2k + q)$$

дают одинаковый результат.

Теорема, утверждающая, что при использовании простых зондирующих сигналов и выполненном условии Брэгга в рассеянном сигнале отсутствует дополнительная угловая модуляция, может быть доказана и с помощью выражения (7).

Действительно, пространственные спектры простых зондирующих сигналов являются симметричными, а при выполненном условии Брэгга, когда параметр  $q = 0$ , их максимумы совпадают и результирующий спектр, соответствующий рассеянному сигналу, является симметричным.

Напротив, при  $q \neq 0$  максимумы спектров зондирующих сигналов смещаются друг относительно друга и результирующий спектр является несимметричным, а следовательно, сигнал приобретает при рассеянии угловую модуляцию.

На рис. 3, 4 представлены сечения тел рассеяния при  $q_1 = 0$  и  $q_3 < q_2 < q_1$ , из которых видно смещение взаимного спектра рассеянного радио и акустического колебаний вследствие смещения спектра зондирующего акустического сигнала.

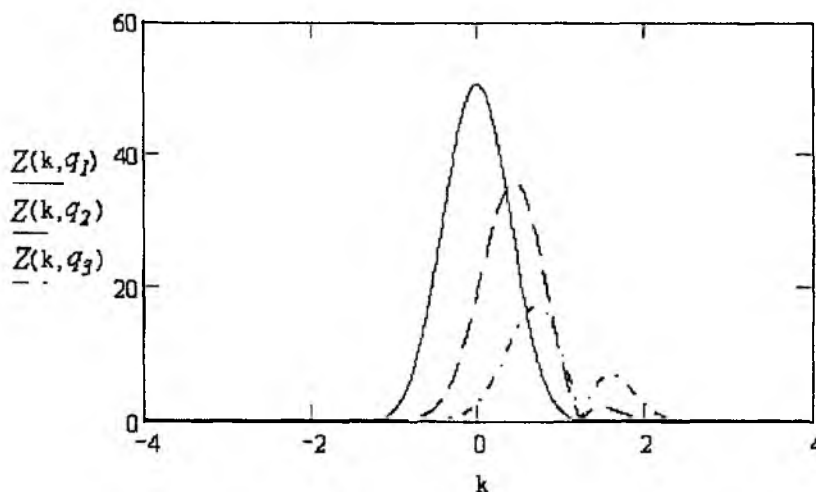


Рис.3. Сечение плоскостью  $q = \text{const}$  тела, изображенного на рис.2, а

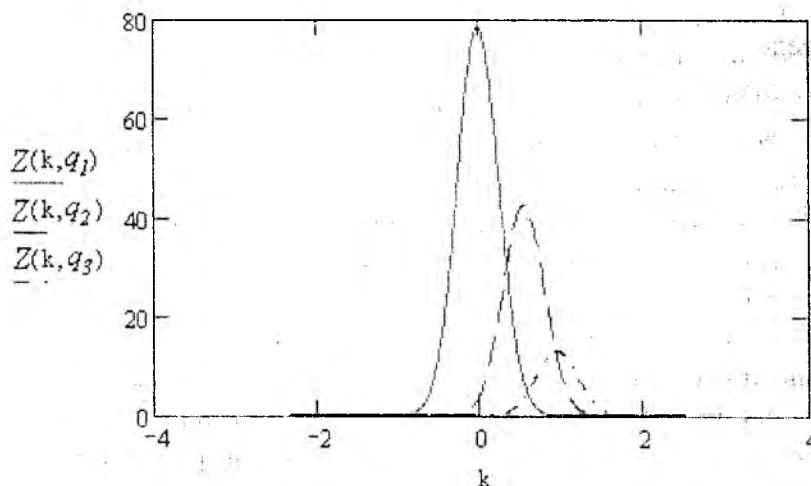


Рис. 4. Сечение плоскостью  $q=const$  тела, изображенного на рис. 2, б

### Представление тела рассеяния в координатах «пространственная частота – пространственная протяженность»

Результатом обратного преобразования Фурье от функции  $F(k, q)$  по параметру  $q$  является другая форма представления:

$$F(k, l) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k, q) e^{-jq l} dq, \quad (8)$$

которая может быть получена также следующим образом:

$$F(k, l) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E(2l - r) S(l) e^{jqr} dr.$$

Функция представляет собой произведение спектра сигнала  $E$ , полученного по координате  $r$  при заданном значении пространственного сдвига  $2l$  и самого акустического сигнала  $S(l)$ . Модуль функции как видно, определяется произведением двух множителей, один из которых зависит от  $k$ , другой – от  $l$ . Сечение соответствующего тела рассеяния, представленного на рис. 5, вдоль координаты  $k$  – спектр радиосигнала, вдоль координаты  $l$  – огибающая звукового колебания. На рис. 5, а и б представлены функции рассеяния в координатах  $(k, l)$  с различными формами огибающих электромагнитного колебания.

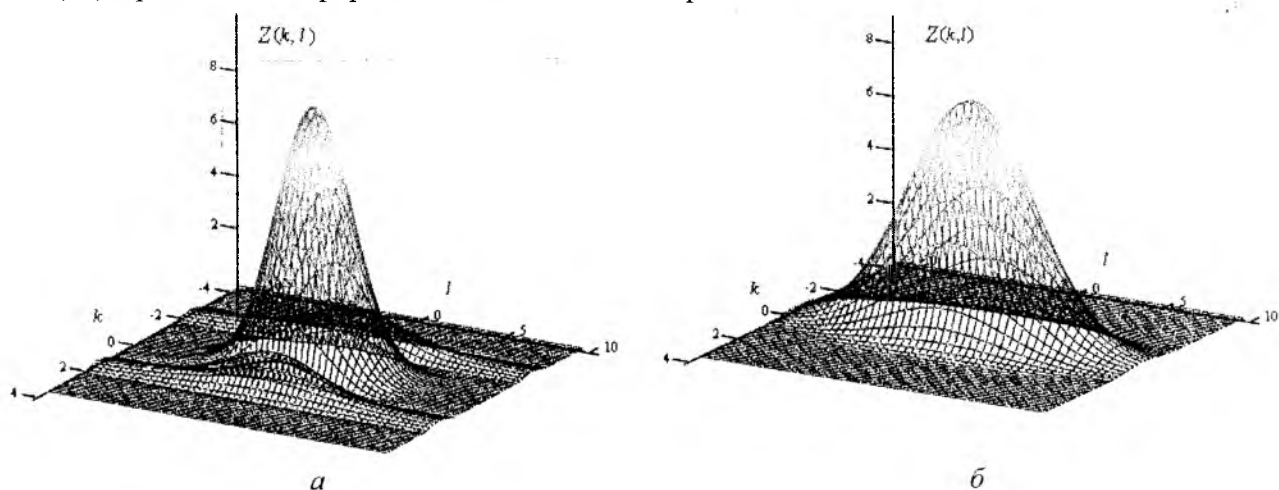


Рис. 5. Тело рассеяния в координатах  $(k, l)$  акустического сигнала с гауссовской огибающей и радиосигнала: а – с прямоугольной огибающей; б – гауссовской огибающей

Сечение поверхности вертикальной плоскостью  $l=const$  характеризует спектр электромагнитного сигнала, полученного по координате  $r$ , и оценивает распределение мощности радиосигнала вдоль оси частот.

Вид функции рассеяния представляет собой произведение спектра радиосигнала и огибающей акустического сигнала. Информации непосредственно о рассеянных сигналах в функции не содержится. Такая форма представления функции может быть использована при анализе свойств рассеянных сигналов только как вспомогательная.

### Представление тела рассеяния в координатах «расстояние – пространственная протяженность»

Следующая форма представления функции рассеяния определяется как обратное преобразование Фурье от функции  $F(r, q)$ :

$$F(r, l) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(r, q) e^{-jq l} dq. \quad (9)$$

Функция рассеяния в координатах  $r, l$  –  $F(r, l) = E(2l - r)S(l)$  определяет «взаимный сигнал» – область взаимного перекрытия колебаний  $E, S$  при заданном значении параметра запаздывания  $r$ , определяющего сдвиг сигналов в пространстве  $l$ . Данная область подобно области перекрытия спектров сигналов определяет основные особенности их взаимодействия.

На рис. 6, а и б приведены примеры сигнальных функций рассеяния  $F(r, l)$ . Наиболее характерные особенности рассматриваемой формы представления функции рассеяния целесообразно проследить на рис. 6, б. Сечения тела рассеяния, представленного на рис. 6, б, плоскостью  $r = const$ , представляют собой импульсы прямоугольной формы, имеющие неизменную длительность в некотором диапазоне значений  $r$ . С увеличением  $r$  форма импульсов не изменяется, а длительность уменьшается и при некотором значении параметра  $r$  обращается в нуль. Т. е. с увеличением параметра сдвига  $r$  области взаимного перекрытия сигналов  $E$  и  $S$  уменьшаются до нуля, оставаясь постоянными в некотором диапазоне значений  $r$ , до тех пор, пока сигнал меньшей длительности не выходит за пределы импульса, имеющего большую длительность.

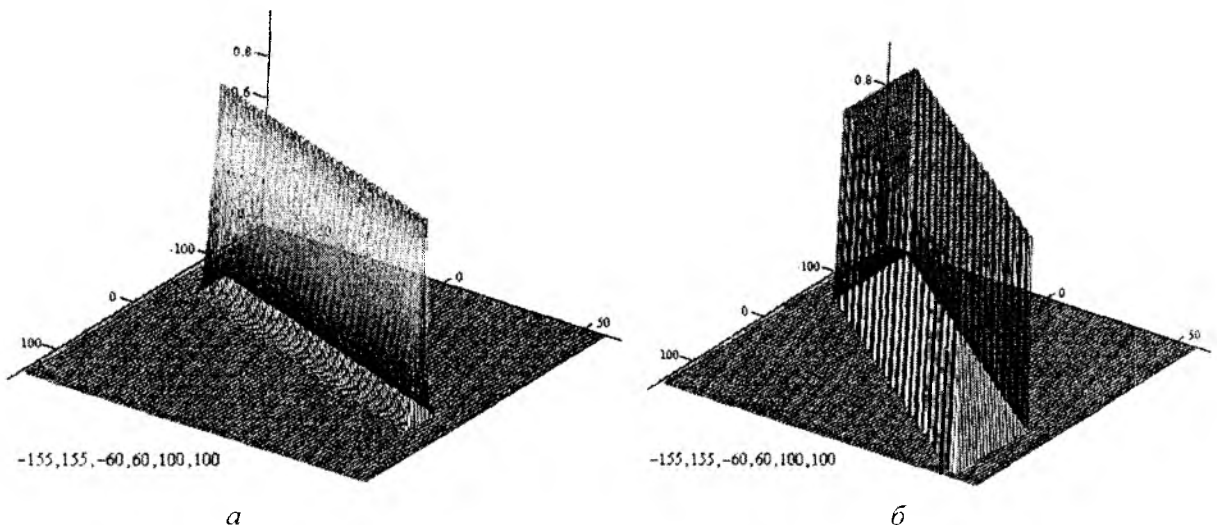


Рис. 6. Тело рассеяния в координатах  $(r, l)$  акустического импульса с огибающей прямоугольной формы и радиосигнала с огибающей: а – гауссовской формы, б – прямоугольной формы

Сечение тела плоскостью  $l=const$  повторяет форму зондирующего радиосигнала. Рассмотренная форма представления функции рассеяния также менее информативна, чем первые два вида.

## Выводы

Введены новые формы представления функции рассеяния  $F(k,l)$  и  $F(r,l)$ , проведен краткий анализ информативности каждой из представленных форм. Получены тела рассеяния простых сигналов с огибающими прямоугольного и гауссовского видов. Приведены сечения тел плоскостями при фиксированном значении параметра расстройки Брэгга, которые характеризуют смещение взаимного спектра акустического и электромагнитного колебаний вдоль оси пространственных частот.

Тела рассеяния  $Z(k,l)$  и  $Z(r,l)$  среди рассмотренных форм представления функции рассеяния наименее информативны, так как влияние окружающей среды на параметры рассеянного сигнала в них представлено недостаточно. Они в большей степени характеризуют взаимодействие акустического и электромагнитного сигналов между собой, чем с окружающей средой.

Две другие формы представления функции рассеяния содержат необходимую информацию о рассеянном сигнале, получаемом при использовании различных видов зондирующих колебаний, и различном состоянии зондируемой среды.

Таким образом, двумерная взаимная корреляционная функция зондирующих акустического и электромагнитного колебаний радиоакустических систем достаточно полно отображает характерные особенности совокупности сигналов и может использоваться при решении соответствующих задач как «портретная» функция, определяющая их совместные свойства.

Представление функции в виде поверхностей – тел рассеяния – позволяет, используя различные виды сечений тел, осуществлять эффективный анализ и выбор зондирующих сигналов при построении систем.

**Список литературы:** 1. *Каллистратова М.А., Кон А.И.* Радиоакустическое зондирование атмосферы. М.: Наука, 1985. 200 с. 2. *Карташов В.М.* Двумерная взаимокорреляционная функция акустического и электромагнитного сигналов радиоакустических систем // Радиотехника и информатика. Харьков. №1. С.6-8.

*Харьковский национальный  
университет радиотехники*

*Поступила в редколлегию 03.02.2010*