ОБУЧЕНИЕ АВТОМАТОВ ОПТИМАЛЬНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИТУАЦИЙ

И. Б. Сироджа, В. И. Салыга, О. И. Кузьмина

Харьков

Для многих отраслей техники необходимы совершенные автоматические системы, способные принимать решение в сложной быстро меняющейся обстановке. В связи с этим ведутся работы по созданию устройств (автоматов), выполняющих специфические функции распознавания образов (ситуаций). Для опознавания необходимо выбрать правило решения — алгоритм, по которому может быть произведена оптимальная классификация.

В настоящей статье рассматривается задача обучения автомата умению классифицировать ситуации. В процессе функционирования объекта управления возникает множество производственных ситуаций, каждая из которых характеризуется конкретными значениями некоторого набора параметров (числовым вектором), причем этот набор параметров (внешних воздействий) может быть одним и тем же для всех ситуаций. Требуется синтезировать алгоритм, позволяющий сгруппировать ситуации таким образом, чтобы в одной группе они были «похожи» друг на друга и отличались бы от ситуаций, не принадлежащих этой группе. Такие группы ситуаций назовем классами.

Задачу классификации будем трактовать как задачу принятия решения (принятия гипотезы γ_j) о том, что предъявляемая ситуация $\bar{V}$ принадлежит к j-му классу. В математической интерпретации требуется наиболее правильно определить границы областей, соответствующих различным классам. Число распознаваемых классов примем равным N, а число признаков каждого класса n. Каждому эталонному классу соответствует n-мерный вектор

$$\mu_j = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^{Q} \bar{V}_{jq} \; (j = \overline{1, N}), \tag{1}$$

где Q — число измерений каждого параметра.

Предположим с некоторой допустимой точностью, что плотности условных вероятностей принадлежности ситуации данному классу подчиняются нормальному закону распределения. Тогда выражение для плотности вероятностей n-мерного нормально распределенного вектора имеет вид

$$f(\vec{V}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n |K|}} e^{-\frac{1}{2}(\vec{V}-\vec{\mu})' [K]^{-1} (\vec{V}-\vec{\mu})}, \tag{2}$$

где $[K]^{-1}$ — обратная ковариационная матрица;

$|K|$ — определитель матрицы $[K]$.

Элементы ковариационной матрицы определяются следующим выражением:

$$k_{ij} = M[(v_i - \mu_i)(v_j - \mu_j)] \quad (i, j = \overline{1, n}). \tag{3}$$

Для дальнейших построений необходимо использовать уровни равных вероятностей функции (2). В многомерном случае получаем гиперэллипсоиды равных вероятностей с центрами в точках $\vec{\mu}$. Они описываются квадратичными формами вида

$$(\vec{V} - \vec{\mu})' [K]^{-1} (\vec{V} - \vec{\mu}) = \text{const}. \tag{4}$$

Положение и форма гиперэллипсоида (4) определяются коэффициентами, образующими ковариационную матрицу $[K]$. Из (3) следует, что при $i = j$ получаем диагональные элементы ковариационной матрицы, которые представляют собой дисперсии всех составляющих

$$k_{ii} = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^{Q} (v_{iq} - \mu_i)^2 = \sigma_i^2. \tag{5}$$

Все остальные элементы k_{ij} при $i \neq j$ определяют корреляцию между v_i и v_j. Очевидно, наиболее важными для распознавания являются такие параметры (признаки), дисперсия которых минимальна. Если эти параметры независимы и, следовательно, их ковариационная матрица $[K]$ диагональна, то наиболее важными будут те, которым соответствуют наименьшие диагональные элементы — дисперсии. Если ковариационная матрица не диагональна, судить о важности того или иного параметра по диагональным элементам трудно. В работе [1] показано, что нахождение новых, т. е. наиболее важных, параметров с наименьшими дисперсиями сводится к нахождению собственных значений и собственных векторов ковариационной матрицы $[K]$. Иными словами, путем линейных преобразований $U = [C]\vec{V}$ ищем матрицу перехода от вектора $\vec{V}$ к $\vec{U}$.

При определении матрицы преобразования зададимся условием $[C]_i^2 = \varepsilon = \text{const}$, чтобы ковариационную матрицу для новых переменных $\vec{U}$ привести к диагональному виду.

Как следует из [2], ковариационную матрицу $[K]$ можно привести к диагональному виду с помощью матрицы $[C]$, состоящей из собственных векторов матрицы

$$[C]' [K] [C] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \ldots 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \ldots 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 \ldots \lambda_n \end{bmatrix}, \tag{6}$$

где λ_i — собственные числа матрицы $[K]$;

$\vec{C}_i$ — собственные векторы этой матрицы, определяемые системой уравнений $([K] - \lambda[E])\,\vec{C}_i = 0$.

Тогда квадратичная форма $\vec{V}'[K]^{-'}\vec{V} = \alpha$ принимает вид $\vec{U}'([C]'[K] \times [C])^{-'}\vec{U} = \alpha$. Так как $([C]'[K][C])^{-'} = [L]^{-'}$, то гиперэллипсоид с длиной i-й полуоси $b_i = \sqrt{\alpha\lambda_i}$ определяется уравнением

$$\vec{U}'[L]^{-'}\vec{U} = \sum_{i=1}^{n} \frac{u_i^2}{(\sqrt{\alpha\lambda_i})^2} = 1. \tag{7}$$

Таким образом, преобразование с матрицей $[C]$ означает переход к новым, более важным параметрам, при которых осуществляется поворот координатных осей так, что новая координатная система совпадает с направлениями главных осей гиперэллипсоида.

На основании изложенного синтезирован обучающийся автомат (алгоритм) с учетом выбора наиболее важных признаков распознавания с использованием R-функций [3]. Решающая процедура алгоритма распознавания основывается на аппроксимации границ образов в пространстве параметров комбинированными гиперэллиптическими и гиперсферическими поверхностями, описываемыми едиными аналитическими выражениями в предикатной форме

$$P_j(\vec{u}) = 0 \quad (j = \overline{1, N}). \tag{8}$$

Указанная аппроксимация осуществляется в режиме обучения на заданных учебных выборках каждого из распознаваемых образов, состоящих из конечного числа элементов. Обучение заканчивается построением предикатов $P_j(\vec{u}) \geqslant 0$, описывающих области, соответствующие образам в пространстве параметров. Результат решающего правила определяется в режиме распознавания согласно номеру j предиката $P_j(\vec{u})$, истинного в испытуемой точке $\vec{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_m)$, $(m < n)$.

Сущность алгоритма распознавания заключается в следующем.

1. Первоначально алгоритм (автомат) запоминает всю учебную выборку, состоящую из частей, соответствующих каждому из рассматриваемых классов, и определяет центры эталонов $\vec{\mu}_j$ по формуле (1) $(j = \overline{1, N})$.

2. Определяются ковариационные матрицы $[K]_j$ и матрицы преобразований $[C]_j$.

3. Формируются эталоны для каждого класса (образа) в виде гиперэллипсоидов, определяемых предикатами

$$P_{0j} = P_{0j}(\vec{u}) \equiv \left[1 - \sum_{i=1}^{m} \frac{u_i^2}{(\sqrt{\alpha\lambda_i})^2}\right] \geqslant 0. \tag{9}$$

Порог α выбирается так, чтобы эталоны каждого образа не пересекались в пространстве параметров. Каждому из j предикатов ставится в соответствие логическая переменная P_{0j} начальной предикатной последовательности.

4. В каждой точке общей обучающей выборки, сопровождаемой указанием о принадлежности к j-му образу, определяется значение истинности предиката P_0 с номером j. Если соответствующий предикат ложен, то производится доопределение предшествующего предиката путем по-

строения гиперсферы с центром в рассматриваемой точке и радиусом, равным половине расстояния от данной до ближайшей точки «чужого» образа в пространстве признаков $\{u_1, u_2, \ldots, u_m\}$. При этом каждая гиперсфера определяется предикатом [4]

$$A_j = P_j^+(\vec{u}) \equiv \left\{ \left[\frac{r_j^2}{4} - \sum_{q=1}^{m} (u_{pq} - u_{sq})^2 \right] \geqslant 0 \right\}. \tag{10}$$

5. Если соответствующий предикат истинен, то исследуемая точка $\vec{u}$ сохраняется в памяти, а предшествующий предикат остается без доопределения.

6. Доопределение предикатов осуществляется в соответствии со следующей рекуррентной логической процедурой: если после r-го такта дообучения распознаванию N образов построены предикаты $(P_{0j} \vee A_{j(r)}) = P_j$, а очередная точка $\vec{u}_{(r+1)} \in P_j$, то после $(r+1)$-го такта принимается

$$P_{j(r+1)} = \begin{cases} (P_{01} \vee A_{1(r)}) \wedge \bar{A}_{j(r+1)} \\ (P_{02} \vee A_{2(r)}) \wedge \bar{A}_{j(r+1)} \\ \cdots\cdots\cdots \\ (P_{0j} \vee A_{j(r)}) \wedge A_{j(r+1)} \\ \cdots\cdots\cdots \\ (P_{0N} \vee A_{N(r)}) \wedge \bar{A}_{j(r+1)} \end{cases} \tag{11}$$

Используя полную систему R_2 — операций [3]

$$\begin{aligned} &\bar{x} = -x; \\ &x \wedge_1 y = \frac{1}{2}(x + y - |x - y|) = \min(x, y); \\ &x \vee_1 y = \frac{1}{2}(x + y + |x - y|) = \max(x, y), \end{aligned} \tag{12}$$

операторы (9), (10), (11), в соответствии с методикой в [4] автомат реализует построение аналитических выражений в форме предикатов $P_j^+(\vec{u})$, определяющих в конце обучения некоторые поверхности, которые аппроксимируют в пространстве параметров границы областей заданных классов (образов). Распознавание состоит в определении j-го номера предиката, истинного в испытуемой точке $\vec{u}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. П. Пересада. Автоматическое распознавание образов. Изд-во «Энергия», Л., 1970.

2. Б. П. Демидович, И. А. Марон. Основы вычислительной математики. Физматгиз, 1960.

3. В. Л. Рвачев. Геометрические приложения алгебры логики. Изд-во «Техніка», Киев, 1967.

4. В. И. Салыга, И Б. Сироджа. Принципы построения детерминированно-самоорганизующейся системы управления объектами обогатительной технологии. Сб. «Техническая кибернетика», вып 11. Изд-во АН УССР, Киев, 1970.