



БАЙЕСОВСКИЕ СЕТИ В ТЕОРИИ ИГР НА ПРИМЕРЕ ДУОПОЛИСТИЧЕСКОГО РЫНКА

Леховицкий Д.А., Ховрат А.В., Семикина А.А.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

В настоящее время Байесовские (причинно-следственные) сети активно применяются для моделирования биологических и медицинских данных, в распознавании изображений, обработке естественного языка и многих других сферах.

Байесовская сеть – это ориентированный граф без направленных циклов, вершины которого представляют случайные переменные, а рёбра – зависимости между ними, причём направление этих рёбер можно интуитивно представлять как причинно-следственные связи. Каждому из узлов X_i графа B соответствует условное распределение вероятностей его значений при условии его родителей $\mathcal{P}(X_i | Parents_B(X_i))$. Переменные в этом графе могут быть количественными (дискретными и непрерывными) или качественными, нужно лишь подходящим образом задать их условное распределение.

Представление множества переменных в виде Байесовской сети позволяет делать интуитивные выводы о зависимости или независимости между выбранными переменными. При этом предполагается, что некоторое подмножество переменных наблюдается. Способы выяснения факта зависимости между переменными связаны с понятиями активного пути в сети [1], свойства d -разделимости. Есть ряд утверждений и теорем о том, что эти интуитивные выводы по графу при определённых условиях эквивалентны вероятностным выводам и свойству факторизации распределения по графу [2].

Помимо узлов, соответствующих случайным переменным, в контексте байесовских сетей можно рассматривать и другие: целесообразно добавлять узлы принятия решений агентами. Эти решения могут зависеть от некоторых факторов (т.е. иметь родителей), а также влиять на другие переменные. От обычных переменных они отличаются тем, что в таких случаях вместо условного вероятностного распределения вершине соответствует детерминированное правило принятия решения: при данной комбинации родителей следует выбрать конкретную альтернативу, которая будет максимизировать определённую целевую функцию. Для этого нужно добавить новый тип вершин – узлы полезности (utility nodes). Тогда вместо условного вероятностного распределения будет использоваться закон, который каждой комбинации значений родителей этого узла будет ставить в соответствие определенное значение полезности.

Обычно при применении Байесовской сети для моделирования систем принятия решений в условиях неопределённости решения принимаются одним агентом. Мы предлагаем применить этот подход для решения теоретико-игровых задач, в которых стратегические решения могут принимать несколько агентов. В зависимости от того, рассматривается ли игра с совершенной информацией или нет, агенты могут воспринимать решения других игроков (соперников) либо как случайные переменные, либо как наблюдаемые. При

этом каждый из агентов может иметь своё множество переменных, значения которых он наблюдает и руководствуется ими при принятии решения.

Рассмотрим наиболее простой случай, когда игроков всего два. Каждый из них принимает лишь одно решение и они, фактически, одинаковы в том смысле, что выбор происходит из одинаковых альтернатив. Например, «классическая» задача ценовой войны на дуополистическом рынке, когда каждая из фирм в конкретной ситуации выбирает одну из трех альтернатив: понизить цену, повысить её или оставить на прежнем уровне, учитывая свои издержки C_i , оценки рыночной эластичности спроса по цене \hat{E}_D^P и факторы, влияющие на эту эластичность, например доход населения I .

В этом случае для каждого из игроков будет рассматриваться одинаковая сеть, различия будут лишь в том, какой из узлов (D_1 или D_2) будет узлом решения. На рисунке 1 изображена такая сеть для первого игрока: здесь рассматривается влияние оценки эластичности спроса на рынке и расходов первого игрока на его решение по ценовой политике. Также представлено влияние истинной эластичности спроса, этого решения и такого же решения второго игрока на итоговую функцию полезности U_1 (например, прибыль) для игрока, принимающего решение в этой сети.

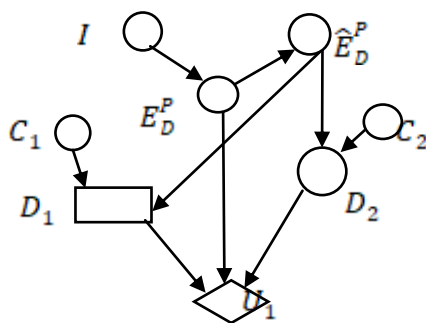


Рис. 1 – Пример Байесовской сети для первого игрока

Предложенный подход позволяет естественным образом изобразить связь между интересующими нас переменными и учесть ее при принятии решения. Открытыми пока остаются вопросы поиска равновесия в такой модели, обучения её параметров, усложнения моделируемой задачи (увеличение количества переменных, игроков, введение игроков с различными ролями и последовательных игр, а также моделирование ситуаций, когда разные игроки могут, вообще говоря, и не знать, какие переменные используют остальные).

1. С. Николенко. Вероятностные модели: Байесовские сети. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://habrahabr.ru/company/surfingbird/blog/176461/>. – Дата доступа: 02.09.2017.

2. D. Koller, N. Friedman. Probabilistic Graphical Models: Principles and Techniques, – Adaptive Computation and Machine Learning, The MIT Press, 2009. – 1208 p.