

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЛАНДШАФТІВ МЕТОДОМ ПРОЦЕДУРНОЇ ГЕНЕРАЦІЇ НА ОСНОВІ ГРАДІЄНТНОГО ШУМУ

Черних О.О.

e-mail: oleksii.chernykh@nure.ua

Науковий керівник – канд. техн. наук, ст. викл. Путятіна О.Є.
Харківський національний університет радіоелектроніки, каф. ІТМ
м. Харків, Україна

This work is devoted to the mathematical modeling of continuous topographical surfaces using procedural generation systems based on gradient noise algorithms. The fundamental mathematical models of 2D noise generation and Fractional Brownian Motion were analyzed. A comparative calculation of the computational efficiency of SIMD-vectorized synthesis relative to scalar generation methods is carried out. It has been found that while gradient noise systems provide coherent topology, memory access patterns and architectural overheads crucially impact the scaling limits of procedural algorithms.

У контексті стрімкого розвитку геоінформаційних систем та інтерактивних віртуальних середовищ оптимізація генерації великомасштабних топографічних поверхонь є пріоритетним завданням комп'ютерної графіки. Застосування традиційних методів полігонального моделювання призводить до експоненційного зростання вимог до оперативної пам'яті. Відповідно, найбільш перспективним підходом для систем реального часу є використання алгоритмів процедурної генерації на основі функцій просторового шуму.

Математична модель двовимірного градієнтного шуму Кена Перліна будується шляхом дискретизації простору цілочисельною координатною решіткою. Кожному вузлу решітки за допомогою хешування призначається псевдовипадковий вектор градієнта. Значення висоти Z в довільній точці (x, y) обчислюється як суперпозиція скалярних добутків векторів відстаней та вузлових градієнтів. Для уникнення візуальних розривів у обчисленні нормалей освітлення, лінійна інтерполяція базових значень заміщується застосуванням квінтичної кривої згладжування $f(t) = 6t^5 - 15t^4 + 10t^3$, що гарантує неперервність других похідних поверхні.

Для досягнення геологічної реалістичності застосовується метод фрактального броунівського руху, який помилково ототожнюють з алгоритмами турбулентності. Модель fBm передбачає адитивне підсумовування кількох просторових частот шуму:

$$Z = \sum_{i=0}^{n-1} A_i \cdot \text{noise}(f_i \cdot x, f_i \cdot y)$$

де noise – базова функція градієнтного шуму; $A_i = A_0 \cdot p^i$ – амплітуда шару, де p – коефіцієнт стійкості, що визначає ступінь затухання висоти; $f_i = f_0 \cdot l^i$ – просторова частота, де l – коефіцієнт лакуарності, що масштабує координати для утворення мікрорельєфу.

Обчислювальна складність процедурної генерації має асимптотичну оцінку $O(N^2)$ для двовимірного масиву точок. На етапі імплементації, заміна дорогих математичних хеш-функцій на заздалегідь згенеровані таблиці перестановок дозволяє звести розрахунок градієнтів до операцій доступу до пам'яті за час $O(1)$.

З метою емпіричної оцінки продуктивності було здійснено порівняльний аналіз скалярного, через вкладені цикли, та векторизованого, через матричні операції простору numru , підходів для сітки розміром 150×150 точок із застосуванням трьох октав. Встановлено, що застосування матричної векторизації, яка базується на апаратних інструкціях SIMD, підвищує швидкість генерації масиву на 45% порівняно з наївними методами. Дана нелінійна межа оптимізації, яка є значно нижчою за теоретичні можливості паралельних обчислень, пояснюється домінуванням накладних витрат інтерпретатора на ініціалізацію об'єктів пам'яті при відносно малій розмірності матриці, а також впливом промахів кешу при неоптимальній траєкторії обходу оперативної пам'яті.

Як показали дослідження Парберрі, чистий градієнтний шум може продукувати надмірно однорідні результати, тому в майбутньому доцільно розглянути гібридні підходи, що поєднують процедурну генерацію із макро-даними реальних геологічних висот для уникнення монотонності ландшафту.

Список використаних джерел:

1. Кудінов М. Алгоритми процедурної генерації шуму Перліна. Збірник тез наукових доповідей. Запоріжжя, 2025. Т. 3. С. 45-48.
2. Parberry I. Procedural Generation of Infinite Terrain from Real-World Elevation Data. *Journal of Computer Graphics Techniques*. 2014. Vol. 3, No. 1. P. 1–22.
3. Ozcan H., Akinci M. Applying Perlin Noise on 3D Hexagonal Tiled Maps. *IEEE Xplore (International Conference on Computer Graphics)*. 2023. P. 1–6.
4. Швирид Т. І., Кузьменко І. М. Сучасні проблеми наукового забезпечення: зб. праць. Київ: КПП ім. Ігоря Сікорського, 2017. 112 с.