

УДК 004.021: 004.312.4: 004.421.6: 004.414.2



Е. А. Лукьянова

ТНУ имени В. И. Вернадского, г. Симферополь, Украина, lukyanovaea@mail.ru

О ПРОВЕРКЕ ФОРМУЛ *CTL*-ЛОГИКИ НА МОДЕЛЯХ КРИПКЕ СЕТИ ПЕТРИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РАСПРЕДЕЛЁННОЙ СИСТЕМЫ

Рассматриваются модели Крипке детальной сети Петри и её компонентной сети Петри. Устанавливается, что эти модели являются однотипными алгебраическими системами и доказывается их гомоморфизм, на основании которого строится алгоритм проверки формул темпоральной *CTL*-логики на модели Крипке детальной сети Петри через проверку *CTL*-формул на модели Крипке её компонентной сети Петри.

СЕТИ ПЕТРИ, КОМПОНЕНТНАЯ СЕТЬ ПЕТРИ, МОДЕЛЬ КРИПКЕ, ГОМОМОРФИЗМ, ТЕМПОРАЛЬНАЯ ЛОГИКА

Введение

Для исследований по созданию и организации функционирования сложных ответственных параллельных распределённых систем (операционных, информационных систем, систем управления объектами и технологическими процессами, коммуникационных протоколов) используются их различные математические модели. С помощью этих моделей может быть проведён анализ функционирования исследуемых систем, осуществлена оценка и диагностика правильности их функционирования. Для этого может быть использован один из методов формальной верификации – метод проверки на модели (*model checking*) [1, 2, 3, 4]. Метод проверки на модели предполагает: 1) построение формальной (математической) модели исследуемой параллельной распределённой системы, отражающей возможное поведение системы, 2) запись требований корректности в виде формальной спецификации требований, отражающей желаемое поведение системы, 3) проверку согласованности возможного поведения с желаемым.

Основной трудностью в процессе формальной верификации параллельных распределённых систем является эффект комбинаторного взрыва (*state explosion problem*) в пространстве состояний модели. На решение этой проблемы направлено создание современных моделей описания функционирования параллельных распределённых систем.

Разнообразные исследования теории сетей Петри широко демонстрируют возможности формализма математических моделей, представленных сетями Петри. Изучение структурных и динамических свойств таких моделей даёт полную характеристику исследуемой системы. Формализм сетей Петри для моделирования параллельных распределённых систем значительно улучшается за счёт использования компонентной сети Петри (*CN*-сети) исходной детальной модели Петри N исследуемой системы [5]. Компонентное моделирование позволяет получать модель значительно меньших размеров, чем исходная детальная модель

Петри. При этом компонентная сеть Петри является адекватной, с точки зрения установления подобия сетей Петри в результате их редукции [6]. Для компонентного моделирования редукция детальной (больших размеров) сети заключается в выделения в детальной модели Петри N составных компонент: компонент-мест C_p и компонент-переходов C_t [7].

В настоящей работе будет продолжено исследование начатое в работе [8] по изучению возможностей использования имеющихся результатов компонентного моделирования и инструментов компонентного анализа для верификации параллельных распределённых систем путём применения метода проверки на модели (*model checking*).

1. Предварительные сведения

Алгоритмы верификации на модели предполагают задание свойств системы (представление формальной спецификации требований) в виде логической формулы. При этом используются аппараты логических языков темпоральных логик, например, язык логики ветвящегося времени (*CTL – Computation Tree Logic*) [3, 4]. Проверка истинности такой логической формулы проводится на одной из разновидностей автомата – модели Крипке [9].

Модель Крипке для темпоральной логики представляется в виде структуры $K = (G, R, f)$, где G – множество состояний, $R \subseteq G \times G$ – отношение переходов, $f: G \rightarrow B(P)$, P – множество атомарных высказываний, $B(P)$ – булеан множества P .

Путём в K называется бесконечная последовательность состояний

$$\pi = g_1, g_2, \dots: \forall i \geq 0 \quad (g_i, g_{i+1}) \in R,$$

соответствующая вычислениям системы.

Формулы логики *CTL* строятся из элементарных высказываний, булевских функций и временных операторов. Используются временные операторы: $\Box$ («для всех путей вычисления»), $\Diamond$ («для некоторого пути вычисления»), между которыми выполняется отношение двойственности и за которыми следует

один из следующих линейных временных операторов: $\bigcirc$ («следующий момент»), $\odot$ («когда-то в будущем»), $\bullet$ («всегда»), $\bigodot$ («до тех пор, пока»), $\ominus$ («высвободить») (используется универсальная унификация языка логики *CTL*, предложенная в [10]).

Для каждого состояния $g \in G$ и каждой формулы φ *CTL*-логики её значением $g(\varphi)$ в состоянии g является булева константа 1 или 0, которая определяется индуктивно:

a) если $\varphi = p \in P$, то φ определена в K ;

b) $g(1) = 1$, $g(0) = 0$;

c) $g(\neg\varphi) = \neg g(\varphi)$, $g(\varphi \wedge \psi) = g(\varphi) \wedge g(\psi)$,
 $g(\varphi \vee \psi) = g(\varphi) \vee g(\psi)$;

d) значения формул, начинающихся с *CTL*-операторов, определяются следующим образом [3, 4, 10]:

1) $g(\bigcirc\varphi) = 1$, если для каждого $g' : (g, g') \in R$, выполняется $g'(\varphi) = 1$;

2) $g(\odot\varphi) = 1$, если существует $g' : (g, g') \in R$ и выполняется $g'(\varphi) = 1$;

3) $g(\square\varphi) = 1$, если для каждого пути π из g существует состояние $g' \in \pi$, такое, что имеет место $g'(\varphi) = 1$;

4) $g(\diamond\varphi) = 1$, если существует путь π из g и существует состояние $g' \in \pi$, такое, что имеет место $g'(\varphi) = 1$;

5) $g(\square\bullet\varphi) = 1$, если для каждого пути π из g и для каждого состояния $g' \in \pi$ имеет место $g'(\varphi) = 1$;

6) $g(\diamond\bullet\varphi) = 1$, если существует путь π из g , такой, что для каждого состояния $g' \in \pi$ имеет место $g'(\varphi) = 1$;

7) $g(\square\odot(\varphi, \psi)) = 1$, если для каждого пути π из g существует состояние $g' \in \pi$, такое, что выполняется

$$(g'(\psi) = 1) \wedge (\forall g'' <_{\pi} g', g''(\varphi) = 1);$$

8) $g(\diamond\odot(\varphi, \psi)) = 1$, если существует путь π из g и существует состояние $g' \in \pi$, такое, что выполняется в 7);

9) $g(\square\ominus(\varphi, \psi)) = 1$, если для каждого пути π из g и для каждого состояния $g' \in \pi$ выполняется

$$(g'(\psi) = 1) \vee (\exists g'' <_{\pi} g', g''(\varphi) = 1);$$

10) $g(\diamond\ominus(\varphi, \psi)) = 1$, если существует путь π из g такой, что для каждого состояния $g' \in \pi$ имеет место 9).

При этом нетрудно показать, что любую *CTL*-формулу можно записать используя только логические операции отрицания, конъюнкции, дизъюнкции ($\neg, \wedge, \vee$) и *CTL*-операторы $\diamond\bigcirc, \diamond\bullet, \diamond\odot$.

Имеют место следующие равенства:

1) $\neg(\varphi \wedge \psi) = (\neg\varphi) \vee (\neg\psi)$, $\neg(\varphi \vee \psi) = (\neg\varphi) \wedge (\neg\psi)$,
 $\neg(\neg\varphi) = \varphi$;

2) $\square\bigcirc\varphi = \neg(\diamond\bigcirc\neg\varphi)$;

3) $\diamond\bigcirc\varphi = \diamond\bullet(1, \varphi)$;

4) $\square\odot\varphi = \neg(\diamond\bullet\neg\varphi)$;

5) $\square\bullet\varphi = \neg(\diamond\odot(1, \neg\varphi))$;

6) $\square\odot(\varphi, \psi) = \neg(\diamond\odot(\neg\psi, \neg(\varphi \wedge \neg(\psi))) \wedge$
 $\wedge \neg(\diamond\bullet(\neg\psi)))$;

7) $\square\ominus(\varphi, \psi) = \neg(\diamond\odot(\neg\varphi, \neg\psi))$;

8) $\diamond\ominus(\varphi, \psi) = \diamond\odot(\psi, \varphi \wedge \psi) \vee \diamond\bullet\psi$.

2. Гомоморфизм моделей Крипке детальной и её компонентной сетей Петри

В работе [8] обосновано рассмотрение для исследуемой системы, её двух моделей Крипке K_N и K_{CN} . Каждая из этих моделей получается в результате перехода от двудольных графов — моделей исследуемой системы, представленных её сетями Петри, к графам с одним типом вершин — моделям Крипке. А именно: осуществляется переход от детальной сети Петри N к модели K_N и от её компонентной сети Петри CN к модели K_{CN} . При этом имеет место корректная редукция модели Крипке K_N исходной детальной сети Петри N исследуемой системы, результат которой — модель K_{CN} компонентной сети CN , имеющая меньшее количество состояний, чем модель K_N .

Для доказательства этого факта рассмотрим модели Крипке K_N и K_{CN} соответственно как реляционные системы $K_N = (G, R, \chi_1)$ и $K_{CN} = (G', R', \chi_1')$. Это реляционные системы с двумя бинарными отношениями: отношением переходов соответственно R и R' и отношением компоненты соответственно χ_1 и χ_1' [6, 11], рассматриваемыми на множестве состояний соответственно G и G' моделей Крипке $K_N = (G, G_0, R, f)$ и $K_{CN} = (G', G'_0, R', f')$.

Отношение переходов R — несимметричное упорядоченное бинарное отношение, задающее множество упорядоченных пар $(g_i, g_{i+1}) \in R$ состояний модели Крипке K_N , для которых в этой модели имеется соединяющая их дуга.

Отношение компонент χ_1 удовлетворяет следующим условиям:

1) для каждого состояния $g \in G$ выполняется $g\chi_1 g$;

2) для двух состояний g_1 и $g_2 \in G$ выполняется $g_1\chi_1 g_2$, если g_1 и g_2 — являются состояниями одного участка слабой (односторонней) связности модели Крипке K_N , который моделирует функционирование соответствующей составной компоненты, выделенной в детальной сети Петри N исследуемой системы.

Отношение χ_1 является рефлексивным, симметричным, транзитивным бинарным отношением, которое разбивает множество состояний G модели Крипке K_N детальной модели Петри N на непересекающиеся классы эквивалентности, в каждый такой класс попадают состояния, для которых выполняются условия 1) — 2). Если состояние $g \in G$ не является состоянием ни одного из участков

слабой связности модели Крипке K_N , моделирующего функционирование соответствующей составной компоненты, выделенной в детальной сети Петри N , то это состояние само представляет класс эквивалентности — единичный класс.

Для отношений R' и χ_1' модели K_{CN} вышеизложенное аналогично с учётом того, что бинарные отношения R' и χ_1' получены по одной и той же схеме, что и бинарные отношения R и χ_1 из соответствующего базисного множества G' и для отношения χ_1' условие 2) вырождается в условие 1). Модели $K_N = (G, R, \chi_1)$ и $K_{CN} = (G', R', \chi_1')$ как реляционные системы являются однотипными алгебраическими системами [12].

Рассмотрим преобразование, переводящее модель Крипке K_N детальной сети Петри N в модель Крипке K_{CN} компонентной сети Петри CN . Такое преобразование предполагает отображение множества состояний G модели K_N в множество состояний G' модели K_{CN} .

Теорема 1. Пусть имеется модель Крипке K_N , построенная по детальной сети Петри N исследуемой параллельной распределённой системы. Тогда модель Крипке K_{CN} , построенная по компонентной сети Петри CN является гомоморфным образом модели K_N .

Доказательство. Рассмотрим отображение $h: G \rightarrow G'$ множества состояний G модели K_N в множество состояний G' модели K_{CN} . Модели K_N и K_{CN} являются реляционными системами $K_N = (G, R, \chi_1)$ и $K_{CN} = (G', R', \chi_1')$ с двумя бинарными отношениями соответственно R , χ_1 и R' , χ_1' , для которых выполняются следующие импликации:

$$h(\chi_1(g_1, g_2)) \rightarrow \chi_1'(h(g_1), h(g_2)), \quad (1)$$

$$h(R(g_1, g_2)) \rightarrow R'(h(g_1), h(g_2)). \quad (2)$$

Рассмотрим импликацию (1). Для неё возможны случаи:

a) состояния g_1 и g_2 не являются состояниями одного участка слабой связности модели Крипке K_N , который моделирует функционирование соответствующей составной компоненты, выделенной в детальной сети Петри N исследуемой системы, или одно из состояний g_1 или g_2 не является таковым, тогда условие (посылка) импликации (1) ложно, а, значит, сама импликация (1) истинна;

b) состояния g_1 и g_2 являются состояниями одного участка слабой связности модели Крипке K_N , который моделирует функционирование соответствующей составной компоненты, выделенной в детальной сети Петри N исследуемой системы. Тогда условие (посылка) импликации (1) истинно и образами состояний g_1 и g_2 из K_N является одна и та же вершина из K_{CN} , т.е. $h(g_1) = h(g_2)$. Значит, согласно условиям 1) – 2) отношение $h(a_1)\chi_2 h(a_2)$ истинно и истинна импликация (1).

Для импликации (2) возможны следующие случаи:

a) отношение $g_1 R g_2$ ложно, т.е. для состояний g_1 и g_2 в модели Крипке K_N нет соединяющей их дуги, тогда (2) — импликация с ложным условием. Следовательно, импликация (2) истинна;

b) отношение $g_1 R g_2$ истинно, тогда имеют место следующие возможности:

b₁) состояния g_1 и g_2 не являются состояниями ни одного участка слабой связности модели Крипке K_N , который моделирует функционирование соответствующей составной компоненты, выделенной в детальной сети Петри N исследуемой системы. Значит, эти состояния g_1 и g_2 представляют единичные классы эквивалентности по отношению χ_1 . И из того, что отношение $g_1 R g_2$ истинно следует, что в модели K_{CN} имеется дуга, соединяющая состояния $h(g_1)$ и $h(g_2)$, т.е. отношение $h(g_1)R'h(g_2)$ истинно. Следовательно, импликация (2) истинна;

b₂) одно из состояний g_1 или g_2 является состоянием одного из участков слабой связности модели Крипке K_N , моделирующего функционирование соответствующей составной компоненты, выделенной в детальной сети Петри N исследуемой системы, т.е. является элементом некоторого класса эквивалентности по отношению χ_1 . Значит, при отображении h это состояние является элементом полного прообраза своего образа. Тогда отношение $h(g_1)R'h(g_2)$ истинно и импликация (2) истинна;

b₃) оба состояния g_1 и g_2 являются состояниями одного участка слабой связности модели Крипке K_N , моделирующего функционирование соответствующей составной компоненты, выделенной в детальной сети Петри N исследуемой системы. Тогда состояния g_1 и g_2 являются элементами одного класса эквивалентности по отношению χ_1 . При отображении h образы этих состояний совпадают, т.е. $h(g_1) = h(g_2)$ и являются одним и тем же состоянием модели K_{CN} . Это состояние согласно условиям 1) – 2) само с собой находится в отношении χ_1' : $h(g_1)\chi_1'h(g_2)$. Следовательно, в случае *b₃)* при отображении h имеет место истинная запись

$$(h(R(g_1, g_2)) \rightarrow h(\chi_1(g_1, g_2))) \wedge$$

$$\wedge (h(\chi_1(g_1, g_2)) \rightarrow \chi_1'(h(g_1), h(g_2))),$$

из которой видно, что в случае *b₃)* импликация (2) принимает вид (1) и является истинной.

Следствие 1. Для одноимённых отношений R и R' и χ_1 и χ_1' реляционных систем $K_N = (G, R, \chi_1)$ и $K_{CN} = (G', R', \chi_1')$ имеют место следования (3) и (4):

$$\begin{aligned} & (R'(h(g_1), h(g_2)) = T) \Rightarrow \\ & \Rightarrow \exists_{G'} g_1', g_2' ((h(g_k) = h(g_k'), k = 1, 2) \wedge \\ & \wedge (R(g_1', g_2') = T)), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 &(\chi_1'(h(g_1), h(g_2)) = T) \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \exists_{g_1', g_2'} ((h(g_k) = h(g_k'), k=1,2) \wedge \\
 &\wedge (R'(g_1', g_2') = T), \quad (4).
 \end{aligned}$$

Следование (3) выполняется для состояний g_1, g_2 модели Крипке K_N , для которых имеют место две возможности: а) оба состояния g_1, g_2 не являются состояниями ни одного из участков слабой связности модели Крипке K_N , моделирующих функционирование соответствующих составных компонент, выделенных в детальной сети Петри N исследуемой системы; б) одно из состояний g_1 или g_2 не является состоянием участка слабой связности модели Крипке K_N , моделирующего функционирование соответствующей составной компоненты, выделенной в детальной сети Петри N исследуемой системы.

Следование (4) выполняется для состояний g_1, g_2 модели Крипке K_N , являющихся состояниями одного из участков слабой связности модели Крипке K_N , моделирующих функционирование соответствующих составных компонент, выделенных в детальной сети Петри N исследуемой системы.

Следствие 2. Множество всех путей в модели K_{CN} является гомоморфным образом множества всех путей в модели K_N .

3. Алгоритм проверки формул CTL -логики на модели Крипке K_N через проверку формул CTL -логики на модели Крипке K_{CN}

Задача проверки на модели состоит в определении выполнимости для системы, которая задаётся моделью Крипке, свойства, выраженного формулой темпоральной логики. Формальный логический язык темпоральной логики за счёт использования временных модальных операторов выразительно представляет в виде формул темпоральной логики свойства систем, использующих параллельные вычисления. Одними из основных свойств для систем с параллелизмом являются следующие свойства:

1) свойство взаимного исключения (*mutex*), которое определяет синхронизацию одновременно выполняющихся процессов, когда несколько параллельных процессов требуют использования единого общего ресурса. Получить же доступ к единому общему ресурсу возможно лишь в случае взаимного исключения, когда в каждый момент времени только один из процессов может использовать общий ресурс;

2) свойство справедливости (*fairness*), которое так же определяет корректное функционирование: если какое-нибудь событие должно произойти, то наступит такой момент, когда это событие произойдёт.

Формула φ , описывающая свойство взаимного исключения для формул p и q имеет вид:

$$\varphi = \Box \neg (p \wedge q).$$

Формула φ , описывающая свойство справедливости для формул p и q имеет вид:

$$\varphi = \Box (p \rightarrow \Diamond q).$$

Структура Крипке удовлетворяет формуле (свойству) φ логики CTL , если φ выполняется для всех путей, выходящих из начального состояния g_0 . Согласно следствию 2 пути в моделях K_N и K_{CN} гомоморфны.

Рассмотрим путь π в модели K_N и ему гомоморфный путь π' в модели K_{CN} . Пусть формула φ выполняется для некоторого пути π' модели K_{CN} . Имеют место следующие возможные случаи для состояний, рассматриваемого пути π' .

1) Пусть последовательность состояний, составляющих путь π' , содержит только образы состояний модели K_N , которые не являются состояниями ни одного из участков слабой связности модели Крипке K_N , моделирующих функционирование соответствующей составной компоненты, выделенной в детальной сети Петри N исследуемой системы. Тогда гомоморфизм пути π' модели K_{CN} и соответствующего ему пути π модели K_N является биективным и для состояний этих путей выполняется следование (3) следствия 1. А, значит, выполнимость (не выполнимость) формулы φ на пути π' влечёт выполнимость (не выполнимость) этой формулы на пути π .

2) Пусть путь π' содержит состояния-инкапсулянты. Состояния-инкапсулянты — это состояния модели K_{CN} , в которые в результате гомоморфизма h инкапсулируются состояния модели K_N , являющиеся состояниями одного участка слабой связности модели Крипке K_N , моделирующего функционирование соответствующей составной компоненты, выделенной в детальной сети Петри N исследуемой системы. В случае 2) возможны следующие варианты:

а) формула φ не выполняется на пути π' модели K_{CN} . Тогда, очевидно, что формула φ не выполняется на пути π модели K_N ;

б) формула φ выполняется на пути π' модели K_{CN} . В этом случае особого рассмотрения требуют состояния-инкапсулянты g'_i и их прообразы — состояния g_{ik} модели K_N , являющиеся состояниями одного участка слабой связности модели Крипке K_N , моделирующего функционирование соответствующей составной компоненты, выделенной в детальной сети Петри N исследуемой системы. При этом, учитывая наличие в исследуемой системе одинаковых и однотипных параллельных процессов, рассматривать можно не все состояния-инкапсулянты и соответственно не все участки слабой связности модели Крипке K_N ,

моделирующие функционирование составных компонент. Достаточно исследовать только по одному их представителю с меньшим количеством одинаковых и однотипных параллельных процессов. Такое исследование заключается в проверке выполнимости формулы φ для всех путей данного участка модели K_N , являющихся подпутями пути π , гомоморфным образом которого является соответствующий путь π' модели K_{CN} .

Пусть в рассматриваемом состоянии-инкапсулянте g'_i модели K_{CN} выполняется формула φ .

1') Пусть φ — атомарное предложение. Тогда рассмотрим множества атомарных предложений относящихся к каждому состоянию g_{ik} соответствующего участка слабой связности модели Крипке K_N , моделирующего функционирование соответствующей составной компоненты и инкапсулирующегося при гомоморфизме h в состояние g'_i модели K_{CN} . И выясним выполняемость формулы φ в данных состояниях g_{ik} . Доказательство формулы $\neg\varphi$ сводится к опровержению формулы φ в данных состояниях g_{ik} .

2') Доказательство формулы $\varphi \vee \psi$ сводится к доказательству одной из формул φ или ψ в состояниях g_{ik} участка слабой связности модели Крипке K_N , инкапсулирующегося при гомоморфизме h в состояние g'_i модели K_{CN} . Для доказательства формулы $\neg(\varphi \vee \psi)$ в состояниях g_{ik} опровергаются обе формулы φ и ψ .

3') Доказательство формулы $\varphi \wedge \psi$ сводится к выяснению выполнимости обеих формул φ и ψ в состояниях g_{ik} участка слабой связности модели Крипке K_N , инкапсулирующегося при гомоморфизме h в состояние g'_i модели K_{CN} . Для доказательства формулы $\neg(\varphi \wedge \psi)$ опровергается одна из формул φ или ψ .

4') Если в состоянии-инкапсулянте g'_i модели K_{CN} выполняется формула $\Diamond\varphi$, то в модели K_{CN} существует состояние g' , в которое из состояния g'_i есть переход $((g'_i, g') \in R')$ и такое, что $g'(\varphi) = 1$. Согласно следованию (3) следствия 1 в модели K_N для состояния g' имеется состояние g участка слабой связности, отвечающего состоянию-инкапсулянту g'_i модели K_{CN} , из которого в состояние g' имеется переход. Тогда в модели K_N для участка слабой связности, отвечающего состоянию-инкапсулянту g'_i модели K_{CN} , достаточно найти путь π_j , являющийся подпутём пути π , гомоморфным образом которого является соответствующий путь π' модели K_{CN} , в состояниях, которого формула φ выполняется.

5') Если в состоянии-инкапсулянте g'_i модели K_{CN} выполняется формула $\Diamond\bullet\varphi$, то в модели K_{CN} из состояния g'_i существует путь π' такой, что для любого состояния g' этого пути выполняется $g'(\varphi) = 1$. Это значит, что в состоянии-инкапсулянте g'_i модели K_{CN} формула φ должна

выполняться. Тогда переходим к рассмотрению пунктов 1') — 3'). И выполнимость формулы φ проверяем в состояниях участка слабой связности модели K_N , отвечающего состоянию-инкапсулянту g'_i модели K_{CN} . При этом достаточно для соответствующего участка слабой связности модели K_N найти путь, являющийся началом указанного пути π' , и проверить, что в состояниях этого пути формула φ выполняется. Такой путь, согласно следованиям (3) и (4) следствия 1 и условию слабой связности участка модели K_N , моделирующего функционирование составной компоненты, существует.

6') Если в состоянии-инкапсулянте g'_i модели K_{CN} выполняется формула $\Diamond\bigcirc(\varphi, \psi)$, то в модели K_{CN} существует путь π' из состояния g'_i и существует состояние g' пути π' такое, что $g'(\psi) = 1$ и для любого состояния g'' , предшествующего на этом пути состоянию g' , выполняется $g''(\varphi) = 1$. Тогда все состояния пути участка слабой связности модели K_N , инкапсулирующегося при гомоморфизме h в состояние g'_i модели K_{CN} , и являющегося началом пути π' модели K_N , являются состояниями, предшествующими состоянию g' . Поэтому эти состояния подлежат проверке на выполнимость формулы φ . Тогда переходим к рассмотрению пунктов 1') — 3').

Выполнимость свойства *mutex* (формулы $\varphi = \Box \neg(p \wedge q)$) на модели Крипке K_{CN} проверяется согласно [13]. Для этого исследуются места разметок состояний модели K_{CN} , в которых замоделированы возможные состояния исследуемого процесса, который может находиться в критической зоне, на предмет наличия фишки (метки) в соответствующем месте её компонентной сети Петри. И если данный процесс находится в критической зоне, то соответствующее место компонентной сети Петри, которое моделирует этот процесс, имеет фишку, а на соответствующем месте в разметке рассматриваемого состояния модели Крипке стоит число равное 1. Свойство *mutex* выполняется, если для разметок M всех достижимых состояний модели K_{CN} , выполняется неравенство

$$M(p_1) + M(p_2) + \dots + M(p_n) \leq 1, \quad (5)$$

где $p_1, p_2, \dots, p_n$ — места разметки достижимого состояния модели K_{CN} , которые отвечают критическим зонам.

Это значит, что для модели K_{CN} необходимо проверить, что для разметки M любого достижимого из начального состояния g_0 модели K_{CN} состояния g модели K_{CN} , неравенство (5) выполняется. В противном случае найти хотя бы одно достижимое состояние модели K_{CN} , для разметки которого неравенство (5) не выполняется.

Для переноса, полученного для модели K_{CN} результата, на модель K_N достаточно осуществить

проверку формулы $\varphi = \Box \neg (p \wedge q)$ только для тех участков слабой связности модели K_N , моделирующих функционирование составных компонент, выделенных в детальной сети Петри N исследуемой системы, для которых проблема mutex актуальна. При этом проверке подлежат только по одному представителю из одинаковых и однотипных участков слабой связности, моделирующих функционирование составных компонент.

Для выполнимости свойства fairness (формулы $\varphi = \Box (p \rightarrow \Diamond q)$) на модели K_{CN} необходимо показать, что для произвольного состояния g модели K_{CN} , для которого существует путь π из начального состояния g_0 и в котором выполняется формула p , имеет место на этом пути такое последующее состояние g' модели K_{CN} , что в этом состоянии g' выполняется формула q .

Выводы

В статье продолжены, начатые в работе [8], исследования по применению аппарата компонентной сети Петри при верификации параллельных распределённых систем. А именно, использование имеющихся возможностей компонентного моделирования сетями Петри параллельных распределённых систем при получении соответствующих моделей Крипке. Получаемые модели Крипке компонентных сетей Петри имеют значительно меньшие размеры относительно моделей Крипке исходных детальных сетей Петри, что позволяет за машинное время осуществлять проверку формул темпоральной логики, выражающих свойства, которыми должны обладать исследуемые системы. В работе доказано, что модели Крипке детальной модели Петри и соответствующей ей компонентной модели Петри гомоморфны. Установленный гомоморфизм позволил получить алгоритм проверки для формул CTL -логики, использующих логические операции отрицания, конъюнкции, дизъюнкции ($\neg$, $\wedge$, $\vee$) и CTL -операторы $\Diamond O$, $\Diamond \bullet$, $\Diamond \circ$, так как данные логические операции и операторы можно рассматривать как базовые: любую CTL -формулу можно записать, используя только данные логические операции и CTL -операторы. Данный алгоритм позволяет проводить проверку выполнимости формулы CTL -логики на модели Крипке детальной сети Петри через проверку выполнимости этих формул на уменьшенной модели — модели Крипке компонентной сети Петри. Отдельное внимание в работе было уделено формулам, выражающим свойства mutex и fairness, в связи с тем, что эти свойства присущи системам с параллелизмом.

Список литературы: 1. Clarke E.M., Grumberg O., Peled D. Model Checking // The MIT Press, 1999. — 314 p. 2. Clarke E. M., Emerson E. A., Jha S., Sistla A. P. Symmetry reduction in model checking. In 10th International Conference CAV'98, volume 1427 of LNCS, pages 147-158, Vancouver, BC, Canada, June/July 1998. 3. Миронов А.М. Верификация программ методом Model Checking.— <http://www.intsys.msu.ru/staff/mironov/modelchk.pdf>. — 64 с. 4. Вельдер С.Э., Лукин М.А., Шалыто А.А., Яминов Б.Р. Верификация автоматных программ. — С-П.: Наука, 2011. — 247 с. 5. Лукьянова Е. А. О компонентном анализе параллельных распределённых систем // ТВИМ. — 2011. — № 2. — С. 71–81. 6. Лук'янова О. О. Про бісимуляційну еквівалентність детальної моделі Петрі та її CN-моделі досліджуваної паралельної розподіленої системи // Вісник КНУ імені Тараса Шевченка. Серія: фізико-математичні науки. — 2013. — Спецвипуск. — С.122–127. 7. Лукьянова Е.А. О структурных элементах компонентной сети Петри // Проблемы програмування. — 2012. — № 2-3. — С. 25–32. 8. Лукьянова Е.А. Применение компонентных сетей Петри в задачах верификации параллельных распределённых систем // Проблемы програмування. — 2014. — № 2-3. — С. 93–98. 9. Семантика модальных и интенциональных логик. Под. ред. В.А.Смирнова. — М.: Прогресс, 1981. — 423 с. 10. Лукьянова Е. А. Метод верификации свойств реактивной системы на модели // ТВИМ. — 2006. — № 2. — С. 60–68. 11. Лукьянова Е. А. О гомоморфизме компонентной сети Петри // Кибернетика и системный анализ. — 2014. — № 1. — С.36-44. 12. Мальцев А.И. Алгебраические системы. — М.: Наука, 1970. — 392 с. 13. Крикуй С.Л. Дискретная математика. Вибрані питання. — К.: Києво-Могилянська академія, 2007. — 570 с.

Поступила до редколлегии 3.03.2014

УДК 004.021: 004.312.4: 004.421.6: 004.414.2

Про перевірку формул CTL -логіки на моделях Крипке мережі Петрі паралельної розподіленої системи / О.О. Лук'янова // Біоніка інтелекту: наук.-техн. журнал. — 2014. — № 1 (82). — С. 63–68.

У статті розглянуто питання верифікації на моделях стосовно до паралельних розподілених систем, що представлені мережами ПетріN і їх розширеннями — компонентними мережами ПетріCN. Вирішується задача можливості перевірки формул темпоральної логіки CTL на зменшеній моделі Крипке мережі Петрі досліджуваної системи — моделі Крипке компонентної мережі ПетріCN.

Бібліогр.: 13 найм.

UDK 004.021: 004.312.4: 004.421.6: 004.414.2

On Verifying Formulas of CTL -Logics on Kripke Models of Petri Net of Parallel Distributed System / E.A. Lukyanova // Bionics of Intelligence: Sci. Mag. — 2014. — № 1 (82). — P. 63–68.

In the paper, the verification problems are examined on the model with respect to parallel distributed systems, represented by PetrinetsN and the irextensions — component PetrinetsCN. The problem of the possibility of verifying the formulas of temporal logic CTL on reduced Kripke model of Petrinet of the system under investigation — Kripke model of component PetrinetCN is being solved.

Ref.: 13 items.