УДК 621.372
А.В. Грицунов, *д.ф.-м.н., профессор кафедры ИКТ*
Харьковский национальный экономический университет
пр. Ленина, 9а, г. Харьков, 61166
gritsunov@list.ru
Н.В. Масолова, *к.ф.-м.н., доцент кафедры МЭПУ*
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
пр. Ленина, 14, г. Харьков, 61166

ОБ АДЕКВАТНОСТИ ВИХРЕВОЙ ГИПОТЕЗЫ В САМОДОСТАТОЧНОМ ПОТЕНЦИАЛЬНОМ ФОРМАЛИЗМЕ

Проанализирован вариант самодостаточного потенциального формализма, в котором составляющая функции Лагранжа для распределенной электромагнитной колебательной системы строится на основе квадрата четырехмерного ротора четырехвектора потенциала. Показано, что тензор плотности энергии-импульса системы при этом получается несимметричным, а его симметризация может нарушать принцип близкодействия.
Библ. 7

Введение. Роль электромагнитной теории в развитии современных технологий вооружений и коммуникаций, в том числе морского базирования, трудно переоценить. Достаточно вспомнить, что практическая разработка радиосвязи была вызвана, главным образом, требованиями обеспечения безопасной навигации. Совершенствование технической базы вооруженных сил может потребовать пересмотра некоторых фундаментальных положений электродинамики, связанных с основами нанотехнологий – квантовой механикой и квантовой электродинамикой. Как обычно, практическому внедрению новых идей должна предшествовать их всесторонняя теоретическая проработка.

Известно, что доминирующий в настоящее время полевой формализм в описании электромагнитных явлений испытывает ряд трудностей физического характера. К ним относится, в частности, интерпретация результатов опыта Ааронова-Бома [1]. Воздействие электромагнитного поля на волновые функции квантовых заряженных частиц в условиях, когда частицы и поле пространственно разделены потенциальными барьерами, большинством авторов, стоящих на позициях полевого формализма, интерпретируется как нарушение одного из фундаментальных физических принципов – принципа близкодействия.

Указанные проблемы, а также первичность энергетического подхода к описанию динамики микрочастиц перед типичным для макромира силовым подходом привели к разработке самодостаточного потенциального формализма [2–4] (далее – просто потенциального формализма). Его методология заключается в трактовке электромагнитных явлений как динамики некой распределенной колебательной системы, в качестве которой рассматривается четырехмерное пространство-время Минковского. Обобщенными координатами такой системы являются компоненты четырехвектора электромагнитного потенциала.

Таким образом, на сегодняшний день существуют два подхода к теоретическому описанию электромагнитных явлений – полевой формализм Фарадея-Максвелла и потенциальный формализм, основанный в значительной мере на идеях, сторонником которых был Н.Тесла. Неизбежен вопрос: как соотносятся между собой эти теоретические направления? Являются ли они примером равноправного дуализма в описании природы или один из них все же более «истинен», т.е. адекватнее отражает объективную реальность?

С физической точки зрения проблема сводится к соотношению двух гипотез, положенных в основу функции Лагранжа системы заряженных частиц. Потенциальный формализм [2] основан на т.н. градиентной гипотезе, в которой слагаемое этой функции для распределенной колебательной системы постулируется на основе четырехмерных градиентов всех составляющих четырехвектора потенциала $\vec{A}^{\mathrm{f}}(t,x,y,z)=\{A_t,A_x,A_y,A_z\}$. Полевой формализм [5] базируется на т.н. вихревой гипотезе, в которой аналогичное слагаемое, интерпретируемое как составляющая для электромагнитного поля, формулируется на основе четырехмерного ротора четырехвектора $\vec{A}^{\mathrm{f}}$. Градиентная гипотеза отличается от вихревой тем, что в ней дополнительно учитывается вклад в действие (первую главную функцию Гамильтона) системы производных потенциала $\partial A_t/\partial t$, $\partial A_x/\partial x$, $\partial A_y/\partial y$ и $\partial A_z/\partial z$. Поскольку оба варианта функции Лагранжа не эквивалентны друг другу с точки зрения принципа наименьшего действия (т.е. не отличаются лишь полной производной по времени от некой функции пространственно-временных координат), из двух указанных гипотез адекватной может быть лишь одна.

Градиентная гипотеза реализуема лишь в потенциальном формализме, вихревая – в обоих. Поэтому целесообразно провести сравнительный анализ гипотез, построив и исследовав вариант потенциального формализма на основе вихревой гипотезы. От полевого формализма он будет отличаться лишь отсутствием замены обобщенных координат A_t, A_x, A_y, A_z на составляющие тензора электромагнитного поля.

Цель статьи – провести сравнение градиентной и вихревой гипотез в электромагнитной теории и выяснить, какая из них является «истинной» или, по крайней мере, лучше согласуется с известными на сегодняшний день физическими явлениями.

Сокращения и условные обозначения. Для отличия четырехмерных векторов и операторов от аналогичных трехмерных к первым добавлен верхний индекс «f». Фигурные скобки означают объединение заключенных в них компонент в четырехвектор. Четырехвекторы не разделяются на ковариантные и контравариантные, но в соответствующих местах операторов и скалярных произведений проставлены знаки минус. Так, скалярное произведение четырехвекторов $\vec{a}^{\mathrm{f}} = \{a_t, a_x, a_y, a_z\}$ и $\vec{b}^{\mathrm{f}} = \{b_t, b_x, b_y, b_z\}$ определяется как $\vec{a}^{\mathrm{f}} \cdot \vec{b}^{\mathrm{f}} = a_t b_t - a_x b_x - a_y b_y - a_z b_z$, квадрат четырехвектора $\vec{a}^{\mathrm{f}}$ – как $a_t a_t - a_x a_x - a_y a_y - a_z a_z$. Используется прямоугольная система координат (t, x, y, z).

Для достижения четырехмерной симметрии уравнений вводится временная координата t с размерностью длины, определяемая как произведение скорости света в вакууме на время. Действие (первая главная функция Гамильтона) определяется как интеграл от функции Лагранжа по этой координате и измеряется в Дж·м. Скорость безразмерна, а ускорение измеряется в $\mathrm{м}^{-1}$. Размерности остальных физических величин общепринятые.

Используются оператор четырехмерного градиента $\vec{\nabla}^{\mathrm{f}} = \{\partial/\partial t, -\partial/\partial x, -\partial/\partial y, -\partial/\partial z\}$ и оператор Д'Аламбера $\nabla^{2\mathrm{f}} = \partial^2/\partial t^2 - \partial^2/\partial x^2 - \partial^2/\partial y^2 - \partial^2/\partial z^2$. Комбинация символов $\vec{\nabla}^{\mathrm{f}} \cdot \vec{a}^{\mathrm{f}}$ обозначает четырехмерную дивергенцию $\partial a_t/\partial t + \partial a_x/\partial x + \partial a_y/\partial y + \partial a_z/\partial z$ четырехвектора $\vec{a}^{\mathrm{f}}$. Комбинация символов $\vec{\nabla}^{\mathrm{f}} \times \vec{a}^{\mathrm{f}}$ обозначает антисимметричный тензор второго ранга вида[1]

$$[c] \equiv \begin{bmatrix} 0 & c_{tx} & c_{ty} & c_{tz} \\ c_{xt} & 0 & c_{xy} & c_{xz} \\ c_{yt} & c_{yx} & 0 & c_{yz} \\ c_{zt} & c_{zx} & c_{zy} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{\partial a_t}{\partial x} + \dfrac{\partial a_x}{\partial t} & \dfrac{\partial a_t}{\partial y} + \dfrac{\partial a_y}{\partial t} & \dfrac{\partial a_t}{\partial z} + \dfrac{\partial a_z}{\partial t} \\ -\dfrac{\partial a_x}{\partial t} - \dfrac{\partial a_t}{\partial x} & 0 & \dfrac{\partial a_x}{\partial y} - \dfrac{\partial a_y}{\partial x} & \dfrac{\partial a_x}{\partial z} - \dfrac{\partial a_z}{\partial x} \\ -\dfrac{\partial a_y}{\partial t} - \dfrac{\partial a_t}{\partial y} & \dfrac{\partial a_y}{\partial x} - \dfrac{\partial a_x}{\partial y} & 0 & \dfrac{\partial a_y}{\partial z} - \dfrac{\partial a_z}{\partial y} \\ -\dfrac{\partial a_z}{\partial t} - \dfrac{\partial a_t}{\partial z} & \dfrac{\partial a_z}{\partial x} - \dfrac{\partial a_x}{\partial z} & \dfrac{\partial a_z}{\partial y} - \dfrac{\partial a_y}{\partial z} & 0 \end{bmatrix},$$

[1] В работах [3], [4] этот тензор ошибочно назывался квадратичной формой.

который интерпретируется как четырехмерный ротор четырехвектора $\vec{a}^{\mathrm{f}}$. В общем случае тензор ротора можно рассматривать как определенным образом упорядоченный набор значений циркуляции векторного поля для всех возможных взаимно ортогональных двумерных сечений *n*-мерного пространства (*n* = 2, 3, 4, …). У четырехмерного пространства-времени Минковского таких сечений 6.

Произведение тензора $[c]$ на четырехвектор $\vec{b}^{\mathrm{f}}$ определяется как четырехвектор $\vec{d}^{\mathrm{f}} = [c]\vec{b}^{\mathrm{f}}$, составляющие которого являются скалярными произведениями (в вышеуказанном смысле) соответствующих строк $[c]$ на $\vec{b}^{\mathrm{f}}$: $d_t = 0 \cdot b_t - c_{tx}b_x - c_{ty}b_y - c_{tz}b_z$; $d_x = c_{xt}b_t - 0 \cdot b_x - c_{xy}b_y - c_{xz}b_z$ и т.д. В отличие от перемножения матриц, данное умножение коммутативно. Определим также скалярное произведение тензора $[c]$ и аналогичного ему по смыслу тензора

$$[e] \equiv \begin{bmatrix} 0 & e_{tx} & e_{ty} & e_{tz} \\ e_{xt} & 0 & e_{xy} & e_{xz} \\ e_{yt} & e_{yx} & 0 & e_{yz} \\ e_{zt} & e_{zx} & e_{zy} & 0 \end{bmatrix}$$

как полусумму произведений соответствующих элементов (с учетом противоположных знаков для временных и пространственных компонент): $[c] \cdot [e] = \frac{1}{2}(-c_{tx}e_{tx} - c_{ty}e_{ty} - c_{tz}e_{tz} + {}$ ${}+c_{xy}e_{xy} + c_{xz}e_{xz} + c_{yz}e_{yz} - c_{xt}e_{xt} - c_{yt}e_{yt} - c_{zt}e_{zt} + c_{yx}e_{yx} + c_{zx}e_{zx} + c_{zy}e_{zy})$. Соответственно, квадрат ротора четырехвектора $\vec{a}^{\mathrm{f}}$ определяется как $[c]^2 = \frac{1}{2}(-c_{tx}^2 - c_{ty}^2 - c_{tz}^2 + c_{xy}^2 + c_{xz}^2 + c_{yz}^2 - c_{xt}^2 - {}$ ${}-c_{yt}^2 - c_{zt}^2 + c_{yx}^2 + c_{zx}^2 + c_{zy}^2$.

Применяются родовые (generic) обозначения для переменных, означающих пространственно-временные координаты. Символом τ обозначается любая из координат t, x, y, z, символом ξ – любая из координат x, y, z. Появление одного из родовых обозначений в знаке суммы означает суммирование по всем координатам, заменяемым данным обозначением (с учетом вышеуказанных знаков произведений составляющих четырехвекторов, если они присутствуют в сумме).

Общие положения. В основе самодостаточного потенциального формализма лежат два постулата:

1. К системе взаимодействующих между собой $N = 1, 2, 3, \ldots$ заряженных частиц, расположенных в произвольном объеме V, в полной мере применим принцип наименьшего действия.
2. Вышеуказанная система подчиняется принципу близкодействия.

Словосочетание «в полной мере» применительно к принципу наименьшего действия означает, что для системы существует некая функция Лагранжа, полностью и однозначно (в пределах ограничений, накладываемых квантовой механикой) детерминирующая эволюцию ее во времени. Все фундаментальные характеристики системы (уравнения Лагранжа для ее составных частей, тензор энергии-импульса и т.д.) получаются без каких-либо дополнительных преобразований, лишь путем формального применения известных общих соотношений для распределенных и сосредоточенных динамических систем [6].

Принцип близкодействия означает, что, помимо заряженных частиц, дополнительной частью вышеуказанной системы является некий объект – переносчик электромагнитных взаимодействий между ними. Этот принцип постулирует только существование данного объекта, но не его свойства, которые могут быть установлены экспериментальным путем. Очевидно, что объект-переносчик должен присутствовать в каждой точке объема V. Следовательно, он является распределенной (континуальной) средой.

Для задания функции Лагранжа системы взаимодействующих заряженных частиц необходимо определить набор обобщенных независимых координат этой системы. В качестве такого набора логично использовать минимальное подмножество известных на сегодняшний день физических величин, полностью и однозначно определяющее состояние системы в каждый момент времени. В классическом приближении таким подмножеством являются координаты $x_n(t)$, $y_n(t)$, $z_n(t)$ и скорости $dx_n(t)/dt$, $dy_n(t)/dt$, $dz_n(t)/dt$ всех частиц системы ($n=1,2,\ldots,N$) в совокупности с распределением в объеме V составляющих $A_t(t,x,y,z)$, $A_x(t,x,y,z)$, $A_y(t,x,y,z)$ и $A_z(t,x,y,z)$ четырехвектора электромагнитного потенциала $\vec{A}^{\mathrm{f}}$. Дискретная часть подмножества описывает состояние заряженных частиц, непрерывная – состояние среды-переносчика взаимодействий.

Из опыта известно, что уравнением Лагранжа для обобщенных координат A_t, A_x, A_y, A_z является гиперболическое уравнение (уравнение Д'Аламбера). Отсюда следует, что объект-переносчик электромагнитных взаимодействий – это некая распределенная колебательная система. Природа ее, как и природа электрического заряда, на сегодняшний день неизвестна. Считается, что такой системой является пространство-время Минковского, а поле (в математическом смысле) четырехвектора электромагнитного потенциала, наряду с полем тензора кривизны – одна из естественных характеристик состояния пространства-времени.

Экспериментально установлены следующие свойства пространства-времени как распределенной электромагнитной колебательной системы:

– изотропность в пространственных направлениях;

– бездисперсность;

– консервативность;

– линейность в области частот $\omega \ll m_{0e}c^2/\hbar$, где m_{0e} – масса покоя электрона; c – скорость света в вакууме, м/с; $\hbar$ – постоянная Планка. При более высоких частотах начинают проявляться нелинейные эффекты (рождение электрон-позитронных пар, рассеяние света на свете и т.п.);

– скорость распространения возмущений в системе равна c;

– восприимчивость системы к «силовому» воздействию четырехвектором тока (коэффициент в правой части уравнения Д'Аламбера) равна магнитной постоянной μ_0;

– четырехвектор энергии-импульса $\vec{P}^{\mathrm{f}}$ собственного колебания системы квантуется с размером кванта $\hbar\vec{k}^{\mathrm{f}}$, где $\vec{k}^{\mathrm{f}}$ – собственный волновой четырехвектор колебания.

Вследствие аддитивности функции Лагранжа, для системы взаимодействующих между собой заряженных частиц с ненулевыми массами она может быть записана в виде суммы трех слагаемых: $\Lambda(t)=\Lambda^P(t)+\Lambda^I(t)+\Lambda^S(t)$. Первое – «механическая» составляющая для частиц:

$$\Lambda^P = -c^2\sum_{n=1}^{N} m_{0n}\sqrt{1-(dx_n/dt)^2-(dy_n/dt)^2-(dz_n/dt)^2}\ ,$$

где m_{0n} – масса покоя n-й частицы; $\xi_n(t)$ – координаты этой частицы.

Второе слагаемое определяет взаимодействие заряженных частиц с электромагнитным полем (в полевом формализме) или электромагнитной колебательной системой (в потенциальном):

$$\Lambda^I = -c\sum_{n=1}^{N} q_n\left[A_{nt}-(dx_n/dt)A_{nx}-(dy_n/dt)A_{ny}-(dz_n/dt)A_{nz}\right],$$

где q_n – заряд n-й частицы; $\vec{A}_n^{\mathrm{f}}(t) \equiv \vec{A}^{\mathrm{f}}[t, x_n(t), y_n(t), z_n(t)]$ – сокращенное обозначение четырехвектора потенциала в месте ее расположения. Если условно считать заряженные частицы объектами конечного объема [2] и ввести четырехвектор плотности тока

$$\vec{j}^{\mathrm{f}}(t,x,y,z) = c\sum_{n=1}^{N} \rho_n \left\{1,\, dx_n/dt,\, dy_n/dt,\, dz_n/dt\right\},$$

где $\rho_n(t,x,y,z)$ – объемная плотность заряда n-й частицы в системе координат, в которой вычисляется $\vec{j}^{\mathrm{f}}$, второе слагаемое функции Лагранжа можно записать в виде интеграла от его объемной плотности

$$\lambda^I(t,x,y,z) = -c\sum_{n=1}^{N} \rho_n \left[A_{nt} - (dx_n/dt)A_{nx} - (dy_n/dt)A_{ny} - (dz_n/dt)A_{nz} \right] = -\vec{j}^{\mathrm{f}} \cdot \vec{A}^{\mathrm{f}} \tag{1}$$

по трехмерному объему системы:

$$\Lambda^I = \int_V dxdydz\, \lambda^I .$$

Различия между гипотезами в теории электромагнетизма проявляются в определении третьего слагаемого функции Лагранжа. В полевом формализме оно постулируется для электромагнитного поля, в потенциальном – для электромагнитной колебательной системы. Это слагаемое также может быть записано в виде интеграла от его объемной плотности $\lambda^S(t,x,y,z)$:

$$\Lambda^S = \int_V dxdydz\, \lambda^S .$$

Рассмотрим указанные различия детальнее.

Градиентная и вихревая гипотезы. Из компонент четырехвектора $\vec{a}^{\mathrm{f}}$ в четырехмерном псевдоевклидовом пространстве можно составить следующие релятивистские инварианты (истинные скаляры), удовлетворяющие изложенным в [5] общим требованиям к функции Лагранжа, т.е. являющиеся квадратичными по отношению к первым производным четырехвектора по координатам:

1. Линейную комбинацию квадратов четырехмерных градиентов всех составляющих четырехвектора:

$$Inv_1 = (\vec{\nabla}^{\mathrm{f}} a_t)^2 - (\vec{\nabla}^{\mathrm{f}} a_x)^2 - (\vec{\nabla}^{\mathrm{f}} a_y)^2 - (\vec{\nabla}^{\mathrm{f}} a_z)^2 . \tag{2}$$

2. Квадрат четырехмерного ротора:

$$Inv_2 = (\vec{\nabla}^{\mathrm{f}} \times \vec{a}^{\mathrm{f}})^2 . \tag{3}$$

3. Квадрат четырехмерной дивергенции:

$$Inv_3 = (\vec{\nabla}^{\mathrm{f}} \cdot \vec{a}^{\mathrm{f}})^2 \tag{4}$$

(для четырехвектора электромагнитного потенциала $Inv_3 \equiv 0$).

4. Линейную комбинацию произведений первых производных вида

$$Inv_4 = \sum_{\tau}\sum_{\tau'} \left(\frac{\partial a_\tau}{\partial \tau'}\frac{\partial a_{\tau'}}{\partial \tau} - \frac{\partial a_\tau}{\partial \tau}\frac{\partial a_{\tau'}}{\partial \tau'} \right). \tag{5}$$

При этом имеет место соотношение

$$Inv_1 = Inv_2 + Inv_3 + Inv_4 .$$

Выражения (4) и (5) непригодны для составления функции Лагранжа. Поэтому объемная плотность слагаемого Λ^S может быть выражена через обобщенные координаты системы A_τ лишь двумя способами:

1. Градиентная гипотеза:

$$\lambda^S = -\frac{1}{2\mu_0}\left[(\vec{\nabla}^{\mathrm{f}} A_t)^2 - (\vec{\nabla}^{\mathrm{f}} A_x)^2 - (\vec{\nabla}^{\mathrm{f}} A_y)^2 - (\vec{\nabla}^{\mathrm{f}} A_z)^2\right].$$

2. Вихревая гипотеза:

$$\lambda^S = -\frac{1}{2\mu_0}(\vec{\nabla}^{\mathrm{f}} \times \vec{A}^{\mathrm{f}})^2 .$$

Градиентная гипотеза вместе с вытекающими из нее физическими следствиями описана в [2]. Здесь мы проведем вывод выражений для уравнения Лагранжа и компонент тензора объемных плотностей энергии и импульса электромагнитной колебательной системы в случае вихревой гипотезы. Для удобства выпишем объемную плотность функции Лагранжа этой системы в развернутом виде:

$$\begin{aligned}\lambda^S = -\frac{1}{2\mu_0}\Bigg[&-\left(\frac{\partial A_t}{\partial x}+\frac{\partial A_x}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial A_t}{\partial y}+\frac{\partial A_y}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial A_t}{\partial z}+\frac{\partial A_z}{\partial t}\right)^2 + \\ &+\left(\frac{\partial A_x}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial A_y}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial y}\right)^2 \Bigg].\end{aligned} \tag{6}$$

Уравнения Лагранжа электромагнитной системы. Функция Лагранжа системы с зарядами и токами содержит две группы обобщенных координат (дискретные координаты частиц ξ_n и непрерывные в пространстве-времени составляющие потенциала A_τ). Поэтому уравнение Лагранжа выводится отдельно для частиц и потенциала. Уравнение движения для частиц в классическом приближении имеет единый вид [5], независимо от принятой гипотезы.

При выводе уравнения Лагранжа для потенциала используем общий вид данного уравнения для распределенных динамических систем [6] (полная производная по τ имеет смысл, описанный в указанной работе):

$$\sum_\tau \frac{d}{d\tau}\left[\frac{\partial\lambda}{\partial(\partial\eta_m/\partial\tau)}\right] - \frac{\partial\lambda}{\partial\eta_m} = 0\,, \tag{7}$$

где η_m – m-я обобщенная координата системы; $\lambda(t,x,y,z) = \lambda^I + \lambda^S$ – объемная плотность «электромагнитной» части функции Лагранжа. Подставляя в (7) в качестве η_m обобщенные координаты A_τ, с учетом (1) и (6) получаем:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial A_t}{\partial x}+\frac{\partial A_x}{\partial t}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial A_t}{\partial y}+\frac{\partial A_y}{\partial t}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial A_t}{\partial z}+\frac{\partial A_z}{\partial t}\right) = -\mu_0 j_t\,; \tag{8}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial A_t}{\partial x}+\frac{\partial A_x}{\partial t}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial A_x}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right) = \mu_0 j_x\,; \tag{9}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial A_t}{\partial y}+\frac{\partial A_y}{\partial t}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial A_x}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial A_y}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial y}\right) = \mu_0 j_y\,; \tag{10}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial A_t}{\partial z}+\frac{\partial A_z}{\partial t}\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial A_y}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial y}\right)=\mu_0 j_z\,. \tag{11}$$

Как и следовало ожидать, вихревая гипотеза, в отличие от градиентной, приводит не к уравнению Д'Аламбера, а к уравнениям Максвелла, записанным в терминах составляющих потенциала.

Энергия и импульс электромагнитной системы. Тензор объемной плотности энергии-импульса системы взаимодействующих между собой заряженных частиц имеет вид [5]:

$$[w]\equiv\begin{bmatrix} w_{tt} & w_{tx} & w_{ty} & w_{tz}\\ w_{xt} & w_{xx} & w_{xy} & w_{xz}\\ w_{yt} & w_{yx} & w_{yy} & w_{yz}\\ w_{zt} & w_{zx} & w_{zy} & w_{zz}\end{bmatrix},\ \text{Дж/м}^3.$$

Составляющая w_{tt} имеет смысл объемной плотности «электромагнитной» энергии системы (без учета «механической» энергии частиц). Составляющие $w_{t\xi}$ являются плотностью потоков этой энергии по координатам ξ, деленными на c. Компоненты $w_{\xi t}$ имеют смысл объемной плотности составляющих «электромагнитного» импульса по тем же координатам, умноженными на c. Остальные члены пропорциональны плотности потоков составляющих этого импульса вдоль различных пространственных координат. Во избежание нарушения закона сохранения момента импульса [7], корректно вычисленный тензор $[w]$ должен быть симметричным.

Составляющие первой строки и первого столбца тензора $[w]$ в предположении конечного объема заряженных частиц имеют вид:

$$w_{tt}=A_t j_t+\sum_{\tau}\frac{\partial\lambda^S}{\partial(\partial A_\tau/\partial t)}\frac{\partial A_\tau}{\partial t}-\lambda^S\,; \tag{12}$$

$$w_{t\xi}=A_t j_\xi+\sum_{\tau}\frac{\partial A_\tau}{\partial t}\frac{\partial\lambda^S}{\partial(\partial A_\tau/\partial\xi)}\,; \tag{13}$$

$$w_{\xi t}=A_\xi j_t-\sum_{\tau}\frac{\partial A_\tau}{\partial\xi}\frac{\partial\lambda^S}{\partial(\partial A_\tau/\partial t)}\,. \tag{14}$$

При выводе (13) предполагалось, что вектор плотности потока энергии частицы равен объемной плотности ее энергии, умноженной на вектор скорости частицы. Остальные компоненты тензора объемной плотности энергии-импульса электромагнитной системы в данной работе не рассматриваются. Подставляя (6) в (12) – (14), получаем:

$$\begin{gathered} w_{tt}=A_t j_t+\frac{1}{2\mu_0}\left[-\left(\frac{\partial A_t}{\partial x}\right)^2-\left(\frac{\partial A_t}{\partial y}\right)^2-\left(\frac{\partial A_t}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial A_x}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial A_y}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial A_z}{\partial t}\right)^2+\right.\\ \left.+\left(\frac{\partial A_x}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial A_y}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial y}\right)^2\right]; \end{gathered} \tag{15}$$

$$w_{tx}=A_t j_x+\frac{1}{\mu_0}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial x}+\frac{\partial A_x}{\partial t}\right)\frac{\partial A_t}{\partial t}+\left(\frac{\partial A_x}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial x}\right)\frac{\partial A_y}{\partial t}+\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\frac{\partial A_z}{\partial t}\right]; \tag{16}$$

$$w_{ty} = A_t j_y + \frac{1}{\mu_0}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial y} + \frac{\partial A_y}{\partial t}\right)\frac{\partial A_t}{\partial t} - \left(\frac{\partial A_x}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial x}\right)\frac{\partial A_x}{\partial t} + \left(\frac{\partial A_y}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial y}\right)\frac{\partial A_z}{\partial t}\right]; \qquad (17)$$

$$w_{tz} = A_t j_z + \frac{1}{\mu_0}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial z} + \frac{\partial A_z}{\partial t}\right)\frac{\partial A_t}{\partial t} - \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\frac{\partial A_x}{\partial t} - \left(\frac{\partial A_y}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial y}\right)\frac{\partial A_y}{\partial t}\right]; \qquad (18)$$

$$w_{xt} = A_x j_t + \frac{1}{\mu_0}\left[-\left(\frac{\partial A_t}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial t}\right)\frac{\partial A_x}{\partial x} - \left(\frac{\partial A_t}{\partial y} + \frac{\partial A_y}{\partial t}\right)\frac{\partial A_y}{\partial x} - \left(\frac{\partial A_t}{\partial z} + \frac{\partial A_z}{\partial t}\right)\frac{\partial A_z}{\partial x}\right]; \qquad (19)$$

$$w_{yt} = A_y j_t + \frac{1}{\mu_0}\left[-\left(\frac{\partial A_t}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial t}\right)\frac{\partial A_x}{\partial y} - \left(\frac{\partial A_t}{\partial y} + \frac{\partial A_y}{\partial t}\right)\frac{\partial A_y}{\partial y} - \left(\frac{\partial A_t}{\partial z} + \frac{\partial A_z}{\partial t}\right)\frac{\partial A_z}{\partial y}\right]; \qquad (20)$$

$$w_{zt} = A_z j_t + \frac{1}{\mu_0}\left[-\left(\frac{\partial A_t}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial t}\right)\frac{\partial A_x}{\partial z} - \left(\frac{\partial A_t}{\partial y} + \frac{\partial A_y}{\partial t}\right)\frac{\partial A_y}{\partial z} - \left(\frac{\partial A_t}{\partial z} + \frac{\partial A_z}{\partial t}\right)\frac{\partial A_z}{\partial z}\right]. \qquad (21)$$

Видно, что полученный тензор $[w]$ не является симметричным, не удовлетворяя тем самым закону сохранения момента импульса. Поэтому в полевом формализме к нему применяется процедура симметризации [5] – прибавления к $[w]$ другого тензора:

$$[\Delta w] \equiv \begin{bmatrix} \Delta w_{tt} & \Delta w_{tx} & \Delta w_{ty} & \Delta w_{tz} \\ \Delta w_{xt} & \Delta w_{xx} & \Delta w_{xy} & \Delta w_{xz} \\ \Delta w_{yt} & \Delta w_{yx} & \Delta w_{yy} & \Delta w_{yz} \\ \Delta w_{zt} & \Delta w_{zx} & \Delta w_{zy} & \Delta w_{zz} \end{bmatrix},$$

выбранного таким образом, чтобы все компоненты «добавки» к четырехвектору энергии-импульса системы, определяемые как интегралы от составляющих $\Delta w_{\tau\tau'}$ по объему V, равнялись нулю. В процессе симметризации сохраняются полные энергия и импульс системы, однако распределение их плотностей в пространстве в общем случае меняется. Процедура симметризации противоречит первому постулату самодостаточного потенциального формализма. В результате для некоторых электромагнитных систем может нарушаться второй постулат (см. далее). Составляющие Δw имеют вид:

$$\Delta w_{tt} = \frac{1}{\mu_0}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial t}\right)A_t\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial y} + \frac{\partial A_y}{\partial t}\right)A_t\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial z} + \frac{\partial A_z}{\partial t}\right)A_t\right]\right\}; \qquad (22)$$

$$\Delta w_{tx} = \frac{1}{\mu_0}\left\{-\frac{\partial}{\partial t}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial t}\right)A_t\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\frac{\partial A_x}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial x}\right)A_t\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)A_t\right]\right\}; \qquad (23)$$

$$\Delta w_{ty} = \frac{1}{\mu_0}\left\{-\frac{\partial}{\partial t}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial y} + \frac{\partial A_y}{\partial t}\right)A_t\right] - \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial A_x}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial x}\right)A_t\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\frac{\partial A_y}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial y}\right)A_t\right]\right\}; \qquad (24)$$

$$\Delta w_{tz} = \frac{1}{\mu_0}\left\{-\frac{\partial}{\partial t}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial z} + \frac{\partial A_z}{\partial t}\right)A_t\right] - \frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)A_t\right] - \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\frac{\partial A_y}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial y}\right)A_t\right]\right\}; \qquad (25)$$

$$\Delta w_{xt} = \frac{1}{\mu_0}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial t}\right)A_x\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial y} + \frac{\partial A_y}{\partial t}\right)A_x\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial z} + \frac{\partial A_z}{\partial t}\right)A_x\right]\right\}; \qquad (26)$$

$$\Delta w_{yt} = \frac{1}{\mu_0}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial x}+\frac{\partial A_x}{\partial t}\right)A_y\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial y}+\frac{\partial A_y}{\partial t}\right)A_y\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial z}+\frac{\partial A_z}{\partial t}\right)A_y\right]\right\}; \tag{27}$$

$$\Delta w_{zt} = \frac{1}{\mu_0}\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial x}+\frac{\partial A_x}{\partial t}\right)A_z\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial y}+\frac{\partial A_y}{\partial t}\right)A_z\right]+\frac{\partial}{\partial z}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial z}+\frac{\partial A_z}{\partial t}\right)A_z\right]\right\}. \tag{28}$$

Расписывая в (22) – (28) производные от произведений, с учетом (8) – (11) имеем:

$$\Delta w_{tt} = -A_t j_t + \frac{1}{\mu_0}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial x}+\frac{\partial A_x}{\partial t}\right)\frac{\partial A_t}{\partial x}+\left(\frac{\partial A_t}{\partial y}+\frac{\partial A_y}{\partial t}\right)\frac{\partial A_t}{\partial y}+\left(\frac{\partial A_t}{\partial z}+\frac{\partial A_z}{\partial t}\right)\frac{\partial A_t}{\partial z}\right]; \tag{29}$$

$$\Delta w_{tx} = -A_t j_x + \frac{1}{\mu_0}\left[-\left(\frac{\partial A_t}{\partial x}+\frac{\partial A_x}{\partial t}\right)\frac{\partial A_t}{\partial t}+\left(\frac{\partial A_x}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial x}\right)\frac{\partial A_t}{\partial y}+\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\frac{\partial A_t}{\partial z}\right]; \tag{30}$$

$$\Delta w_{ty} = -A_t j_y + \frac{1}{\mu_0}\left[-\left(\frac{\partial A_t}{\partial y}+\frac{\partial A_y}{\partial t}\right)\frac{\partial A_t}{\partial t}-\left(\frac{\partial A_x}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial x}\right)\frac{\partial A_t}{\partial x}+\left(\frac{\partial A_y}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial y}\right)\frac{\partial A_t}{\partial z}\right]; \tag{31}$$

$$\Delta w_{tz} = -A_t j_z + \frac{1}{\mu_0}\left[-\left(\frac{\partial A_t}{\partial z}+\frac{\partial A_z}{\partial t}\right)\frac{\partial A_t}{\partial t}-\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\frac{\partial A_t}{\partial x}-\left(\frac{\partial A_y}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial y}\right)\frac{\partial A_t}{\partial y}\right]; \tag{32}$$

$$\Delta w_{xt} = -A_x j_t + \frac{1}{\mu_0}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial x}+\frac{\partial A_x}{\partial t}\right)\frac{\partial A_x}{\partial x}+\left(\frac{\partial A_t}{\partial y}+\frac{\partial A_y}{\partial t}\right)\frac{\partial A_x}{\partial y}+\left(\frac{\partial A_t}{\partial z}+\frac{\partial A_z}{\partial t}\right)\frac{\partial A_x}{\partial z}\right]; \tag{33}$$

$$\Delta w_{yt} = -A_y j_t + \frac{1}{\mu_0}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial x}+\frac{\partial A_x}{\partial t}\right)\frac{\partial A_y}{\partial x}+\left(\frac{\partial A_t}{\partial y}+\frac{\partial A_y}{\partial t}\right)\frac{\partial A_y}{\partial y}+\left(\frac{\partial A_t}{\partial z}+\frac{\partial A_z}{\partial t}\right)\frac{\partial A_y}{\partial z}\right]; \tag{34}$$

$$\Delta w_{zt} = -A_z j_t + \frac{1}{\mu_0}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial x}+\frac{\partial A_x}{\partial t}\right)\frac{\partial A_z}{\partial x}+\left(\frac{\partial A_t}{\partial y}+\frac{\partial A_y}{\partial t}\right)\frac{\partial A_z}{\partial y}+\left(\frac{\partial A_t}{\partial z}+\frac{\partial A_z}{\partial t}\right)\frac{\partial A_z}{\partial z}\right]. \tag{35}$$

Подстановка (29) – (35) в (15) – (21) приводит к симметричному тензору $[w]$ с обычными для полевого формализма значениями составляющих:

$$w_{tt} = \frac{1}{2\mu_0}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial x}+\frac{\partial A_x}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial A_t}{\partial y}+\frac{\partial A_y}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial A_t}{\partial z}+\frac{\partial A_z}{\partial t}\right)^2+\right.$$
$$\left.+\left(\frac{\partial A_x}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial A_y}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial y}\right)^2\right];$$

$$w_{tx} = w_{xt} = \frac{1}{\mu_0}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial y}+\frac{\partial A_y}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial A_x}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial x}\right)+\left(\frac{\partial A_t}{\partial z}+\frac{\partial A_z}{\partial t}\right)\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\right];$$

$$w_{ty} = w_{yt} = \frac{1}{\mu_0}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial y}+\frac{\partial A_y}{\partial t}\right)\frac{\partial A_t}{\partial t}-\left(\frac{\partial A_x}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial x}\right)\frac{\partial A_x}{\partial t}+\left(\frac{\partial A_y}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial y}\right)\frac{\partial A_z}{\partial t}\right];$$

$$w_{tz} = w_{zt} = \frac{1}{\mu_0}\left[\left(\frac{\partial A_t}{\partial z}+\frac{\partial A_z}{\partial t}\right)\frac{\partial A_t}{\partial t}-\left(\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\frac{\partial A_x}{\partial t}-\left(\frac{\partial A_y}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial y}\right)\frac{\partial A_y}{\partial t}\right].$$

В отличие от процедуры симметризации, описанной в [5] для системы без зарядов, здесь мы рассмотрели общий случай системы, содержащей заряды и токи.

Физические следствия. Сравним физические следствия применения в функции Лагранжа градиентной и вихревой гипотез. Различия между гипотезами можно свести к следующим основным моментам:

1. В градиентной гипотезе энергия и импульс электромагнитной колебательной системе переносятся каждой из составляющих потенциала A_t, A_x, A_y, A_z независимо от других составляющих. С этой точки зрения пространство-время, как распределенная колебательная система, подобно упругому твердому телу (именно такая модель была положена в основу «эфира» XIX века, хотя данной аналогии вряд ли стоит придавать слишком большое значение). В вихревой гипотезе электромагнитная энергия и импульс являются нелинейными функциями нескольких составляющих потенциала одновременно.

2. В градиентной гипотезе уравнения Лагранжа для составляющих потенциала (уравнения Д'Аламбера) имеют четко выраженную симметрию относительно всех пространственно-временных координат t, x, y, z. В вихревой гипотезе соответствующие уравнения (уравнения Максвелла) не имеют столь «изящного» вида.

3. В градиентной гипотезе тензор объемной плотности энергии-импульса колебательной системы $\left[w^S\right]$ изначально симметричен. Суммарный тензор объемной плотности «электромагнитной» энергии-импульса системы $\left[w\right]=\left[w^I\right]+\left[w^S\right]$ в общем случае может быть несимметричным (за счет асимметрии составляющих тензора объемной плотности энергии-импульса взаимодействия заряженных частиц с системой $\left[w^I\right]$). Однако в случае частиц бесконечно малого размера эта асимметрия не приводит к нарушению закона сохранения момента импульса. Для заряженных частиц, пребывающих лишь в своем собственном потенциале, $A_t j_\xi \equiv A_\xi j_t$, поэтому тензоры $\left[w^I\right]$ и $\left[w\right]$ симметричны.

В вихревой гипотезе тензор объемной плотности «электромагнитной» энергии-импульса системы изначально несимметричен (по причине асимметрии как $\left[w^I\right]$, так и $\left[w^S\right]$). Путем симметризации этот тензор может быть приведен к симметричному виду. Однако, как видно из сопоставления (15) – (21) с (29) – (35), физический смысл процедуры симметризации заключается в перераспределении объемных плотностей энергии и импульса в пространстве. Энергия и импульс «отбираются» у заряженной частицы (точнее, из той области пространства, где расположен заряд этой частицы) и распределяются по области, в которой компоненты тензора $\vec{\nabla}^{\mathrm{f}} \times \vec{A}^{\mathrm{f}}$ отличны от нуля. Очевидно, что такое «нефизичное» перераспределение энергии-импульса в общем случае может стать причиной кажущегося нарушения принципа близкодействия. Это, вероятно, и приводит к затруднениям и «парадоксам», возникающим при попытках интерпретации эффекта Ааронова-Бома с позиций полевого формализма. Область, где находится квантовая заряженная частица и область, в которой якобы распределена варьируемая часть ее энергии (импульса) пространственно разобщены непроницаемыми потенциальными барьерами, но фаза волновой функции частицы, тем не менее, определяется этой переменной частью энергии (импульса).

Выводы. Проанализирован вариант самодостаточного потенциального формализма, в котором составляющая функции Лагранжа для распределенной электромагнитной колебательной системы (пространства-времени Минковского) строится на основе квадрата четырехмерного ротора четырехвектора потенциала (так называемая вихревая гипотеза). В отличие от градиентной гипотезы (когда указанная составляющая строится на основе линейной комбинации квадратов четырехмерных градиентов всех составляющих четырехвектора потенциала), тензор объемной плотности энергии-импульса колебательной системы в вихревой гипотезе получается несимметричным. Попытка его симметризации физически неадекватна, поскольку связана с перераспределением плотности энергии-импульса в пространстве, что может создавать видимость нарушения принципа близкодействия (например, в эффекте Ааронова-Бома). Поэтому адекватной гипотезой в теории электромагнитных явлений, по-видимому, является градиентная.

В результате, выдвинутое в [4] предположение о существовании колебаний пространства-времени типа *Zero Magnetic* (*ZM*) получает дополнительный аргумент, что позволяет прогнозировать возможное будущее использование электромагнитных волн этого типа в ВМС для радиосвязи с подводными и надводными судами, а также других технологиях вооружений и коммуникаций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Фейнберг Е.Л. Об «особой роли» электромагнитных потенциалов в квантовой механике / Е.Л. Фейнберг // Успехи физ. наук, 1962. – № 9. – С. 53–64.
2. Грицунов А.В. Самодостаточный потенциальный формализм в описании электромагнитных взаимодействий / А.В. Грицунов // Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника, 2009. – Т. 52. – № 12. – С. 28-44.
3. Грицунов А.В. К выбору калибровки электромагнитного потенциала в самодостаточном потенциальном формализме / А.В. Грицунов, Н.В. Масолова // Сборник науч. трудов Академии военно-морских сил Украины им. П.С.Нахимова, 2011. – Вып. 1(5). – С. 236-243.
4. Грицунов А.В. О колебаниях электромагнитного потенциала типа Zero Magnetic / А.В. Грицунов, Н.В. Масолова // Сборник науч. трудов Академии военно-морских сил Украины им. П.С.Нахимова, 2011. – Вып. 3(7). – С. 194-200.
5. Ландау Л.Д. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1988.
6. Голдстейн Г. Классическая механика / Г. Голдстейн. – М.: Наука, 1975.
7. Фейнман Р. Фейнмановские лекции по физике / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс // Электродинамика. – М.: «Мир», 1977. – Т. 6.

Рецензент В.И. Чумаков, д.т.н., профессор