УДК 621.327:681.5

В.В. БАРАННИК, д-р техн. наук, А.В. ХАХАНОВА, О.Р. КРЕТИВ

МЕТОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ КАСКАДНЫХ СТРУКТУРНЫХ ЧИСЕЛ

Введение

Для повышения оперативности передачи данных в информационно-телекоммуникационных системах необходимо осуществлять их компактное представление [1, 2]. Это приводит к уменьшению цифровых объемов данных, а следовательно, и к уменьшению количества пакетов данных. Важными требованиями к методам компрессии являются: повышение степени сжатия; обеспечение обработки данных без внесения ошибок; снижение времени обработки. Причем в ряде практических приложений, в том числе в процессе диагностики цифровых схем, особенно важно осуществлять быстрое восстановление данных. Для существующих подходов в организации сжатия и восстановления двоичных данных дополнительное увеличение коэффициента компрессии связано либо с потерей информации либо с повышением временных затрат на обработку [1 – 4]. Отсюда *актуальной научно-прикладной задачей* является снижение времени восстановления данных при сохранении требуемого уровня достоверности информации.

В работе [5] разработан метод компактного представления двоичных данных с произвольными статистическими характеристиками. Показано, что подход, основанный на формировании каскадных структурных кодовых комбинаций, позволяет повысить степень сжатия. В то же время для использования данного метода в системах обработки данных требуется осуществить их своевременное восстановление без внесения ошибок. Значит, цель исследований состоит в разработки метода быстрого восстановления каскадных структурных чисел (КСЧ) без внесения погрешности.

Разработка метода декодирования каскадных структурных кодовых конструкций

Рассмотрим направление для снижения количества операций на восстановление двоичных данных без внесения погрешности. Вначале покажем, что по значению кода-номера $C_{\psi}^{(2)}$ и для известных служебных данных можно без внесения погрешности восстановить исходное каскадное структурное число G.

Для этого сформулируем и докажем следующую теорему.

Теорема о восстановлении каскадных структурных чисел. Двоичную последовательность $G=\{g_{k\ell}\}$, $k=\overline{1,n}$, $\ell=\overline{1,n}$, удовлетворяющую ограничениям:

$$G^{(\ell)}=\{g_{k\ell}\}_{k=\overline{1,n}} \to \eta_\ell: \ \ C_\ell < F(\eta,\lambda)_\ell = \min(V_{\ell,\nu,\eta};\lambda_\ell), \ \ell=\overline{1,n},$$

где C_ℓ – значение кода-номера столбца двоичного массива, можно восстановить ***без внесения погрешности*** на основе значений кода-номера $C_{\psi}^{(2)}$, с учетом известных значений величин: длины двоичных столбцов n, вектора ограничений $F=\{F(\eta,\lambda)_\ell\}_{\ell=\overline{1,n}}$ на диапазоны кодов одномерных плавающих структурных чисел и вектор $\{\eta_1,...,\eta_\ell,...,\eta_n\}$ ограничений на число серий единиц в двоичных столбцах, по системе выражений:

$$g_{k\ell}^{(\psi)}=sign(1+sign(C(k-1;\ell)_{\psi}^{(2)}-\phi_{k\ell})),\ k=\overline{1,n},\ \ell=\overline{1,n}; \tag{1}$$

$$\phi_{0\ell}=\frac{(n)!}{(2\eta)!(n-2\eta)!}\ \ (\prod_{\vartheta=\ell+1}^{n}F(\eta,\lambda)_\vartheta) \tag{2}$$

$$F(\eta.\lambda)_\ell = \begin{cases} \lambda_\ell, & \to \lambda_\ell < V_{\ell,\nu,\eta}; \\ V_{\ell,\nu,\eta}, & \to \lambda_\ell \ge V_{\ell,\nu,\eta}, \end{cases} \quad (3)$$

- если $g_{k-2,\ell}=1$, а $g_{k-1,\ell}=0$, а также, если $\left|g_{k-2,\ell}-g_{k-1,\ell}\right|=0$ и $(g_{k-2,\ell}-g_{k-1,\ell})=0$, то

$$\phi_{k\ell} = \phi_{k-1,\ell}\,(n-k+1-t_{k-1,\ell}+1)\,/\,(n-k+2); \quad (4)$$

- если $g_{k-2,\ell}=0$, а $g_{k-1,\ell}=1$, то

$$\phi_{k\ell} = (\phi_{k-1,\ell}\prod_{\gamma=1}^{2}(t_{k-1,\ell}+\gamma))\,/((n-k+1-t_{k-1,\ell})\,(n-k+2)), \quad (5)$$

где $g_{k\ell}^{(\psi)}$ – $(k;\ell)$-й элемент ψ-го каскадного структурного числа; $\phi_{k\ell}$ – количество каскадных двоичных структур $G_k^{(\ell)}$, у которых $(k;\ell)$-й элемент равен нулю, т.е. $g_{k\ell}^{(\psi)}=0$; $t_{k-1,\ell}$ – параметр отражающий зависимость количества единиц, формирующих на текущем этапе обработки число серий единиц. Вычисляется на основе рекуррентных соотношений

$$t_{k,\ell} = t_{k-1,\ell} - \left|g_{k-1,\ell}^{(\psi)} - g_{k\ell}^{(\psi)}\right| + (g_{k-1,\ell}^{(\psi)} - g_{k\ell}^{(\psi)}), \quad t_{0,\ell} = 2\eta_\ell; \quad (6)$$

$C(k-1;\ell)_\psi^{(2)}$ – остаточное значение кода-номера $C_\psi^{(2)}$, полученное для двоичной структуры $G_k^{(\ell)}$, состоящей из $((n-k+1)+n(n-\ell))$ двоичных элементов:

$$G_k^{(\ell)} = \{g_{k,\ell}^{(\psi)}, \ldots, g_{n,\ell}^{(\psi)}, g_{1,\ell+1}^{(\psi)}, \ldots, g_{n,\ell+1}^{(\psi)}, \ldots, g_{1,n}^{(\psi)}, \ldots, g_{n,n}^{(\psi)}\}; \quad (7)$$

$$C(k;\ell)_\psi^{(2)} = C(k-1;\ell)_\psi^{(2)} - g_{k\ell}^{(\psi)}\phi_{k\ell}, \quad C(0;1)_\psi^{(2)} = C_\psi^{(2)}; \quad (8)$$

$$C(1;\ell)_\psi^{(2)} = C(n;\ell-1)_\psi^{(2)};$$

$C(1;\ell)_\psi^{(2)}$, $C(n;\ell-1)_\psi^{(2)}$ – остаточные значения кода-номера соответственно для первого элемента ℓ-го столбца и последнего элемента $(\ell-1)$-го столбца КЧС.

Доказательство. Весовой коэффициент элемента $g_{k\ell}^{(\psi)}$ каскадного структурного числа (КСЧ) состоит из двух сомножителей и равен $p_{k\ell}^{(\psi)}\prod_{\phi=\ell+1}^{n}F(\eta,\lambda)_\phi$. Из особенностей построения допустимого множества плавающих структурных чисел вытекает, что сомножитель $p_{k\ell}^{(\psi)}$ обладает следующими свойствами:

- для единичного значения элемента ($g_{k\ell}^{(\psi)}=1$) КСЧ величина $p_{k\ell}^{(\psi)}$ равна количеству предшествующих текущему числу допустимых ОПСЧ, у которых на k-й позиции расположены нулевые элементы;

- величина $p_{k\ell}^{(\psi)}$ в предположении, что k-й элемент равен нулю ($g_{k\ell}^{(\psi)}=0$) находится по формуле

$$p(g_{k\ell}^{(\psi)}=0) = (n-k+1)!/((t_{k-1,\ell})!\,(n-k+1-t_{k-1,\ell})!);\qquad(9)$$

- при условии равенства восстанавливаемого элемента 1, т.е. $g_{k\ell}^{(\psi)}=1$, выполняется равенство

$$p_{k\ell}^{(\psi)}\prod_{\phi=\ell+1}^{n}F(\eta,\lambda)_{\phi} = \phi_{k\ell}.\qquad(10)$$

Отсюда правило для восстановления элементов КСЧ предлагается строить на основе первых двух условий. Если восстанавливаемый элемент будет равен 1, т. е. $g_{k\ell}^{(\psi)}=1$, то остаточное значение кода-номера $C(k-1;\ell)_{\psi}^{(2)}$ будет больше или равно количеству допустимых ОПСЧ, предшествующих текущему числу, но значение k-го элемент у которых равно нулю:

$$C(k-1;\ell)_{\psi}^{(2)} \geq p(g_{k\ell}^{(\psi)}=0)\prod_{\phi=\ell+1}^{n}F(\eta,\lambda)_{\phi}\ \text{для}\ g_{k\ell}^{(\psi)}=1.\qquad(11)$$

В обратном случае, когда восстанавливаемый элемент равен нулю, т. е. $g_{k\ell}^{(\psi)}=0$, тогда остаточное значение кода-номера $C(k-1;\ell)_{\psi}^{(2)}$ будет меньше суммарного количества смежных допустимых КСЧ, у которых значение k-го элемент у которых равно нулю:

$$C(k-1;\ell)_{\psi}^{(2)} < p(g_{k\ell}^{(\psi)}=0)\prod_{\phi=\ell+1}^{n}F(\eta,\lambda)_{\phi}\ \text{для}\ g_{k\ell}^{(\psi)}=0.\qquad(12)$$

Из анализа соотношений (11) и (12) вытекает, что:

- для вычисления величин $C(k-1;\ell)_{\psi}^{(2)}$ и $p(g_{k\ell}^{(\psi)}=0)$ не требуется знать значение k-го элемента восстанавливаемого элемента;

- результат сравнения величин $C(k-1;\ell)_{\psi}^{(2)}$ и $p(g_{k\ell}^{(\psi)}=0)$ является взаимнооднозначным относительно значения восстанавливаемого элемента.

Следовательно, величины $C(k-1;\ell)_{\psi}^{(2)}$ и $p(g_{k\ell}^{(\psi)}=0)$ могут использоваться для определения значения элемента $g_{k\ell}^{(\psi)}$. Правило для восстановления элементов КСЧ имеет вид

$$\begin{cases} g_{k\ell}^{(\psi)}=0, \rightarrow C(k-1;\ell)_{\psi}^{(2)} < p(g_{k\ell}^{(\psi)}=0)\prod\limits_{\phi=\ell-1}^{n}F(\eta,\lambda)_{\phi}; \\ a_{i=j}=1, \rightarrow C(k-1;\ell)_{\psi}^{(2)} \geq p(g_{k\ell}^{(\psi)}=0)\prod\limits_{\phi=\ell+1}^{n}F(\eta,\lambda)_{\phi}. \end{cases}\qquad(13)$$

Заменив в правых частях неравенств системы (13) величину $p(g_{k\ell}^{(\psi)}=0)\prod\limits_{\phi=\ell+1}^{n}F(\eta,\lambda)_{\phi}$ выражением (10), получим

$$\begin{cases} g_{k\ell}^{(\psi)}=0, \rightarrow C(k-1;\ell)_{\psi}^{(2)} < \phi_{k\ell}; \\ g_{k\ell}^{(\psi)}=1, \rightarrow C(k-1;\ell)_{\psi}^{(2)} \geq \phi_{k\ell}. \end{cases}\qquad(14)$$

Заменим две операции сравнения величин $C(k-1;\ell)_{\psi}^{(2)}$ и $\phi_{k\ell}$ на операции проверки разности между этими величинами. Данные действия задаются оператором $sign(u)$:

$$sign(u)=\begin{cases} 1. & если\ u>1; \\ 0, & если\ u=0; \\ -1, & если\ u<0. \end{cases}$$

С учетом данного оператора система неравенств (14) примет вид соотношения (1).

Третье свойство весового коэффициента, заданное формулой (10), позволяет пересчитывать остаточное значение кода-номера. Действительно, поскольку на значение кода-номера влияют только единичные элементы КСЧ, то при знании их весового коэффициента остаточное значение кода-номера будет определяться по соотношению (8). *Теорема о восстановлении доказана.*

В результате доказанной теоремы построены соотношения, обеспечивающие беспогрешностное восстановление элементов двоичного каскадного структурного числа для заданных служебных данных (число серий единиц в столбцах КСЧ, ограничения на значения кодов-номеров ОПСЧ).

Для уменьшения количества операций затрачиваемого на вычисление начального параметра $\phi_{0\ell}$ предлагается проводить его вычисление на основе величины ϕ_{01} – найденной для первого столбца каскадного структурного числа. Для этого требуется установить взаимозависимость между величинами $\phi_{0\ell}$ и ϕ_{01}. Величина ϕ_{01} для известных значений длины столбца n и числа серий единиц η_0

$$\phi_{01}=(n)!/((2\eta_0)!\,(n-2\eta_0)!)\,. \tag{15}$$

С другой стороны величина $\phi_{0\ell}$ для известных величин n и η_ℓ находится по формуле

$$\phi_{0\ell}=(n)!/((2\eta_\ell)!\,(n-2\eta_\ell)!)\,. \tag{16}$$

Поскольку выражеиия (15) и (16) отличаются знаменателями, то возможны следующие варианты:

- если между величинами η_0 и η_ℓ выполняется неравенство $\eta_0<\eta_\ell$, то

$$\phi_{0\ell}=\frac{(n)!}{(2\eta_\ell)!\,(n-2\eta_\ell)!}=\frac{(n)!\prod\limits_{k=n-2\eta_\ell+1}^{n-2\eta_0}k!}{(2\eta_0)!\,(n-2\eta_0)!\prod\limits_{k=\eta_0+1}^{\eta_\ell}k!}=\phi_{01}\frac{\prod\limits_{k=n-2\eta_\ell+1}^{n-2\eta_0}k!}{\prod\limits_{k=\eta_0+1}^{\eta_\ell}k!}; \tag{17}$$

- в противном случае для $\eta_0>\eta_\ell$, будет

$$\phi_{0\ell}=\frac{(n)!}{(2\eta_\ell)!\,(n-2\eta_\ell)!}=\frac{(n)!\prod\limits_{k=\eta_0+1}^{\eta_\ell}k!}{(2\eta_0)!\,(n-2\eta_0)!\prod\limits_{k=n-2\eta_\ell+1}^{n-2\eta_0}k!}=\phi_{01}\frac{\prod\limits_{k=\eta_0+1}^{\eta_\ell}k!}{\prod\limits_{k=n-2\eta_\ell+1}^{n-2\eta_0}k!}; \tag{18}$$

- для условия $\eta_0=\eta_\ell$ соответствует равенство $\phi_{0\ell}=\phi_{01}$.

Соотношения (17) и (18) позволяют исключить необходимость в вычислении факториальных выражений на основе использования известной информации о начальном параметре процесса восстановления для первого столбца каскадного структурного числа.

Для дополнительного сокращения количества операций *предлагается* учесть возможность досрочного восстановления элементов каскадного структурного числа.

Определение 1. Под досрочным восстановлением элементов двоичной последовательности понимается возможность определения значений получаемых элементов без проведения декодирующих действий.

В связи с этим сформулируем и докажем следующие следствия.

Следствие 1. Если на k-м шаге декодирования между величиной $t_{k,\ell}$ и количеством невосстановленных элементов $(n-k+1)$ выполняется равенство

$$t_{k,\ell} = (n-k+1), \tag{19}$$

то значения элементов $g_{u\ell}^{(\psi)}$, где $u=\overline{k.n}$ будут равны:

- для $k=0$:

$$g_{2\xi,\ell}^{(\psi)} = 0,\ \ \xi=\overline{1,[n/2]};\quad g_{2\xi+1,\ell}^{(\psi)} = 1,\ \ \xi=\overline{0,[n/2]}; \tag{20}$$

- для $k \ge 1$:

$$g_{k+2\xi,\ell}^{(\psi)} = 0,\ \ \xi=\overline{0.([n/2]-1)};\quad g_{k+2\xi+1,\ell}^{(\psi)} = 1,\ \ \xi=\overline{0.([n/2]-1)}; \tag{21}$$

Доказательство. Рассмотрим вариант, когда индекс восстанавливаемого элемента больше нуля. На основе выражения (6) следует, что величина $t_{k,\ell}$ может принимать только четные значения. Действительно между величинами $t_{k,\ell}$ и $t_{k-1,\ell}$ могут выполняться следующие соотношения:

$$t_{k,\ell} = \begin{cases} t_{k-1,\ell}, & \to\ g_{k\ell}^{(\psi)}=0\ \&\ (g_{k-1,\ell}^{(\psi)}=1;\ g_{k\ell}^{(\psi)}=1); \\ t_{k-1,\ell}-2, & \to\ (g_{k-1,\ell}^{(\psi)}=0;\ g_{k\ell}^{(\psi)}=1). \end{cases} \tag{22}$$

Поскольку начальное значение величины $t_{k,\ell}$ является четным (по определению каскадных структурных чисел), то на основе соотношения (22) все последующие значения величин $t_{k,\ell}$ также будут четными. Значит, величина $t_{k,\ell}$ указывает на то сколько целых серий единиц содержится в $(n-k+1)$ невосстановленных элементах. Следовательно, если на k-м шаге декодирования выполняется условие (19), а значение элемента $g_{k\ell}^{(\psi)}=0$, то: в $(n-k)$ элементах содержится целое количество серий единиц, равное $t_{k,\ell}$. Но чтобы составить из $(n-k)$ элементов число серий, равное $t_{k,\ell}$ должно быть чередование нулей и единиц, т.е. должно выполняться условие (21).

Вариант когда индекс $k=0$ соответствует случаю когда объем допустимого множества КСЧ равен 1. В этом случае первый элемент восстанавливаемой последовательности будет равен нулю. *Следствие 1 доказано.*

Следствие 2. В случае, если весовой коэффициент $\phi_{k\ell}$ элемента $g_{k\ell}^{(\psi)}$ равен нулю, т.е. $\phi_{k\ell}=0$, то все последующие невосстановленные элементы будут равны 1, т.е. $g_{u\ell}^{(\psi)}=1$, где $u=\overline{k,n}$.

Доказательство. Поскольку весовой коэффициент элемента $g_{k\ell}^{(\psi)}$ равен нулю, то на основе выражений (5) и (6) будут равны нулю коэффициенты всех невосстановленных элементов, т.е. $\phi_{u\ell}=0$, где $u=\overline{k,n}$. Отсюда следует, что для любого значения остаточного кода-номера $C(k-1;\ell)_{\psi}^{(2)}$ будет выполняться неравенство $C(k-1;\ell)_{\psi}^{(2)} \geq \phi_{u\ell}=0$, где $u=\overline{k,n}$. В то же время на основе соотношения (1) получаем $g_{u\ell}^{(\psi)}=1$, где $u=\overline{k,n}$. *Следствие 2 доказано.*

Значит можно сделать следующие выводы:

1) разработано взаимнооднозначное восстановление каскадных структурных двоичных чисел без использования дополнительных служебных данных. Построенное декодирование основывается на последовательно-рекуррентном получении весовых коэффициентов элементов КСЧ;

2) для снижения количества операций на восстановление двоичных элементов создана технология досрочного восстановления двоичных элементов без выполнения декодирующих действий. Данная технология включает в себя системы условий, учитывающие зависимости параметров процесса декодирования от содержания невосстановленных элементов и особенности формирования допустимого множества для максимальных значений числа серий единиц. Это позволяет:

- заранее определить значения всех невосстановленных элементов КСЧ;
- исключить количество операций умножения и деления, требуемых на вычисление весовых коэффициентов, значения которых заведомо равно 0;
- исключить количество операций умножения и деления, отводимых на определение элементов КСЧ, значения которых заведомо равны 1.

Выводы

Разработаны методологические основы восстановления диагностической информации на основе каскадного структурного декодирования, включающие в себя:

1. Доказательство теоремы о декодировании кода-номера каскадного структурного числа. В результате доказанной теоремы построены соотношения, обеспечивающие беспогрешностное восстановление элементов двоичного каскадного структурного числа для заданных служебных данных (число серий единиц в столбцах КСЧ, ограничения на значения кодов-номеров ОПСЧ).

2. Метод досрочного восстановления элементов каскадного структурного числа без выполнения декодирующих действий. Данный метод включает в себя системы условий, учитывающие зависимости параметров процесса декодирования от содержания невосстановленных элементов и особенности формирования допустимого множества для максимальных значений числа серий единиц. Это позволяет: заранее определить значения всех невосстановленных элементов КСЧ; исключить количество операций умножения и деления, требуемых на вычисление весовых коэффициентов, значения которых заведомо равно 0; исключить количество операций умножений и деления, отводимых на определение элементов КСЧ, значения которых заведомо равны 1.

Список литературы: 1. *Уолрэнд Дж.* Телекоммуникационные и компьютерные сети. / Дж .Уолрэнд. М.: Постмаркет. 2001. 480 с. 2. *Ватолин В.И.* Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео / В.И. Ватолин, А. Ратушняк, М. Смирнов, В. Юкин. М.: ДИАЛОГ - МИФИ, 2002. 384 с. 3. *Баранник В.В.* Рекуррентное двухпризнаковое двоичное полиадическое кодирование /

В.В. Баранник. А.К. Юдин // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. Харьков: НАУ «ХАИ». 2006. Вып. 33. С. 22 – 28. 4. *Баранник В.В.* Усеченное представление двоичных данных с ограниченным числом серий в полиадическом пространстве / В.В. Баранник, А.К. Юдин // Авиационно-космическая техника и технология. 2006. № 2. С. 87 – 92. 5. *Баранік В.В., Хаханова А.В.* Нумерація одновимірних плаваючих структурних чисел в двійковому просторі / В.В. Баранік. А В. Хаханова // Системи озброєння та військова техніка. 2008. № 2 (00).

*Харьковский университет Воздушных Сил
имени Ивана Кожедуба,
Харьковский национальный
университет радиоэлектроники*

Поступила в редколлегию 18.05.2008