

А.И. СРЕЛКОВ, д-р техн. наук, А.М. СТАДНИК канд. физ.-мат. наук,
А.П. ЛЫТЮГА, Т.А. СРЕЛКОВА

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВЕРОЯТНОСТНОГО И ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО МЕТОДОВ ОСЛАБЛЕНИЯ СВЕТОВЫХ ПОТОКОВ

Одним из сдерживающих факторов совершенствования оптоэлектронных систем является ограниченность динамического диапазона существующих фотоприемных устройств. Для расширения динамического диапазона оптических приемников наряду с использованием различных схем автоматической регулировки усиления широко применяются нейтральные фильтры и диафрагмы, предварительно ослабляющие интенсивность принимаемого сигнала.

Однако серьезным недостатком нейтральных фильтров является то, что они ухудшают отношение сигнал/шум. Это обуславливает необходимость разработки методов и устройств ослабления оптического излучения, по возможности свободных (или почти свободных) от указанного недостатка.

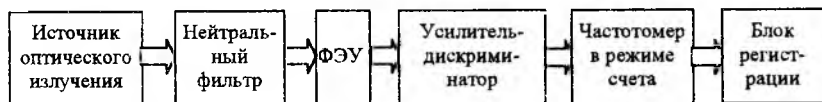
Основой для поиска таких методов могут послужить следующие эвристические соображения. Ослабление оптического сигнала после фильтра можно рассматривать как результат прореживания исходного пуассоновского потока квантов света. Для нейтрального фильтра ослабление в $m > 1$ раз реализуется случайным (с вероятностью $p = m^{-1}$) пропуском каждого фотона исходного потока (и с вероятностью $q = 1 - p$ — его не пропуском), что соответствует вероятностной модели Бернулли [1]. В этом случае осуществляется стохастическое, вероятностное ослабление потока света.

В определенном смысле противоположной предыдущему методу представляется реализация такого же по величине ослабления потока света строго детерминированным образом — пропуском только каждого m -го фотона исходного потока и не пропуском последующих $m - 1$ фотонов. Потоки, получаемые после прореживания исходного пуассоновского потока таким способом, можно описать так называемыми потоками Эрланга m -го порядка [2 — 5].

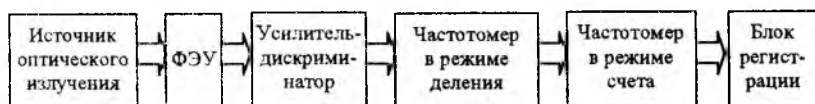
Результаты экспериментального сравнения влияния стохастического и детерминированного методов ослабления пуассоновского потока фотонов на результирующие отношения сигнал/шум, а также теоретические и численные расчеты и послужили предметом настоящей статьи.

Схема эксперимента

Экспериментальное исследование закономерностей вероятностного и детерминированного ослабления потоков производилось на специально созданной лабораторной установке, схема которой приведена на рис. 1.



а



б

Рис. 1

Величина оптического сигнала от источника (светодиод К-30) выбиралась достаточно малой для того, чтобы фотозлектронный умножитель с усилителем-дискриминатором работал в режиме счета фотонов. Вероятностное ослабление (рис. 1, а) светового потока от источника осуществлялось с помощью нейтральных светофильтров с заданной (по ГОСТ 9411-81) оптической плотностью. После частотомера, работавшего в режиме счета, данные поступали на блок регистрации — ПЭВМ с устройством сопряжения.

При детерминированном ослаблении (рис. 1, б) в схеме отсутствовал нейтральный фильтр, а после ФЭУ включался дополнительный частотомер, работавший в режиме деления.

Влияние внутренних шумов ФЭУ устранялось посредством продолжительного выдерживания его в темноте и выставления соответствующего порога усилителя-дискриминатора.

Программа проведения экспериментальных работ включала в себя:

1. Измерение интенсивности входного светового потока и определение для него квадрата отношения сигнал/шум (φ — отношения квадрата среднего числа импульсов к дисперсии числа импульсов) $\varphi_0^2 = \bar{n}_0^2 / \sigma_0^2$.

2. Измерение интенсивности светового потока на выходе ФЭУ и определение квадрата отношения сигнал/шум $\varphi_S^2 = \bar{n}_S^2 / \sigma_S^2$ при вероятностном (стохастическом) ослаблении исходного потока.

3. Измерение интенсивности светового потока на выходе частотометра, работающего в режиме деления, и определение квадрата отношения сигнал/шум $\varphi_D^2 = \bar{n}_D^2 / \sigma_D^2$ при детерминированном ослаблении исходного потока.

Результаты экспериментальных измерений величин φ_D^2 и φ_S^2 получены при усреднении более 1000 реализаций. На рис. 2 сплошными

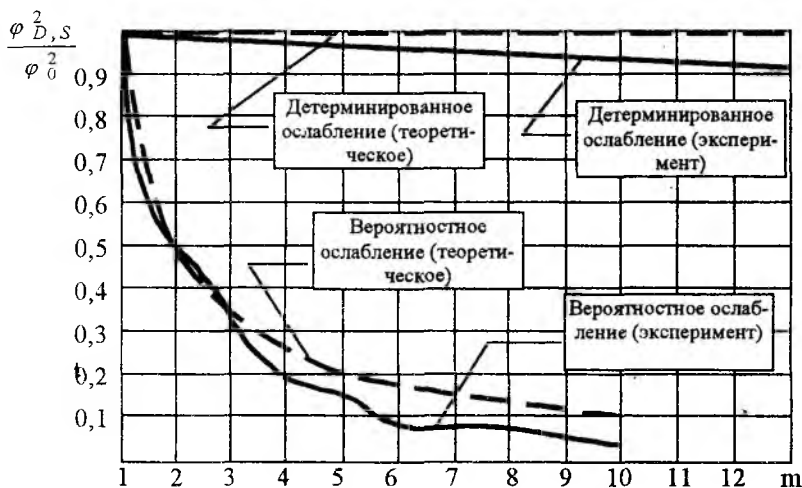


Рис. 2

кривыми представлены экспериментально полученные зависимости величин φ_D^2 и φ_S^2 , нормированных на квадрат отношения сигнал/шум исходного светового потока φ_0^2 , от величины коэффициента ослабления m .

Аналитические соотношения

Получим выражения для отношений сигнал/шум (среднего числа фотонов к среднеквадратичному его отклонению) на выходе фильтра для моделей стохастического и детерминированного ослаблений. Как уже отмечалось, нейтральный фильтр с ослаблением в m раз реализуется как результат прореживания исходного потока по следующей схеме: с вероятностью $p = 1/m$ фотон пропускается фильтром, а с вероятностью $q = 1 - p$ — не пропускается.

Пусть событие H_n заключается в том, что исходный (до фильтра) поток содержит n фотонов (множество несовместимых событий $\{H_m\}$ образует полную группу гипотез). Тогда вероятность события A_k , состоящего в том, что поток после фильтра будет содержать k фотонов, по формуле полной вероятности равна

$$P(A_k) = \sum_{n=0}^{\infty} P(A_k | H_n) P(H_n), \quad (1)$$

где A_k — условная вероятность появления события при условии, что произошло событие H_n , равна (в схеме Бернулли)

$$P(A_k | H_n) = \begin{cases} C_n^k p^k q^{n-k}, & n \geq k; \\ 0, & 0 \leq n < k. \end{cases} \quad (2)$$

В предположении о пуассоновском характере исходного потока вероятность $P(H_n)$ дается известным выражением

$$P(H_n) = \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}}, \quad (3)$$

где $\bar{n} = \sum_{n=0}^{\infty} n P(H_n)$ — среднее число фотонов на интервале наблюдения.

Подстановка (1) и (2) в (3) после некоторых преобразований дает

$$P(A_k) = \frac{(p \bar{n})^k}{k!} e^{-p \bar{n}}, \quad (4)$$

т.е. поток и после нейтрального фильтра является пуассоновским, но уже с меньшим по сравнению с исходным в $m = 1/p$ раз средним значением.

Это позволяет сразу (поскольку, как известно, для пуассоновского потока дисперсия совпадает со средним) записать выражение для отношения сигнал/шум на выходе нейтрального фильтра (после стохастического ослабления)

$$\Phi_S^2 = \frac{1}{m} \Phi_0^2, \quad (5)$$

где $\Phi_0 = \sqrt{\bar{n}}$ — отношение сигнал/шум исходного потока.

Аналогичное рассмотрение для детерминированного ослабления позволяет представить вероятность события B_k — того, что результирующий (прореженный) поток будет иметь k фотонов, в виде

$$P(B_k) = \sum_{n=0}^{\infty} P(B_k | H_n) P(H_n), \quad (6)$$

где соответствующая условная вероятность, как нетрудно видеть, равна

$$P(B_k | H_n) = \begin{cases} 1, & mk \leq n \leq m(k+1) - 1; \\ 0, & n < mk \text{ или } n > m(k+1) - 1. \end{cases} \quad (7)$$

Совместное использование выражений (6) и (7) дает

$$P(B_k) = \sum_{n=mk}^{m(k+1)-1} \frac{\bar{n}^n}{n!} e^{-\bar{n}} \quad (8)$$

Зная вероятности (8), можно рассчитать первые два момента случайного числа импульсов

$$\overline{n^v_D} = \sum_{k=0}^{\infty} k^v P(B_k), \quad v = 1, 2 \quad (9)$$

и найти затем квадрат отношения сигнал/шум при детерминированном ослаблении

$$\Phi_D = \left(\frac{\overline{n^2_D}}{\bar{n}^2_D} - 1 \right)^{-1} \quad (10)$$

Соотношения (7) и (8) имеют прозрачный физический смысл: если из n фотонов исходного пуассоновского потока пропускается только каждый m -й, то на выходе будет появляться ноль фотонов тогда и только тогда, когда число фотонов исходного потока $0 \leq n \leq m-1$; один фотон — когда число фотонов исходного потока $m \leq n \leq 2m-1$ и т.д. Соответственно, на выходе будет k фотонов тогда и только тогда, когда число фотонов исходного потока $mk \leq n \leq m(k+1)-1$, а вероятность такого события равна сумме вероятностей того, что число фотонов исходного процесса принимает значения из этого интервала.

Анализ экспериментальных и численных результатов

Хотя выражения (8) и (9) дают принципиальное решение задачи, они достаточно труднообозримы для представления даже качественного характера получаемых результатов. Поэтому были проведены численные расчеты первого и второго моментов случайного числа импульсов при детерминированном ослаблении с последующим расчетом квадрата отношения сигнал/шум (10).

Зависимости рассчитанных значений φ_D^2 и φ_S^2 , нормированных на квадрат отношения сигнал/шум исходного светового потока φ_0^2 , от величины коэффициента ослабления m представлены на рис. 2 пунктирными кривыми. Для расчетов принималось $\bar{n} = 10000$, что соответствовало условиям проведения эксперимента.

Неразличимое на рисунке отличие рассчитанных отношений $\varphi_D^2 / \varphi_0^2$ от единицы не превышало десятых долей процента (для $m = 1 \dots 13$). Отклонение экспериментально полученных значений φ_D^2 и φ_S^2 от расчетных составляет величину порядка 3% и может быть отнесено к погрешностям эксперимента.

Таким образом, более чем удовлетворительное совпадение экспериментальных данных с результатами теоретических расчетов доказывает обоснованность использованной методики для анализа детерминированного ослабления пуассоновского потока фотонов.

Тот факт, что при детерминированном ослаблении отношение сигнал/шум исходного потока остается практически неизменным, можно пояснить еще и следующим образом. Среднее число частиц потока при любом способе ослабления уменьшается в m раз по сравнению с исходным средним. Однако, если при вероятностном ослаблении дисперсия конечного (ослабленного) потока в силу того, что он сохраняет пуассоновскую статистику, уменьшается также в m раз, то при детерминированном – дисперсия конечного потока (потока Эрланга m -го порядка) меньше дисперсии исходного в m^2 раз.

Таким образом, вероятностный характер ослабления исходного потока в отличие от детерминированного (регулярного) вызывает его дополнительные флуктуации, что приводит к относительному росту его дисперсии по сравнению с квадратом среднего числа частиц. При детерминированном ослаблении исходного потока такого роста нет, и отношение \bar{n}_D^2 / σ_D^2 остается неизменным.

Использование указанных закономерностей позволяет повысить достоверность получаемой информации при обработке слабых случайных оптических сигналов

Список литературы: 1. Прохоров Ю.В., Розанов Ю.А. Теория вероятностей. М.: Наука, 1973. 496 с. 2. Венцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения. М.: Наука, 1991. 384 с. 3. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с. 4. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2-х томах. Т. 1. Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 528 с. 5. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. В 2-х томах. Т. 2. Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 738 с.

*Харьковский государственный технический
университет радиоэлектроники
Харьковский военный университет*

Поступила в редколлегию 23.09.98