

УДК 621.396.

И. Д. ГОРБЕНКО, д-р техн. наук, *Ю. В. СТАСЕВ*, канд. техн. наук

ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА СОСТАВНЫХ НЕРАВНОМЕРНЫХ ПО ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЛЧМ — ФМ-СИГНАЛОВ

Потребности практики построения систем связи с кодовым разделением сигналов по форме определяют дальнейшее развитие теории сигналов в направлении получения больших ансамблей с заданными спектральными и корреляционными свойствами. Наиболее распространенными методами получения таких ансамблей сигналов являются комбинированные методы модуляции [1].

В системах связи, где необходимо учитывать доплеровские сдвиги частоты, широкое применение могли бы найти системы сигналов, построенные на основе сигналов с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ). Исследованы корреляционные свойства составных равномерных по длительности ЛЧМ-сигналов [2], рассмотрены свойства ЛЧМ-сигналов с внутримпульсной фазовой манипуляцией (ЛЧМ—ФМ) [3—5]. Однако полученные результаты [2—5] и аналитические выражения не использованы при изучении спектров составных как равномерных, так и неравномерных

по длительности ЛЧМ-сигналов с внутриимпульсной фазовой манипуляцией (СНЛЧМ—ФМ). В статье приводятся методики, основные аналитические соотношения и данные исследований спектральных свойств СНЛЧМ—ФМ-сигналов.

Составной неравномерный ЛЧМ — ФМ-сигнал аналитически представим в виде

$$S^{(p)}(t) = S_0^{(p)} \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^Q V_l^{(p)} \operatorname{rect}\left(\frac{t - \sum_{r=0}^{n-1} T_r}{T_n}\right) \times \\ \times \operatorname{rect}\left(\frac{t - (l-1)\tau_a}{\tau_a}\right) \exp\left\{j\left[\omega_n\left(t - \sum_{r=0}^{n-1} T_r\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\mu_n}{2}\left(t - \sum_{r=0}^{n-1} T_r\right)^2 + \varphi_n\right]\right\}, \quad (1)$$

где N — число радиоимпульсов, образующих СНЛЧМ — ФМ-сигнал; $S_0^{(p)}$ — амплитуда огибающей сложного сигнала; Q — число элементов двоичной манипулирующей последовательности, укладываемых на составном ЛЧМ-сигнале; $V_l^{(p)}$ — символ p -й манипулирующей последовательности, причем $V_l^{(p)} \in \{1, -1\}$; τ_a — длительность элемента манипулирующей последовательности; ω_n , φ_n — несущая частота и начальная фаза n -го ЛЧМ-радиоимпульса; μ_n — коэффициент наклона модуляционной характеристики n -го ЛЧМ-радиоимпульса, связанный с девиацией частоты ΔF_n и длительностью T_n соотношением $\mu_n = \pm 2\pi\Delta F_n/T_n$; $\operatorname{rect}(x)$ — функция вида

$$\operatorname{rect}(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1; \\ 0, & x < 0, x > 1. \end{cases}$$

При этом $\sum_{n=1}^N T_n = Q\tau_a$, $\sum_{r=0}^{n-1} T_r = 0$, $n = 1$.

Аналитическое выражение для спектра СНЛЧМ—ФМ-сигнала получим, взяв преобразование Фурье от (1):

$$S(\omega) = \int_0^{\sum_{n=1}^N T_n} S_0^{(p)} \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^Q V_l^{(p)} \operatorname{rect}\left(\frac{t - \sum_{r=0}^{n-1} T_r}{T_n}\right) \times \\ \times \operatorname{rect}\left(\frac{t - (l-1)\tau_a}{\tau_a}\right) \exp\left\{j\left[\omega_n\left(t - \sum_{r=0}^{n-1} T_r\right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\mu_n}{2}\left(t - \sum_{r=0}^{n-1} T_r\right)^2 + \varphi_n - \omega t\right]\right\} dt. \quad (2)$$

Сделаем в (2) замену переменных вида

$$y = t - \sum_{r=0}^{n-1} T_r. \quad (3)$$

Тогда, решая уравнение

$$\text{rect}\left(\frac{y - (l-1)\tau_3 + \sum_{r=0}^{n-1} T_r}{\tau_3}\right) = 1, \quad (4)$$

находим новые пределы интегрирования

$$(l-1)\tau_3 - \sum_{r=0}^{n-1} T_r \leq y \leq l\tau_3 - \sum_{r=0}^{n-1} T_r. \quad (5)$$

После дополнения членов в квадратных скобках в выражение (2) до полного квадрата с учетом того, что в n -й период ЛЧМ-сигнала может укладываться не целое число дискретных элементов $V_l^{(\rho)}$, получаем

$$\begin{aligned} S(\omega) = & S_0^{(\rho)} \sum_{n=1}^N \exp\left\{-j\left[\frac{(\omega_n - \omega)^2}{2\mu_n} + \omega \sum_{r=0}^{n-1} T_r - \varphi_n\right]\right\} \times \\ & \times \left\{ \sum_{l=a+2}^b V_l^{(\rho)} \int_{(l-1)\tau_3 - \sum_{r=0}^{n-1} T_r}^{l\tau_3 - \sum_{r=0}^{n-1} T_r} \exp\left\{j\frac{\mu_n}{2}\left[y + \frac{\omega_n - \omega}{\mu_n}\right]^2\right\} dy + \right. \\ & + V_{a+1}^{(\rho)} \int_0^{(a+1)\tau_3 - \sum_{r=0}^{n-1} T_r} \exp\left\{j\frac{\mu_n}{2}\left[y + \frac{\omega_n - \omega}{\mu_n}\right]^2\right\} dy + \\ & \left. + V_{b+1}^{(\rho)} \int_{b\tau_3 - \sum_{r=0}^{n-1} T_r}^{T_n} \exp\left\{j\frac{\mu_n}{2}\left[y + \frac{\omega_n - \omega}{\mu_n}\right]^2\right\} dy \right\}. \quad (6) \end{aligned}$$

Здесь

$$a = \text{entier}\left(\frac{\sum_{r=0}^{n-1} T_r}{\tau_3}\right); \quad (7)$$

$$b = \text{entier}\left(\frac{\sum_{r=0}^n T_r}{\tau_3}\right). \quad (8)$$

Сделаем замену переменных

$$V_{\mu_n} \left(y + \frac{\omega_n - \omega}{\mu_n} \right) = V_{\pi x} \quad (9)$$

так, что

$$dy = \sqrt{\frac{\pi}{\mu_n}} dx;$$

$$\begin{aligned} \int_{x_1}^{x_2} \exp \left\{ j \frac{\pi x^2}{2} \right\} dx &= - \int_0^{x_1} \cos \left(\frac{\pi x^2}{2} \right) dx - j \int_0^{x_1} \sin \left(\frac{\pi x^2}{2} \right) dx + \\ &+ \int_0^{x_2} \cos \left(\frac{\pi x^2}{2} \right) dx + j \int_0^{x_2} \sin \left(\frac{\pi x^2}{2} \right) dx = C(-x_1) + jS(-x_1) + \\ &+ C(x_2) + jS(x_2), \end{aligned} \quad (10)$$

где $C(x)$, $S(x)$ — интегралы Френеля, получим

$$\begin{aligned} S(\omega) &= S_0^{(\rho)} \sum_{n=1}^N \sqrt{\frac{\pi}{\mu_n}} \exp \left\{ -j \frac{(\omega_n - \omega)^2}{2\mu_n} \right\} \times \\ &\times \exp \left\{ j \left[\omega \sum_{r=0}^{n-1} T_r - \varphi_n \right] \right\} \left\{ \sum_{l=a+2}^b V_l^{(\rho)} [C(x_2^{(nl)}) - C(x_1^{(nl)}) + \right. \\ &+ j[S(x_2^{(nl)}) - S(x_1^{(nl)})]] + V_{a+1}^{(\rho)} [C(x_4^{(nl)}) - C(x_3^{(nl)}) + j[S(x_4^{(nl)}) - \\ &- S(x_3^{(nl)})]] + V_{b+1}^{(\rho)} [C(x_6^{(nl)}) - C(x_5^{(nl)}) + j[S(x_6^{(nl)}) - S(x_5^{(nl)})]] \left. \right\}. \quad (11) \end{aligned}$$

Аналогично [4] представим спектр как совокупность четырех компонент.

Амплитудный спектр

$$\begin{aligned} |S(\omega)| &= S_0^{(\rho)} \left\{ \left\{ \sum_{n=1}^N \sqrt{\frac{\pi}{\mu_n}} \left[\sum_{l=a+2}^b V_l^{(\rho)} [C(x_2^{(nl)}) - C(x_1^{(nl)})] + \right. \right. \right. \\ &+ V_{a+1}^{(\rho)} [C(x_4^{(nl)}) - C(x_3^{(nl)})] + V_{b+1}^{(\rho)} [C(x_6^{(nl)}) - C(x_5^{(nl)})] \left. \left. \right\} \right\}^2 + \\ &+ \left\{ \sum_{n=1}^N \sqrt{\frac{\pi}{\mu_n}} \left[\sum_{l=a+2}^b V_l^{(\rho)} [S(x_2^{(nl)}) - S(x_1^{(nl)})] + V_{a+1}^{(\rho)} [S(x_4^{(nl)}) - \right. \right. \\ &- S(x_3^{(nl)})] + V_{b+1}^{(\rho)} [S(x_6^{(nl)}) - S(x_5^{(nl)})] \left. \left. \right\} \right\}^2 \left. \right\}^{1/2}. \quad (12) \end{aligned}$$

Квадратичный фазовый член

$$\Phi_1(\omega) = \sum_{n=1}^N \frac{(\omega_n - \omega)^2}{2\mu_n} \quad (13)$$

Остаточный фазовый член

$$\begin{aligned} \Phi_2(\omega) = & - \operatorname{arctg} \left\{ \left[\sum_{n=1}^N \sqrt{\frac{\pi}{\mu_n}} \left\{ \sum_{l=a+2}^b V_l^{(p)} [S(x_2^{(nl)}) - S(x_1^{(nl)})] + \right. \right. \right. \\ & + V_{a+1}^{(p)} [S(x_4^{(nl)}) - S(x_3^{(nl)})] + V_{b+1}^{(p)} [S(x_6^{(nl)}) - \\ & \left. \left. \left. - S(x_5^{(nl)}) \right] \right\} \right] \left/ \left[\sum_{n=1}^N \sqrt{\frac{\pi}{\mu_n}} \left\{ \sum_{l=a+2}^b V_l^{(p)} [C(x_2^{(nl)}) - C(x_1^{(nl)})] + \right. \right. \right. \\ & + V_{a+1}^{(p)} [C(x_4^{(nl)}) - C(x_3^{(nl)})] + V_{b+1}^{(p)} [C(x_6^{(nl)}) - \\ & \left. \left. \left. - C(x_5^{(nl)}) \right] \right\} \right] \right\}. \quad (14) \end{aligned}$$

Дополнительный фазовый член

$$\Phi_3(\omega) = \sum_{n=1}^N \left(\omega \sum_{r=0}^{n-1} T_r - \varphi_n \right), \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} x_1^{(nl)} &= \frac{\mu_n \left[(l-1) \tau_a - \sum_{r=0}^{n-1} T_r \right] + \omega_n - \omega}{\sqrt{\mu_n \pi}}; \\ x_2^{(nl)} &= \frac{\mu_n \left(l \tau_a - \sum_{r=0}^{n-1} T_r \right) + \omega_n - \omega}{\sqrt{\mu_n \pi}}; \quad x_3^{(nl)} = \frac{\omega_n - \omega}{\sqrt{\mu_n \pi}}; \\ x_4^{(nl)} &= \frac{K_n \left[(a+1) \tau_a - \sum_{r=0}^{n-1} T_r \right] + \omega_n - \omega}{\sqrt{K_n \pi}}; \\ x_5^{(nl)} &= \frac{K_n \left(b \tau_a - \sum_{r=0}^{n-1} T_r \right) + \omega_n - \omega}{\sqrt{K_n \pi}}; \\ x_6^{(nl)} &= \frac{K_n T_n + \omega_n - \omega}{\sqrt{K_n \pi}}. \end{aligned}$$

Позиция на рисунке	N	Q	ΔF , МГц	T_n , мкс	Класс модулирующих сигналов
<i>a</i>	2	0	1,—1	30, 30	
<i>б</i>	7	0	—1,1,—1,1	3, 5, 7, 9, 11	
<i>в</i>	1	60	2	60	Характеристические последовательности
<i>г</i>	1	7	2	60	<i>M</i> -последовательности
<i>д</i>	2	64	1,—1	32, 32	Функции Уолша
<i>е</i>	2	54	1,—1	23, 31	Квадратичных вычетов

В частном случае при $N=1$ из (12)—(15) можно найти выражения для спектра ЛЧМ — ФМ-сигналов, совпадающие с приведенными в работах [2—4].

С помощью данных соотношений исследованы спектральные свойства СНЛЧМ — ФМ-сигналов для случаев, когда в качестве манипулирующих применяются дискретные системы сигналов с одноуровневой периодической функцией автокорреляции: сигналы квадратичных вычетов; *M*-последовательности; с двухуровневой функцией автокорреляции — характеристические последовательности, сигналы квадратичных вычетов и системы ортогональных сигналов (функции Уолша).

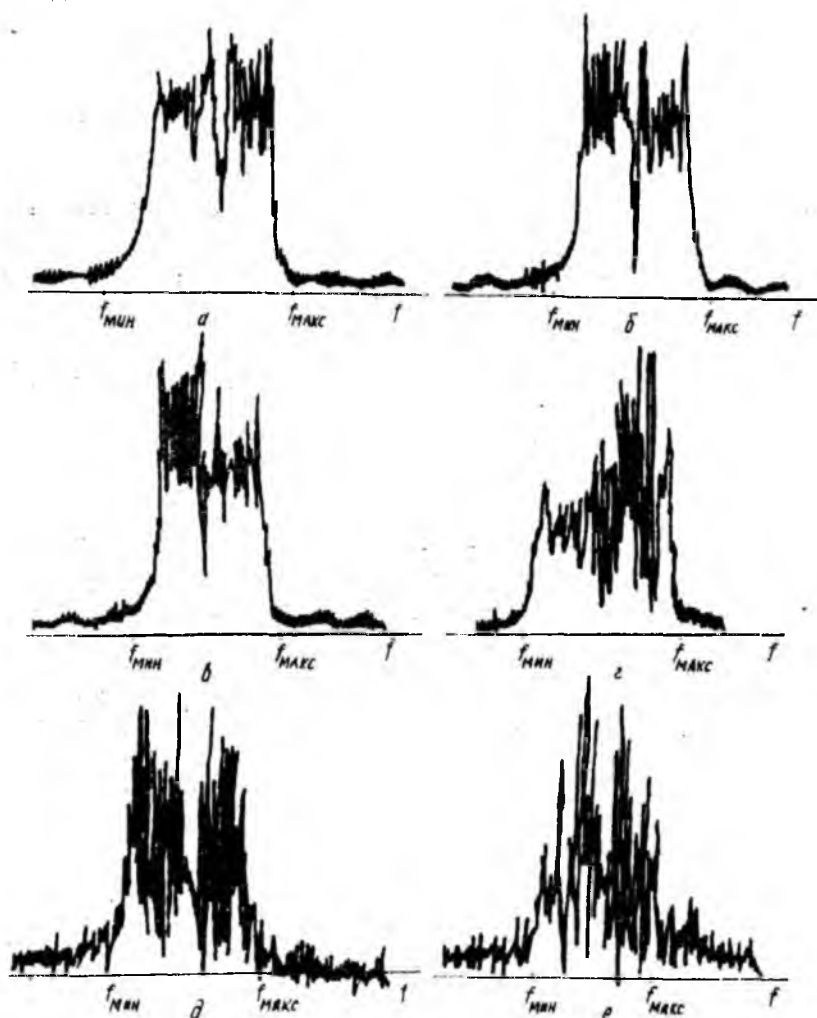
На рисунке представлены амплитудные спектры составных ЛЧМ и ЛЧМ — ФМ-сигналов, рассчитанных на ЭВМ с использованием выражения (12). Параметры таких сигналов приведены в таблице.

Из полученных результатов следует, что спектр составных неравномерных ЛЧМ-сигналов по сравнению с ЛЧМ-сигналом искажается, причем с увеличением разности $T_{\max} - T_{\min}$, где T_{\max} , T_{\min} , соответственно максимальный и минимальный период ЛЧМ-радиоимпульсов, составляющих составной сигнал, увеличивается пик-фактор спектральной плотности сигнала (рисунок, позиции *a, б*).

Спектр ЛЧМ — ФМ и СНЛЧМ — ФМ-сигналов (позиции *в, д*) при отношении $\sum_{n=1}^N \Delta F_n T_n / Q > 1$ изрезан, однако в нем четко различимы переходы от одного ЛЧМ-радиоимпульса к другому и переходы модулирующего двоичного сигнала типа (1, —1) или (—1, 1). Если $\sum_{n=1}^N \Delta F_n T_n / Q < 1$, спектр сигнала приближается к спектру шумоподобного сигнала. Полоса занимаемых частот $f_{\min} \dots f_{\max}$, где f_{\min} , f_{\max} — минимальная и максимальная частоты сигнала, расширяется.

Уровень «боковых составляющих» амплитудного спектра возрастает с увеличением числа элементов двоичной манипулирующей последовательности.

Сравнительный анализ большого числа расчётов показывает, что с точки зрения эффективности использования полосы пропускания предпочтительно применение в качестве манипулирующих последовательностей сигналов с одно- и двухуровневой функцией



автокорреляции. Это связано с тем, что при манипуляции ортогональными сигналами уровень «боковых составляющих» амплитудного спектра на 7... 10 % выше, чем в случае манипуляции того же СЛЧМ-сигнала другими классами сигналов. Кроме того, у составных ЛЧМ и ЛЧМ—ФМ-сигналов (позиции *a*, *б*, *д*, *е*) происходит подавление некоторых частотных составляющих вследствие расширения спектра занимаемых частот отдельными ЛЧМ, ЛЧМ—ФМ-сигналами и интерференции между ними.

Список литературы: 1. *Варакин Л. Е.* Системы связи с шумоподобными сигналами. М., 1985. 384 с. 2. *Richaczek A. W., Mitchell R. L.* Design of zigzag FM signals//IEEE Trans. 1968. AES—4, N 5. P. 680—692. 3. *Кочемасов В. Н., Кряжев В. П., Оконешников В. С.* ЛЧМ-сигналы с внутримпульсной фазовой манипуляцией//Радиотехника. 1980. Т. 35, № 2. С. 57—60. 4. *Долгов В. И., Белов С. П., Горбенко И. Д.* Исследование тонкой структуры спектров ЛЧМ-сигналов с внутримпульсной фазовой манипуляцией//Радиотехника. 1981. Т. 36, № 10. С. 37—41.

Поступила в редколлегию 20.01.87