

ИЗЛУЧЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО ТОКА ВБЛИЗИ ДВУХСЛОЙНОГО ЦИЛИНДРА, СОСТАВЛЕННОГО ИЗ МАТЕРИАЛОВ С ПОЛОЖИТЕЛЬНОЙ/ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ И МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТЯМИ

Введение

В последнее время наблюдается значительный интерес к эффектам, возникающим при взаимодействии электромагнитных волн со средами, относительная диэлектрическая ϵ и магнитная μ проницаемости которых одновременно являются отрицательными величинами.

Впервые такие среды теоретически исследовал еще в 60-е годы прошлого века российский физик В. Веселаго [1], хотя идеи о возможности разнонаправленности фазовой и групповой скоростей высказывались и раньше [2 – 5]. Веселаго показал, что в такой среде электрическое поле \vec{E} , магнитное поле \vec{H} и волновой вектор \vec{k} образуют левую тройку, поэтому он назвал такие среды «левыми», в отличие от обычных «правых» сред, где векторы \vec{E} , \vec{H} и \vec{k} образуют правую тройку. В левых средах фазовая и групповая скорости направлены в противоположные стороны, собирающие линзы становятся рассеивающими и наоборот; доплеровский сдвиг происходит в противоположную сторону; черенковское излучение от движущейся заряженной частицы происходит не вперед, а назад; на границе раздела сред луч преломляется в противоположную сторону.

Однако материалы с отрицательными ϵ и μ в природе не встречаются. Именно по этой причине работы В. Веселаго долгое время не привлекали должного внимания. Возможность искусственного построения таких материалов изучалась в связи с созданием искусственных диэлектриков в работах Н. Хижняка [6], в которых были предложены и исследованы различные структуры, диэлектрическая и магнитная проницаемость которых могла быть подобрана как за счет рассеивающих центров, так и за счет самой структуры. Толчком, вызвавшим резкий всплеск работ в этой области, послужило создание в конце 90-х годов искусственных сред, диэлектрическая и магнитная проницаемости которых отрицательные [7, 8]. Такие среды получили название метаматериалов.

Метаматериалы – это композитные материалы, свойства которых обусловлены не столько индивидуальными физическими свойствами их компонентов, сколько микроструктурой. Термин «метаматериалы» особенно часто применяют по отношению к тем композитам, которые демонстрируют свойства, нехарактерные для объектов, встречающихся в природе. Одним из наиболее горячо обсуждаемых в последнее время типов метаматериалов и являются объекты с отрицательным показателем преломления. Огромный интерес к ним вызван их уникальными электродинамическими свойствами, а также возможности управления их параметрами. Среди возможных применений метаматериалов – создание «суперлинз», обладающих разрешением, сильно превосходящим то, которое может быть достигнуто по ныне существующим технологиям [7]; создание маскирующих оболочек, делающих объект невидимым, причем как в случае согласования свойства оболочки с маскируемым объектом [9], так и в случае произвольного объекта, помещенного внутри оболочки [10 – 14]. Практическое использование таких материалов, в первую очередь, связано с возможностью создания на их основе терагерцевой оптики, что, в свою очередь, приведет к развитию метеорологии и океанографии, появлению радаров с новыми свойствами, средств всепогодной навигации, устройств дистанционной диагностики качества деталей и систем безопасности, позволяющих обнаружить скрытое, а также уникальных медицинских приборов.

В данной работе исследуется задача рассеяния поля нитевидного тока на круговом двухслойном цилиндре, состоящем из материалов с положительными или отрицательными ϵ и μ . Решение такой задачи для однородного цилиндра из метаматериала известно [15]. Целью дан-

ной работы является определение отличительных особенностей поведения поля на структуре, состоящей из веществ с материальными параметрами противоположных знаков, а также исследование полей в структуре, состоящей из двух различных метаматериалов.

Постановка задачи и метод решения

Рассмотрим, расположенный в вакууме (ϵ_0, μ_0) , состоящий из двух concentric слоев, круговой цилиндр. Обозначим радиус внешнего цилиндра a , а внутреннего b . Геометрия поперечного сечения структуры представлена на рис. 1. Обозначим ϵ_1, μ_1 диэлектрическую и магнитную проницаемости оболочки, а ϵ_2, μ_2 проницаемости сердцевины. Поле в структуре возбуждается внешним нитевидным током, ориентированным вдоль оси цилиндра, которая направлена вдоль оси z . В плоскости поперечного сечения введем полярную систему координат. На рис. 1 положение источника определяется точкой (ρ_1, φ_1) . Обозначим координаты точки наблюдения (ρ, φ) . Предположим, что диэлектрическая и магнитная проницаемости материалов могут быть как положительными, так и отрицательными.

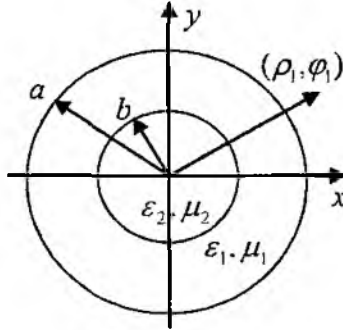


Рис. 1

Зависимость от времени источника поля предполагается гармонической $\sim e^{i\omega t}$. Тогда поле нитевидного тока имеет только z -компоненту, которая в вакууме определяется формулой

$$E_0 = -\frac{\omega\mu_0}{4} H_0^{(2)}(k_0 |\vec{\rho} - \vec{\rho}_1|), \quad (1)$$

где $k_0 = \omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0} = 2\pi/\lambda$ – волновое число свободного пространства, а λ – длина волны.

Задача состоит в нахождении электромагнитного поля в каждой из областей при стандартных условиях: поле удовлетворяет уравнениям Максвелла, условиям непрерывности тангенциальных составляющих при переходе через каждую границу, и условию излучения на бесконечности для рассеянного поля во внешнем пространстве.

В силу геометрии задачи все поля будут иметь только z -компоненты, которые в каждой из областей могут быть представлены в виде:

$$E_1 = -\frac{\omega\mu_0}{4} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k J_k(k_2 \rho) H_k^{(2)}(k_0 \rho_1) e^{ik(\varphi - \varphi_1)}, \quad \rho < a, \quad (1)$$

$$E_2 = -\frac{\omega\mu_0}{4} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (b_k J_k(k_1 \rho) + c_k H_k^{(2)}(k_1 \rho)) H_k^{(2)}(k_0 \rho_1) e^{ik(\varphi - \varphi_1)}, \quad b < \rho < a, \quad (2)$$

$$E_3 = -\frac{\omega\mu_0}{4} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_k H_k^{(2)}(k_0 \rho) H_k^{(2)}(k_0 \rho_1) e^{ik(\varphi - \varphi_1)}, \quad \rho > a, \quad (3)$$

где $k_1 = \omega\sqrt{\epsilon_0\epsilon_1\mu_0\mu_1}$; $k_2 = \omega\sqrt{\epsilon_0\epsilon_2\mu_0\mu_2}$.

Падающее поле E_0 , с учетом теорем сложения для цилиндрических функций, также можно представить в виде следующих рядов:

$$E_{\vartheta} = -\frac{\omega\mu_0}{4} \begin{cases} \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(k_0\rho) H_k^{(2)}(k_0\rho_1) e^{ik(\varphi-\varphi_1)}, \rho < \rho_1 \\ \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(k_0\rho_1) H_k^{(2)}(k_0\rho) e^{ik(\varphi-\varphi_1)}, \rho_1 < \rho \end{cases} \quad (4)$$

Следует принять во внимание, что во внешнем пространстве электрическое поле есть суперпозиция падающей волны (4) и отраженной (3). Граничные условия для полей дают систему линейных уравнений относительно неизвестных коэффициентов a_k, b_k, c_k, d_k :

$$Ax = b. \quad (5)$$

$$A = \begin{pmatrix} J_k(k_2b) & -J_k(k_1b) & -H_k^{(2)}(k_1b) & 0 \\ k_2/\mu_2 J_k'(k_2b) & -k_1/\mu_1 J_k'(k_1b) & -k_1/\mu_1 H_k^{(2)'}(k_1b) & 0 \\ 0 & J_k(k_1a) & H_k^{(2)}(k_1a) & -H_k^{(2)}(k_0a) \\ 0 & k_1/\mu_1 J_k'(k_1a) & k_1/\mu_1 H_k^{(2)'}(k_1a) & k_0 H_k^{(2)'}(k_0a) \end{pmatrix}; x = \begin{pmatrix} a_k \\ b_k \\ c_k \\ d_k \end{pmatrix}; b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ J_k(k_0a) \\ k_0 J_k'(k_0a) \end{pmatrix}$$

Полученные выражения для полей имеют вид бесконечных рядов. При численных расчетах верхний индекс суммирования N_{max} выбирается так, чтобы обеспечить 3–4 верных знака после запятой. Это достигается выбором $N_{max} > k_0\rho' + 20$ [15].

Для расчета поля в дальней зоне используем асимптотические представления для функции Ханкеля при больших значениях аргумента:

$$H_n^{(2)}(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{-ix + j\frac{\pi}{2}(n+\frac{1}{2})}. \quad (5)$$

Тогда полное поле в дальней зоне может быть представлено в виде

$$E_0 + E_3 \approx -\frac{\omega\mu_0}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{\pi k_0\rho}} e^{-jk_0\rho} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (d_k H_k^{(2)}(k_0\rho_1) + J_k(k_0\rho_1)) e^{j\frac{\pi}{2}(k+\frac{1}{2})} e^{ik(\varphi-\varphi_1)} \quad (6)$$

Результаты

Полученные формулы позволяют рассчитывать электрические поля во всех трех областях для любого соотношения между размерами областей и длиной волны излучения, генерируемого током. В данной работе проведены расчеты для двух случаев: малого объекта дифракции ($\lambda = 10a$) и большого объекта ($\lambda = 0.1a$). В обоих случаях рассмотрено поле как в ближней зоне объекта, так и в дальней зоне.

Поле в ближней зоне. Результаты расчета представлены на рис. 2, 3, где показано распределение в пространстве величины логарифма амплитуды электрического поля $\ln|E|$, рассчитанного по формулам (1), (2). На рис. 2 представлено распределение модуля поля источника для случая, когда длина волны в 10 раз превосходит радиус объекта дифракции ($\lambda = 10a$).

Рис. 2, *a* соответствует распределению поля на объекте из однородного «правого» материала. В силу того, что длина волны намного больше размеров искажение поля незначительное. При появлении кольцевой неоднородности из «левого» материала (рис. 2, *b, c*), т.е. когда объект представляет собой цилиндрическую структуру с «правой» сердцевинной и «левой» оболочкой, усиливается влияния объекта дифракции на поле излучения с утолщением оболочки. Рис. 2, *d* демонстрирует проявление резонансного поведения поля в однородной структуре из метаматериала.

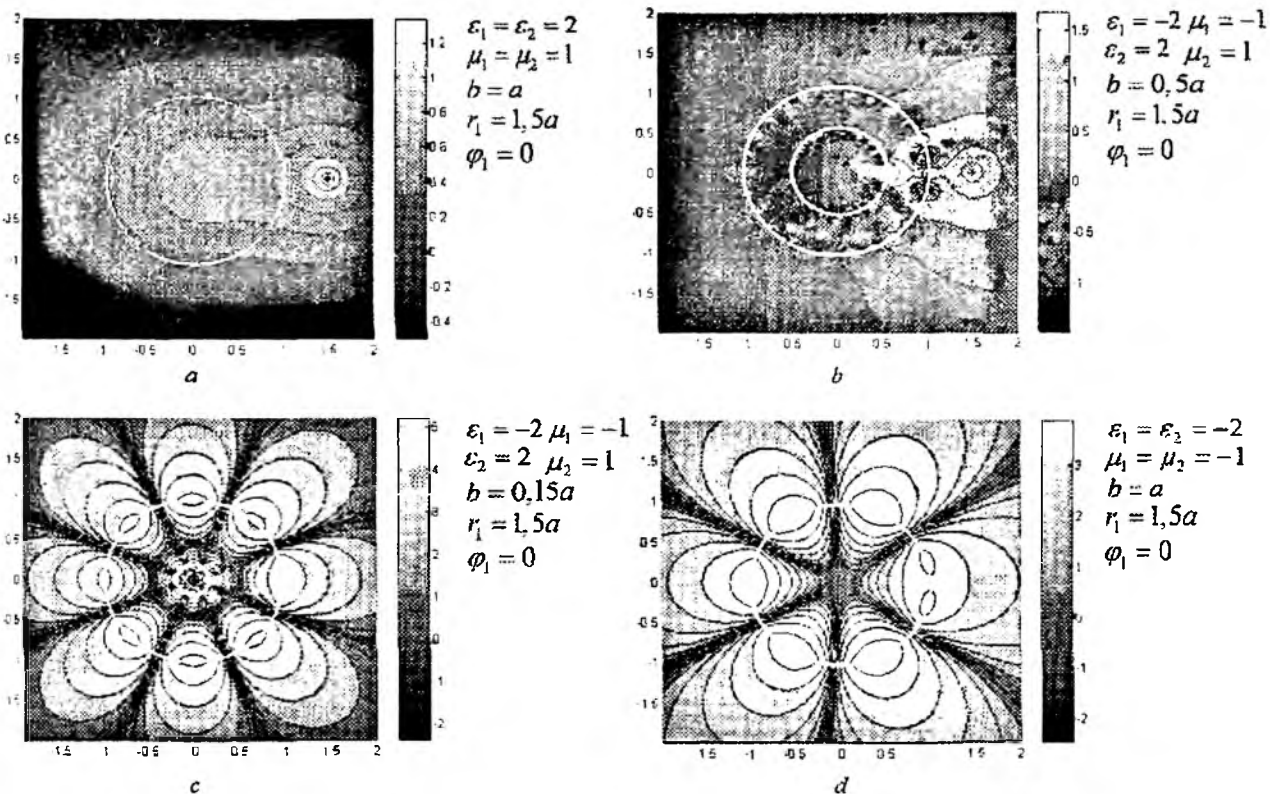


Рис. 2

Различие между рассеивающими свойствами объектов из «правых» и «левых» материалов существенно и в случае коротковолнового излучения ($\lambda = 0.1a$), рис. 3.

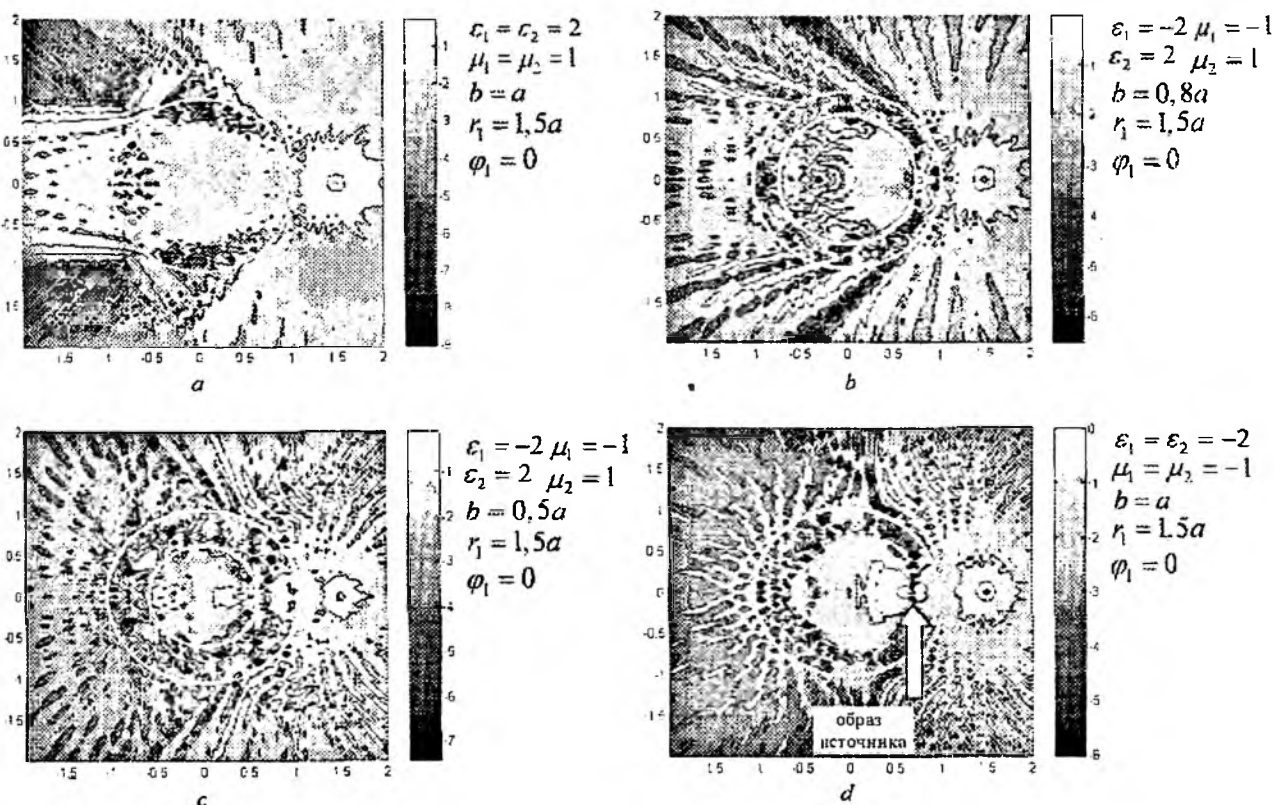


Рис. 3

На рис. 3, *a* представлен случай однородного диэлектрического цилиндра с положительными диэлектрической и магнитной проницаемостями. Наблюдается прохождение электромагнитного излучения и формирование ярко выраженного луча за структурой. Наличие кольцевой оболочки из «левого» материала приводит к перефокусировке рассеянного излучения и формированию образа источника внутри объекта. Рис. 3, *b*, *c* отображает поведение поля на двухслойном объекте с «правым» материалом в сердцевине и «левым» в оболочке и формирование размытого образа источника внутри объекта. Рис. 3 *d*, на котором показано распределение поля в случае однородного «левого» материала, демонстрирует способность метаматериалов превращать рассеивающие объекты в собирающие, и наоборот. Образ источника стягивается в точку.

Поле в дальней зоне. Поле в дальней зоне рассчитано по формуле (6). На рис. 4, 5 приведены графики величины $|E_0 + E_3|/N$ как функции угловой координаты φ . Нормирующий множитель $1/N = 2\sqrt{2\pi k_0 r} e^{ik_0 r} / \omega \mu_0$. Численное моделирование проводилось для тех же значений параметров, что и для результатов, представленных на рис. 2 и 3, рис. 4 соответствует длинноволновому излучению ($\lambda = 10a$), рис. 5 – коротковолновому ($\lambda = 0.1a$).

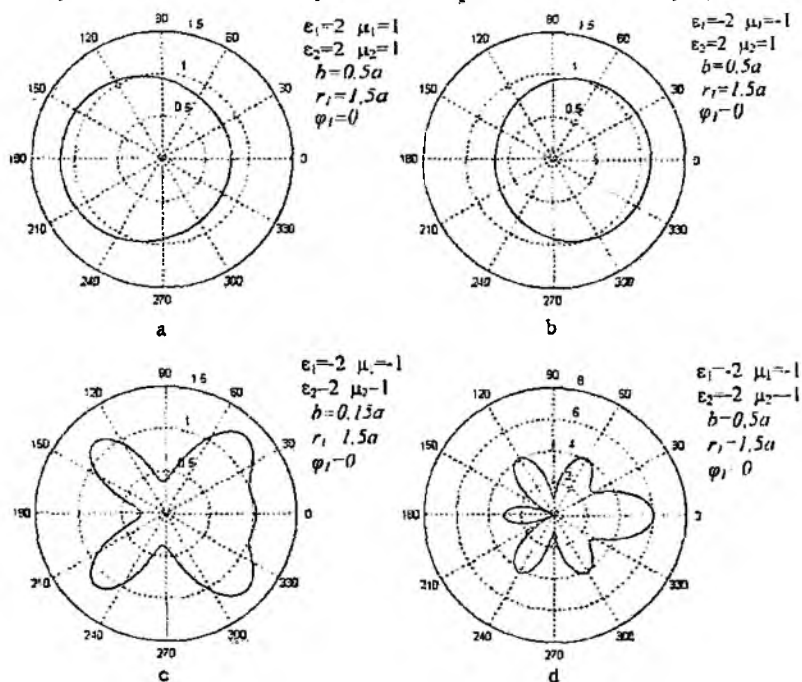


Рис. 4

Для длинноволнового излучения наблюдается практически круговая диаграмма рассеяния в случае однородного «положительного» цилиндра и двухслойного с «отрицательной» оболочкой (рис. 4, *a*, *b*). Однако для двухслойного цилиндра наблюдается смещение в противоположную сторону максимума диаграммы направленности. С увеличением толщины метаматериала наблюдается появление резонанса (рис. 4, *c*) и более выраженное резонансное распределение поля для однородного «отрицательного» цилиндра (рис. 4, *d*).

В случае коротковолнового излучения «правый» цилиндр хорошо фокусирует излучение и формирует остронаправленный луч, в сторону, противоположную источнику (рис. 5, *a*). Появление «левого» кольца усиливает отражение и размывает острую направленность диаграммы (рис. 5, *b*, *c*). В крайнем случае однородного «левого» материала диаграмма направленности является остроугольной с преимущественным направлением в сторону от источника.

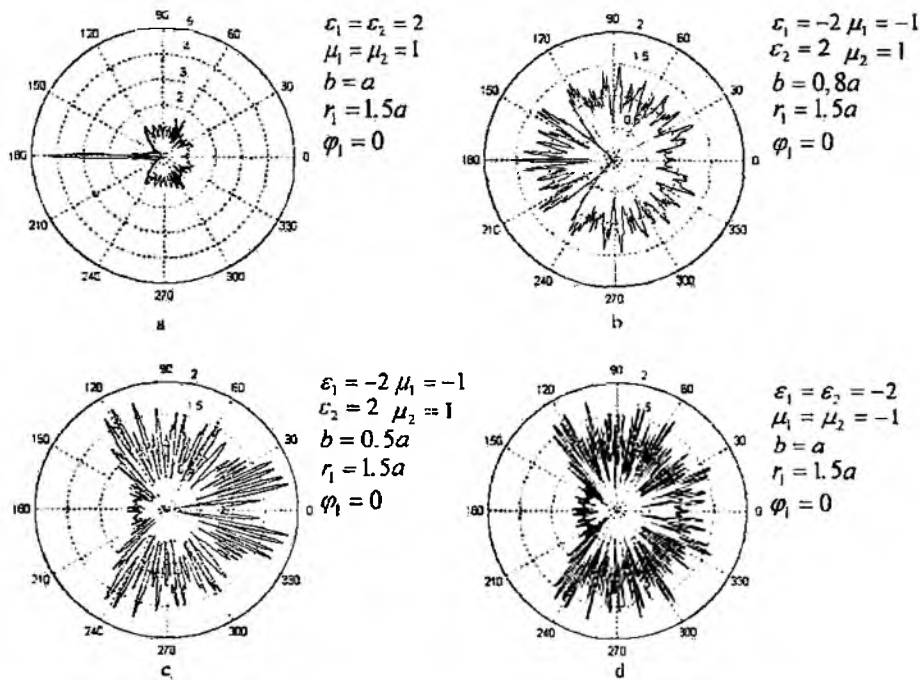


Рис. 5

«Туннельный эффект». Численные исследования продемонстрировали наличие «туннельного эффекта» для структуры, составленной из двух различных метаматериалов, т.е. прохождение поля сквозь отражающее препятствие. На рис. 6 представлено распределение нормированной величины поля в дальней зоне $|E_0 + E_1|/N$ как функции угловой координаты φ в декартовой прямоугольной системе координат. Длина волны источника равна радиусу рассеивающего объекта ($\lambda = a$). Величины параметров, для которых проводилось моделирование, представлены ниже:

- а) $\epsilon_1 = \epsilon_2 = -1, \mu_1 = \mu_2 = -1, r_1 = 1.5a, \varphi_1 = 0$;
- б) $\epsilon_1 = \epsilon_2 = -2, \mu_1 = \mu_2 = -1, r_1 = 1.5a, \varphi_1 = 0$;
- в) $\epsilon_1 = -1, \mu_1 = -1, \epsilon_2 = -2, \mu_2 = -1, b = 0.5a, r_1 = 1.5a, \varphi_1 = 0$;
- д) $\epsilon_1 = -2, \mu_1 = -1, \epsilon_2 = -1, \mu_2 = -1, b = 0.5a, r_1 = 1.5a, \varphi_1 = 0$.

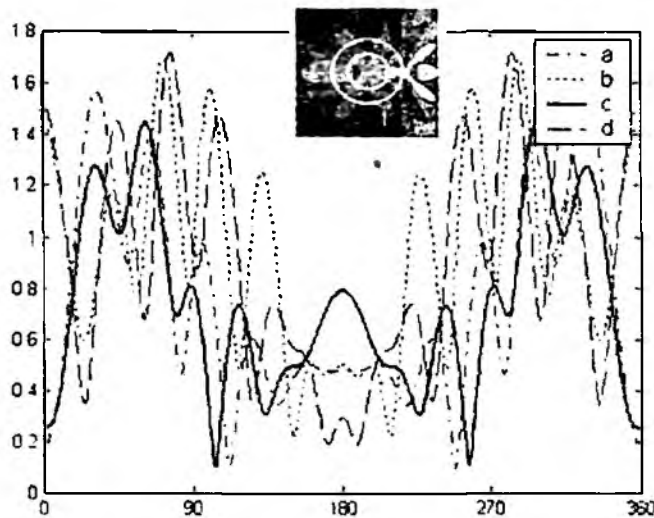


Рис. 6

Наблюдается усиленное отражение и невозможность прохождения поля сквозь объект для однородного цилиндра из метаматериала, линия *a* и *b*. Аналогичное явление наблюдается и для двухслойного цилиндра, составленного из различных метаматериалов, если абсолютная величина диэлектрической проницаемости оболочки больше, чем сердцевины *d*. Туннельный эффект наблюдается для двухслойной «левой» структуры, если модуль диэлектрической проницаемости сердцевины больше, чем оболочки (максимум поля при $\varphi = 180^\circ$, линия *c*). Такая структура становится прозрачной для излученного поля. На вставке в рис. 6 представлено распределение поля в ближней зоне и формирование прошедшего луча. С ростом контраста между средами эффект усиливается.

Выводы

Получено аналитическое решение задачи дифракции поля гармонического нитевидного тока на двухслойном цилиндре, составленном из материалов с положительными и отрицательными значениями диэлектрической и магнитной проницаемостей. Численный анализ полученных решений демонстрирует фокусировку излучения выпуклым объектом из метаматериала, проявление резонансных свойств структур, содержащих метаматериалы, на длине волны, во много раз превышающей размеры структуры. Аналогичные свойства наблюдаются и на структуре из разных материалов, однако их проявления менее яркие, фокальное пятно размыто, резонансные свойства не столь заметны. Обнаружен туннельный эффект для структуры, состоящей из двух метаматериалов с разными параметрами.

Список литературы: 1. *Веселаго В.Г.* Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ . // УФН. Т. 92, вып. 3. С. 517-526, 1967. 2. *Schuster A.* An Introduction to the Theory of Optics (Arnold, London, 1904). 3. *Lamb H.* On group-velocity. Proc. Lond. Math. Soc. 1, 473-479 (1904). 4. *Mandel'shtam L. I.* Group velocity in a crystal lattice. Zh. Eksp. Teor. Fiz. 15, 475-478 (1945). 5. *Sivukhin D. V.* The energy of electromagnetic waves in dispersive media. Opt. Spektrosk 3, 308-312 (1957). 6. *Хижняк Н.А.* Искусственные анизотропные диэлектрики // ЖТФ. Т. 27, № 9. Ч.1-3. С. 2006-2038 (1957). 7. *Pendry J.B., Holden A.J., Robbins D.J., Stewart W.J.* Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena, IEEE Trans. on MTT, vol. 47, 2075 (1999). 8. *Smith D.R., Padilla W.J., Vier D.C., Nemat-Nasser S.C., Schultz S.* Composite Medium with Simultaneously Negative Permeability and Permittivity, Physical Review Letters 84 (2000) 4184. 9. *Alu, N. Engheta.* Achieving transparency with plasmonic and metamaterial coating // Phys. Rev. E, 95, 016623, 2005. 10. *Pendry J.B., Schurig D., & Smith D.R.* Controlling electromagnetic fields, Science, 312, 1780-1782 (2006). 11. *Leonhardt U.* Optical conforming mapping, Science, 312, 1777-1780 (2006). 12. *Leonhardt U.* Notes on conformal invisibility devices // New J. Phys., 8, 118 (2006). 13. *Schurig D. et al.* Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies, Science, 314, 977-980 (2006). 14. *W. Cai, U.K. Chettiar, A.V. Kildishev & V.M. Shalaev.* Optical cloaking with metmaterials, Nature Photonics, 1, 224-227 (2007). 15. *S. Arslanagic, O. Breinbjerg.* Electric-Line-Source Illumination of a Circular Cylinder of Lossless Double-Negative Material: An Investigation of a Near Field, Directivity, and Radiation Resistance. AP Magazine, V. 48, N. 3, 2006, pp. 38-54.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 14.04.2009