

ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РАСХОДОВ В ВОДОПРОВОДНЫХ СЕТЯХ ПРИ ПОМОЩИ ЦВМ

А. Г. Евдокимов, Э. Н. Рыбников

Харьков

При прсектировании сложных водопроводных сетей расчет обычно начинается с определения расходов по участкам сети. От правильного распределения расходов зависит экономичность и в некотором смысле надежность водопроводной сети.

В настоящее время распределение расходов по участкам сети производится вручную с учетом требований взаимозаменяемости линий и исходя из того принципа, что жидкость должна направляться к потребителям кратчайшими путями.

В данной работе предлагается один из методов распределения расходов при помощи ЦВМ, когда известны: схема сети, длина участков, водопотребление, сосредоточенное в узлах сети, а также количество источников питания, места их расположения и количество жидкости, посылаемое каждым из них в сеть.

Рассматриваемую задачу можно решить при условии равенства удельных гидравлических сопротивлений участков сети, т. е. равенства их диаметров, что согласно [1] обеспечивает наибольшую надежность сети при ее эксплуатации.

В Харьковском институте радиоэлектроники получены результаты [2, 3], позволяющие математически отобразить взаимосвязь между расходами по участкам q_i , геометрической структурой сети и параметрами ее участков

$$\begin{aligned}
 a) \quad q_i &= \sum_{r=1}^s k_{ri} q_r \quad (i = s+1, \dots, m) \\
 б) \quad &\text{sign } q_i S_i |q_r|^{n_r} + \beta_r h_r^r + \\
 &+ \sum_{i=s+1}^m k_{ri} (\text{sign } q_i S_i |q_i|^{n_i}_{(r=1, \dots, s)} + \beta_i h_i^r) = 0,
 \end{aligned} \tag{1}$$

где

$$S_j = S_0 l_j \quad (j = 1, \dots, m), \tag{2}$$

здесь

q_i — расход в i -той ветви дерева;
 q_r — расход в r -той связи;
 S_r, S_i — соответственно гидравлические сопротивления r -той связи и i -той ветви дерева;
 k_{ri} — элемент матрицы контуров;

β_i — коэффициент, учитывающий разницу геодезических высот начала и конца i -того участка трубопровода с учетом выбранного направления i -той ветви;

Если эта разница отрицательна, $\beta_i = 1$, если положительна $\beta_i = -1$

α_i, β_i — коэффициенты нелинейности (турбулентности).

$\text{sign } q_i$ — знак q_i

$$\text{sign } q_i = \begin{cases} 1, & \text{если } q_i > 0, \text{ т. е. выбранное направление } i\text{-того участка} \\ & \text{совпадает с направлением потока по этому участку;} \\ -1, & \text{если } q_i < 0, \text{ т. е. выбранное направление } i\text{-того участ-} \\ & \text{ка противоположно направлению потока по этому участку;} \end{cases}$$

h_j — потери напора, возникающие вследствие разницы геодезических высот начала j и конца k i -того трубопровода ($i = 1, \dots, m$);

l_i — длина i -того участка сети;

S_0 — удельное гидравлическое сопротивление, одинаковое для всех участков сети.

Геометрическую структуру водопроводной сети рассматриваем в предположении, что узловые расходы направляются по фиктивным участкам сети в общую точку стока воды.

При проведении целенаправленной кодировки сети дерево выбирается таким образом, чтобы фиктивные участки сети стали связями, тогда реальные участки сети частично станут связями, частично ветвями дерева.

Связям реальных участков присваиваются номера от 1 до l , а связям фиктивных участков от $l+1$ до s . Ветви дерева нумеруются от $s+1$ до m .

Учитывая такую кодировку сети и выражение (2), система уравнений (1) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \text{а) } q_i &= \sum_{r=1}^i k_{ri} q_r + Q_i \quad (i = s+1, \dots, m) \\ \text{б) } f_r &= \text{sign } q_r S_0 l_r |q_r|^{n_r} + \beta_r h_r^r + \\ &+ \sum_{i=s+1}^m k_{ri} (\text{sign } q_i S_0 l_i |q_i|^{n_i} + \beta_i h_i^r) = 0 \\ S_{r\oplus} &= - \frac{\sum_{i=l+1}^s k_{ri} (\text{sign } q_i S_0 l_i |q_i|^{n_i} + \beta_i h_i^r) + \beta_r h_r^r}{\text{sign } q_r |q_r|^{n_r}} \quad (r=l+1, \dots, s) \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$Q_i = \sum_{r=l+1}^s k_{ri} q_r = \text{const.}$$

Здесь $S_{r\oplus}$ — условные гидравлические сопротивления фиктивных участков.

Проведенная кодировка сети позволила систему уравнений (1) представить в виде l нелинейных уравнений (3б) (относительно неизвестных расходов в связях реальных участков сети) и $s-l$ линейных уравнений (3а) (относительно неизвестных условных гидравлических сопротивлений фиктивных участков сети) при $n-1$ линейном уравнении связи (3а).

Решение задачи по распределению расходов сводится к решению l нелинейных уравнений (3б) при $n-1$ линейном уравнении связи (3а).

Для решения рассматриваемой задачи система уравнений (3в) фактически не нужна, поскольку она определяет условные гидравлические сопротивления $S_r \Phi$, которые по условию задачи находить не требуется.

Рассмотрим алгоритм решения данной задачи на ЦВМ при использовании метода Ньютона [4] решения системы уравнений (3б) при $n = 1$ линейном уравнении связи (3а) и известном k -том приближении корня

$$\bar{q}_1^{(k)} = (q_1^{(k)}, q_2^{(k)}, \dots, q_s^{(k)}) \text{ системы (3б).}$$

1. По формуле (3а) вычисляем расходы в ветвях дерева сети при k -том приближении.

2. По формуле (3б) определяются значения $f_r^{(k)}$ ($r = 1, \dots, l$) с учетом того, что

$$\sum_{i=s+1}^m k_{ri} \bar{q}_i h_i^r = 0 \quad (r = 1, \dots, l)$$

3. Сравниваем полученные $f_r^{(k)}$ по модулю с некоторой положительной величиной ε , определяющей точность решения задачи. Если $|f_r^{(k)}| - \varepsilon \leq 0$ при всех r ($r = 1, \dots, l$), то решение достигнуто; если $|f_r^{(k)}| - \varepsilon > 0$, хотя бы при одном r , то определяем матрицу Якоби системы уравнений (3б) при k -том приближении

$$\left(\frac{\partial f_r}{\partial q_k} \right)_{r=k} = n_r S_0 l_r |q_r|^{n_r-1} + \sum_{i=s+1}^m (k_{ri})^2 n_i S_0 l_i |q_i|^{n_i-1} \quad (4)$$

$$(r, k = 1, 2, \dots, l)$$

$$\left(\frac{\partial f_r}{\partial q_k} \right)_{r \neq k} = \sum_{i=s+1}^m k_{ri} k_{ki} S_0 l_i n_i |q_i|^{n_i-1} \quad (5)$$

$$(r, k = 1, 2, \dots, l)$$

4. Решаем систему линейных уравнений

$$W^{(k)} \bar{\Delta} q_1^{(k)} = -\bar{f}_r^{(k)}, \quad (6)$$

где

$W^{(k)}$ — матрица Якоби при k -том приближении;

$\bar{\Delta} q_1^{(k)}$ — поправка (погрешность корня) системы уравнений (3б) при k -том приближении;

$\bar{f}_r^{(k)} = (f_1^{(k)}, f_2^{(k)}, \dots, f_l^{(k)})$ — вектор-функция при k -том приближении.

5. Определяем значения корня системы уравнений (3б) при $k+1$ приближении

$$\bar{q}_1^{(k+1)} = \bar{q}_1^{(k)} + \bar{\Delta} q_1^{(k)} \quad (7)$$

и переходим на повторный цикл вычислений, начиная с пункта 1.

Операторная схема программы реализации приведенного алгоритма на ЦВМ выглядит следующим образом:

$$\text{П}_0 \text{П}_1 \text{А}_2 \text{А}_3 \text{Р}_4 \overbrace{\text{А}_5 \text{А}_6 \text{А}_7 \text{П}_8 \text{А}_9}^{\downarrow}$$

где П_0 — запись программы и преобразования числового материала;

П_1 — настройка программы на конкретную сеть и заданную точность расчета;

А_2 — вычисление $q_i^{(k)}$ по формуле (3а);

А_3 — вычисление $f_r^{(k)}$ по формуле (3б);

Р_4 — проверка конца решения.

При $|f_r^{(k)}| - \varepsilon \leq 0$ передача управления оператору П_8 , а при $|f_r^{(k)}| - \varepsilon > 0$, хотя бы при одном r , оператору А_5 ;

A_2 — вычисление матрицы Якоби по формулам (4) и (5),

A_3 — решение системы линейных уравнений (6) и определение $\bar{\Delta}q_i^{(k)}$

A_4 — вычисление по формуле (7) и передача управления на оператор A_1 ;

P_4 — преобразование числового материала и печать результата;

Ω_4 — отливов.

Данная операторная схема программы реализована на вычислительной машине «Урал-2». По этой программе был просчитан ряд конкретных сетей. Затраты времени на решение задачи по распределению расходов по участкам двадцатикольцевой водопроводной сети не превысили 5 минут при относительной точности вычислений $\epsilon \leq 0,0001$.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Я. Ласис. Распределение расходов в водопроводных сетях «Изв. АН УССР. Серия физических и технических наук», № 1, 1966.

2. А. Г. Евдокимов, А. А. Волков. Математическое описание и дискретное моделирование на ЭВМ установившихся процессов потокораспределения в гидравлических сетях. ГОСИНТИ, № 5, 64—1130/31, М., 1964.

3. А. Г. Евдокимов, А. А. Волков. Математическое описание установившихся процессов воздухораспределения в вентиляционных сетях шахт, «Изв. вузов. Горный журнал», № 2, 1965.

4. А. Г. Евдокимов, Б. Д. Яловкин. Анализ методов дискретного моделирования на ЦВМ установившегося воздухораспределения в шахтных вентиляционных сетях. «Изв. вузов. Горный журнал», № 3, 1966.