

СРЕДНЯЯ ДИАГРАММА НАПРАВЛЕННОСТИ КРУГЛОЙ СФОКУСИРОВАННОЙ АПЕРТУРЫ В ЗОНЕ ФРЕНЕЛЯ ПРИ НАЛИЧИИ КВАЗИДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СЛУЧАЙНЫХ ФАЗОВЫХ ОШИБОК

Антенны, используемые в системах передачи энергии СВЧ лучом; связи с объектами, расположенными в заданной точке пространства; фокусировки СВЧ луча с целью получения в ограниченном объёме пространства высокой плотности электромагнитной энергии и т.п., имеют большие габаритные размеры и довольно часто работают в условиях воздействия переменных тепловых и гравитационных нагрузок. Эти воздействия приводят к изменению ориентации антенны в пространстве, дефокусировке её, а также к изменению формы её поверхности и, как следствие, к изменению пространственного распределения поля излучения. Поскольку результаты указанных воздействий на геометрию антенной системы количественно оценить практически невозможно (например, при работе в условиях космоса), то провести устранение их последствий либо чрезвычайно затруднительно, либо просто нельзя. Поэтому определять направленные свойства антенн необходимо с учетом возможных деформаций её, которые могут возникнуть в процессе функционирования. При этом можно считать, что на антенную систему действуют некоторые случайные факторы, деформирующие её конструкцию и порождающие случайные ошибки в фазовом распределении, и оценивать электрические характеристики антенны в рамках статистической теории антенн [1]. Так, например, небольшие колебания синфазной антенны относительно своего номинального положения можно описать введением линейных фазовых ошибок со случайным значением фазы на краю антенны, небольшие смещения облучателя из фокуса вызывают появление квадратичных или кубических фазовых ошибок также со случайным значением фазы на краю антенны. Фазовое распределение во всех этих ситуациях может быть отнесено к классу квазидетерминированных случайных процессов [2,3]. Соответственно, фазовые ошибки можно назвать квазидетерминированными случайными ошибками (в дальнейшем, для краткости, просто квазидетерминированными). Напомним, что квазидетерминированные случайные процесс – это случайные процессы, реализации которых описываются функциями заданного вида, содержащими один или несколько случайных параметров. В упомянутых случаях роль такого параметра играет значение фазы на краю апертуры, а функциями заданного вида являются линейные, квадратичные и кубические функции. Статистический подход к анализу поля излучения позволит, во-первых, получить более реальную оценку электрических характеристик антенны, работающей в сложных условиях и, во-вторых, определить наиболее опасный, с точки зрения искажения номинальной ДН антенны, фактор, приводящий к ошибкам в фазовом распределении.

В работе изучается влияние квазидетерминированных линейных, квадратичных и кубических фазовых ошибок на среднюю диаграмму направленности (ДН) по мощности в зоне Френеля сфокусированной равномерно возбужденной круглой апертуры.

Исходные соотношения.

Антенна с круглой апертурой, имеет радиус R , центр её апертуры лежит в начале цилиндрической системы координат ρ, φ, z и она сфокусирована в точку с координатами $\rho=0, z=r$. Напряженность электрического поля, создаваемого апертурой в точке $P(\rho, \varphi, z)$, находящейся на фокальной сфере, при наличии флуктуаций поля возбуждения определяется соотношением [4]:

$$\vec{E}(P) = V_0 e^{-ik \frac{\rho^2}{2r}} \int_S \vec{E}_0(Q) e^{i\Phi(\rho_1, \varphi_1)} e^{ik \frac{\rho_1 \rho}{r} \cos(\varphi - \varphi_1)} \rho_1 d\rho_1 d\varphi_1, \quad (1)$$

где $V_0 = \frac{ik}{4\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} (1 + \cos \theta)$, $k = 2\pi/\lambda$, λ – длина волны в свободном пространстве, $\bar{E}_0(Q)$ – напряженность поля на апертуре в отсутствие ошибок, $\Phi(\rho_1, \varphi_1)$ – случайная функция, описывающая флуктуации фазы, S – площадь апертуры. Введя безразмерную радиальную координату $u = \rho_1 \delta / R$, где $\delta = R \sqrt{\frac{k}{r}}$, и обобщенный угол $\psi = kR \sin \theta$, выражение для среднего значения квадрата напряженности поля запишем следующим образом:

$$\begin{aligned} \overline{E^2}(\psi) = & \frac{(1 + \cos \theta)^2}{16\pi^2} \iint_S E_0(Q) E_0^*(Q') \exp\{i[\Phi(u, \varphi_1) - \Phi(u', \varphi_1')]\} \times \\ & \times \exp\left\{i \frac{\psi}{\delta} [u \cos(\varphi - \varphi_1) - u' \cos(\varphi - \varphi_1')]\right\} ds ds', \end{aligned} \quad (2)$$

где $\bar{}$ – черта означает знак усреднения, $ds = u du d\varphi_1$.

Будем считать, что поле в отсутствие ошибок линейно поляризовано, имеет фазу, равную нулю, и его амплитуда постоянна. Фазовые ошибки порождаются одним из трех взаимно независимых механизмов. В дальнейшем величины с индексами $m = \overline{1,3}$ относятся к ситуациям, когда в антенне имеют место линейные, квадратичные или кубические квазидетерминированные фазовые ошибки. Примем следующую статистику ошибок. Случайные функции $\Phi_m(u, \varphi_1)$ подчиняются нормальному закону распределения, имеют нулевые средние значения, коэффициенты корреляции, равные единице, а дисперсии $\alpha_m = \sigma_m^2$ зависят от радиальной координаты. Соответствующие стандартные отклонения равны:

$$\sigma_m(u, \varphi_1) = \sigma_{m, \max} f_m(u, \varphi_1), \quad m = \overline{1,3}, \quad (3)$$

где

$$f_1(u, \varphi_1) = \frac{u}{\delta} \cos(\varphi_1 - \varphi_0), \quad f_2(u, \varphi_1) = \left(\frac{u}{\delta}\right)^2, \quad f_3(u, \varphi_1) = \left(\frac{u}{\delta}\right)^3 \cos^3(\varphi_1 - \varphi_0),$$

$\sigma_{m, \max}$ – максимальное значение стандартного отклонения при m -м механизме ($m = \overline{1,3}$), угол φ_0 определяет направление, вдоль которого происходит регулярный рост фазы по линейному или кубическому законам со случайной величиной максимального значения её на краю апертуры. Будем полагать, что φ_0 – случайная величина с равномерным законом распределения. Максимальное значение дисперсии на краю антенны $\alpha_{m, \max}$ обозначим как α_m , то есть $\alpha_{m, \max} = \alpha_m$.

Подставив (3) в (2), для среднего квадрата поля получим

$$\overline{E_m^2}(\psi) = \frac{1}{16} \left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\psi}{kR}\right)^2} \right]^2 \delta^4 \overline{F_m^2}(\psi). \quad (4)$$

Функции $\overline{F_m^2}(\psi)$ являются средними ДН по мощности (точнее – средними множителями системы по мощности) и определяются соотношениями: для $m = \overline{1,3}$

$$\overline{F_m^2}(\psi) = \left(\frac{2}{\psi}\right)^2 e^{-\alpha} \sum_{n=0}^N (-1)^n \frac{\alpha^n (2n)!}{2^n (2m+1) n!} \sum_{t=0}^{2n} b_{nt} E\left(\frac{mt}{2}\right) W_k^{(1)}(\psi) W_k^{(2)}(\psi), \quad (5)$$

где

$$b_{nt} = (-1)^t \frac{[m(2n-t)]! (mt)^t}{(2n-t)! t!} \left[2 - \delta_{mt-2E\left(\frac{mt}{2}\right)} \right],$$

$$W_k^{(1)}(\psi) = \sum_{s=0}^k \frac{(-1)^s (mt-2k+2s+1)}{(k-s)! (mt-k+s+1)!} J_{mt-2k+2s+1}(\psi),$$

$$W_k^{(2)}(\psi) = \sum_{s=0}^{m(n-t)+k} \frac{(-1)^s (mt-2k+2s+1)}{(mn-k+s+1)! (mn-mt+k-s)!} J_{mt-2k+2s+1}(\psi);$$

для $m = 2$

$$\overline{F_2^2}(\psi) = \left(\frac{2}{\psi}\right)^2 \sum_{n=0}^N (-1)^n \frac{\alpha^n (2n)!}{2^n n!} \sum_{t=0}^{2n} (-1)^t t! (2n-t)! W_t^{(1)}(\psi) W_t^{(2)}(\psi), \quad (6)$$

где

$$W_t^{(1)}(\psi) = \sum_{s=0}^t \frac{(-1)^s (2s+1)}{(t-s)! (t+s+1)!} J_{2s+1}(\psi), \quad W_t^{(2)}(\psi) = \sum_{s=0}^{2n-t} \frac{(-1)^s (2s+1)}{(2n-t-s)! (2n-t+s+1)!} J_{2s+1}(\psi).$$

Из (5) и (6) следует, что при любом механизме возникновения фазовых ошибок средняя ДН по мощности круглой апертуры может быть представлена в виде суммы двух слагаемых. Первое слагаемое является ДН по мощности в отсутствие флуктуаций, второе – описывает фон рассеянной мощности, обусловленный наличием флуктуаций, и искажающий угловое распределение средней мощности по сравнению со случаем, когда последние отсутствуют.

Средняя диаграмма направленности.

В случае малых ошибок ($\alpha \ll 1$) можно ограничиться членами первого порядка малости по α_m , и тогда выражения для средней ДН существенно упростятся:

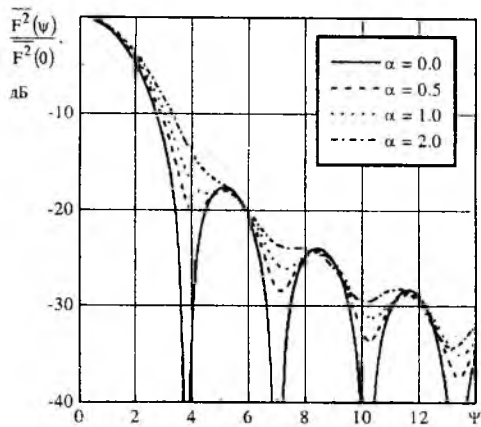
$$\overline{F_1^2}(\psi) = F_0^2(\psi) \cdot \left\{ 1 + \frac{\alpha_1}{2} \left[\frac{J_2^2(\psi)}{J_1^2(\psi)} - \frac{1}{2} \left[1 - \frac{J_3(\psi)}{J_1(\psi)} \right] \right] \right\}, \quad (7)$$

$$\overline{F_2^2}(\psi) = F_0^2(\psi) \cdot \left\{ 1 - \frac{\alpha_2}{12} \left[1 - 3 \frac{J_3^2(\psi)}{J_1^2(\psi)} + 2 \frac{J_5(\psi)}{J_1(\psi)} \right] \right\}, \quad (8)$$

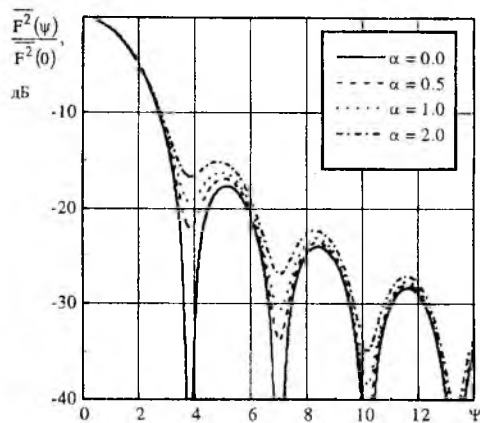
$$\overline{F_3^2}(\psi) = F_0^2(\psi) \cdot \left\{ 1 - \frac{\alpha_3 5}{64} \left[1 - \frac{9J_3(\psi)}{5J_1(\psi)} \left[1 - \frac{17J_5(\psi)}{3J_3(\psi)} + \frac{J_7(\psi)}{9J_3(\psi)} \right] - \frac{8J_2^2(\psi)}{5J_1^2(\psi)} \left[1 - \frac{J_4(\psi)}{J_2(\psi)} + \frac{1}{2} \frac{J_4^2(\psi)}{J_2^2(\psi)} \right] \right] \right\}, \quad (9)$$

где $F_0^2(\psi) = [2J_1(\psi)/\psi]^2$ – нормированная ДН по мощности круглой равномерно возбужденной апертуры в отсутствие ошибок.

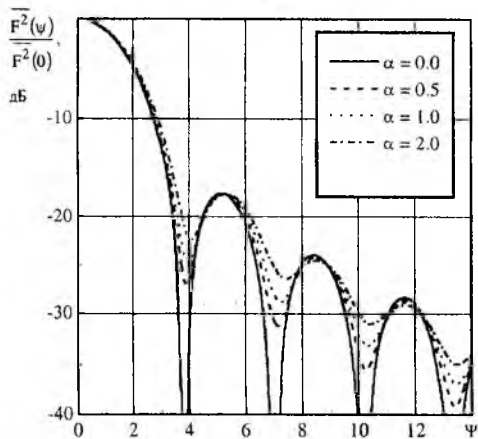
Погрешность расчетов ДН в области главного и первых двух боковых лепестков по формулам (7-9) не превышает 10% при $\alpha \leq 0,5$. Наибольшая погрешность имеет место в окрест-



а)



б)



в)

Рис. 1

ностях минимумов. Если высокая точность значений ДН в минимумах не нужна, то (7-9) могут быть использованы для расчетов вплоть до $\alpha \leq 0,9$.

Значения средних ДН в направлении главного максимума определяются соотношениями:

$$\overline{F_1^2(0)} = 1 - \frac{\alpha_1}{2}, \quad \overline{F_2^2(0)} = 1 - \frac{\alpha_2}{12},$$

$$\overline{F_3^2(0)} = 1 - \frac{\alpha_3 \cdot 5}{64}. \quad (10)$$

Нормированные средние ДН по мощности, рассчитанные по полученным формулам, для ряда значений α показаны на рис. 1 при: а – линейных, б – квадратичных, в – кубических квазидетерминированных ошибках. Из приведенного рисунка видно, что при наличии ошибок, независимо от их вида, происходит расширение главного лепестка и увеличение уровня бокового излучения, а также уменьшение средней мощности вдоль направления главного максимума излучения по сравнению со случаем, когда ошибки отсутствуют. Последнее хорошо видно из рис. 2, на котором приведены зависимости средней мощности, излучаемой в направлении главного максимума, от дисперсии при квазитерминированных фазовых ошибках: 1 – линейного, 2 – квадратичного, 3 – кубического видов. Кроме того, при линейных и кубических ошибках происходит смещение максимумов и минимумов ДН. При квадратичных ошибках их положение не меняется.

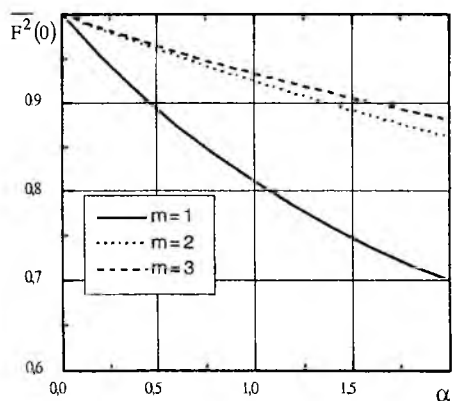


Рис. 2

При линейных и кубических ошибках происходит смещение максимумов и минимумов ДН. При квадратичных ошибках их положение не меняется.

Ширина средней диаграммы направленности.

При изучении влияния параметров квазидетерминированных фазовых ошибок на ширину средней ДН по мощности будем исходить из того, что при малых α_m ширина средней ДН $2\psi_{0,5}^{(m)}$ мало отличается от ширины ДН в отсутствие ошибок. Следовательно, в разложении нормированной средней ДН по мощности в ряд Тейлора в окрестности точки $\psi = \psi_{0,5}^{(0)}$ можно ограничиться членами первого порядка малости по $\Delta\psi_{0,5}^{(m)} = \psi_{0,5}^{(m)} - \psi_{0,5}^{(0)}$.

При малых ошибках ($\alpha \ll 1$) для относительной ширины средней ДН по мощности

имеют место следующие выражения:

$$\frac{\Psi_{0.5}^{(1)}}{\Psi_{0.5}^{(0)}} = 1 + \alpha_1 \frac{0.25}{\Psi_{0.5}^{(0)}} \left[\frac{J_2(\Psi_{0.5}^{(0)})}{J_1(\Psi_{0.5}^{(0)})} + \frac{J_3(\Psi_{0.5}^{(0)})}{2J_1(\Psi_{0.5}^{(0)})} \right] = 1 + \alpha_1 \cdot 0.092632, \quad (11)$$

$$\frac{\Psi_{0.5}^{(2)}}{\Psi_{0.5}^{(0)}} = 1 + \frac{\alpha_2}{8\Psi_{0.5}^{(0)}} \left[\frac{J_3^2(\Psi_{0.5}^{(0)})}{J_1(\Psi_{0.5}^{(0)})J_2(\Psi_{0.5}^{(0)})} - \frac{2J_5(\Psi_{0.5}^{(0)})}{3J_2(\Psi_{0.5}^{(0)})} \right] = 1 + \alpha_2 \cdot 0.00237, \quad (11)$$

$$\frac{\Psi_{0.5}^{(3)}}{\Psi_{0.5}^{(0)}} = 1 + \frac{\alpha_3}{16\Psi_{0.5}^{(0)}} \left\{ \frac{J_{2l}(\Psi_{0.5}^{(0)})}{J_{1l}(\Psi_{0.5}^{(0)})} \left[1 - \frac{J_4(\Psi_{0.5}^{(0)})}{J_2(\Psi_{0.5}^{(0)})} + \frac{J_4^2(\Psi_{0.5}^{(0)})}{2J_2^2(\Psi_{0.5}^{(0)})} \right] + \frac{1}{16} \frac{9J_3(\Psi_{0.5}^{(0)}) - 5J_5(\Psi_{0.5}^{(0)}) + J_7(\Psi_{0.5}^{(0)})}{J_2(\Psi_{0.5}^{(0)})} \right\} = 1 + \alpha_3 \cdot 0.02273, \quad (18)$$

где $\Psi_{0.5}^{(0)}$ - полуширина ДН в отсутствие ошибок.

Погрешность расчетов по (11) не превышает 4% для $\alpha \leq 1$ и 8% для $\alpha \leq 3$, а по (12) и (13) она менее 1% для $\alpha \leq 3$.

На рис. 3 изображены зависимости относительной ширины средней ДН по уровню 0.5 от величины дисперсии при различных видах ошибок. Из (11) – (13) и рис. 3 следует, что для всех типов ошибок расширение главного лепестка пропорционально дисперсии. При этом наибольшую опасность представляют линейные ошибки, потом кубические и менее всего влияют на ширину ДН квадратичные ошибки. Так расширение средней ДН при $\alpha = 2$ по сравнению со случаем, когда ошибки отсутствуют, составляют приблизительно

3%, 4% и 0.5% для линейных, кубических и квадратичных фазовых ошибок соответственно.

Экстремумы средней диаграммы направленности.

Основные закономерности изменения значений и положения экстремумов средней ДН при увеличении дисперсии видны из рис. 4 и 5. Как следует из рис.5, на котором приведены зависимости значений первого и второго минимумов средней ДН по мощности от дисперсии, уровень минимумов при всех видах ошибок с ростом α монотонно растёт. При линей-

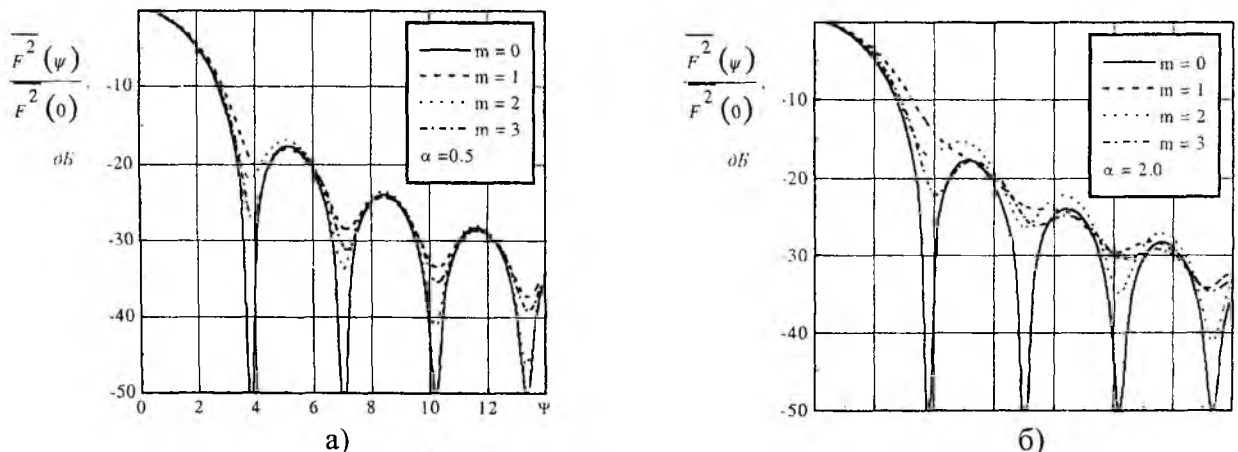


Рис. 4

ных и кубических ошибках минимумы монотонно смещаются в область больших значений ψ (удаляются от главного максимума). Значения этих смещений невелики. При квадратичных ошибках их положение практически не меняется. При этом обнаруживаются следующие особенности. Величины первых минимумов в порядке их убывания располагаются так

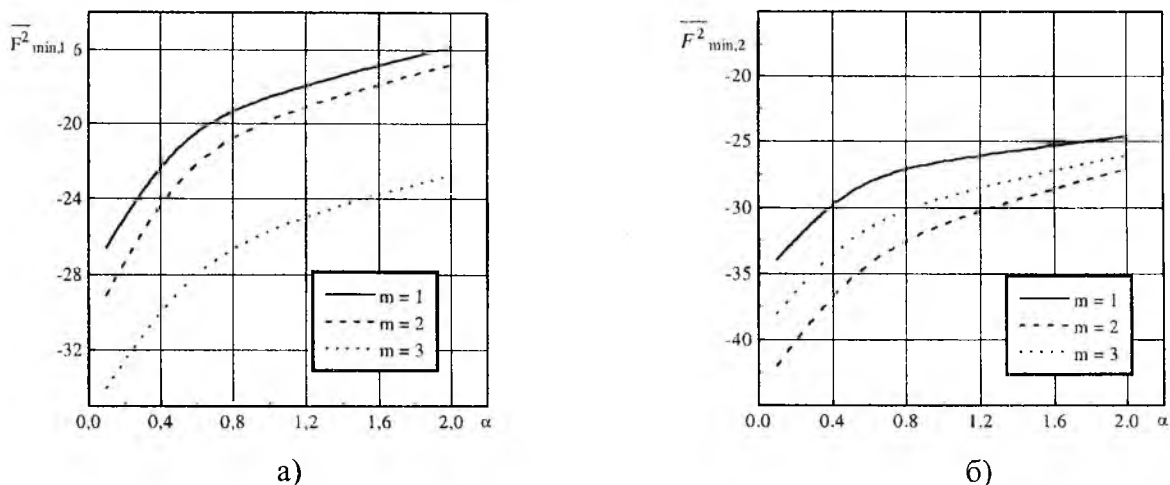


Рис. 5

(рис 5): наибольшее значение имеют минимумы при линейных ошибках, затем при квадратичных и кубических соответственно.

Начиная со второго минимума и далее, картина меняется. Минимумы для линейных ошибок по-прежнему наибольшие, а для квадратичных и кубических меняются местами – минимумы при кубических ошибках становятся больше, чем при квадратичных. Таким образом, наибольшее "заплывание" всех нулей невозмущенной ДН (ДН в отсутствие ошибок) имеет место при линейных ошибках. Влияние же квадратичных и кубических проявляется различным образом для нулей с разными номерами. Так, если в области первого, ближайшего к главному лепестку, влияние квадратичных ошибок больше чем при кубических, то, начиная со второго, большее влияние оказывают кубические.

Зависимости приращения уровней боковых лепестков от изменении α_m показаны на

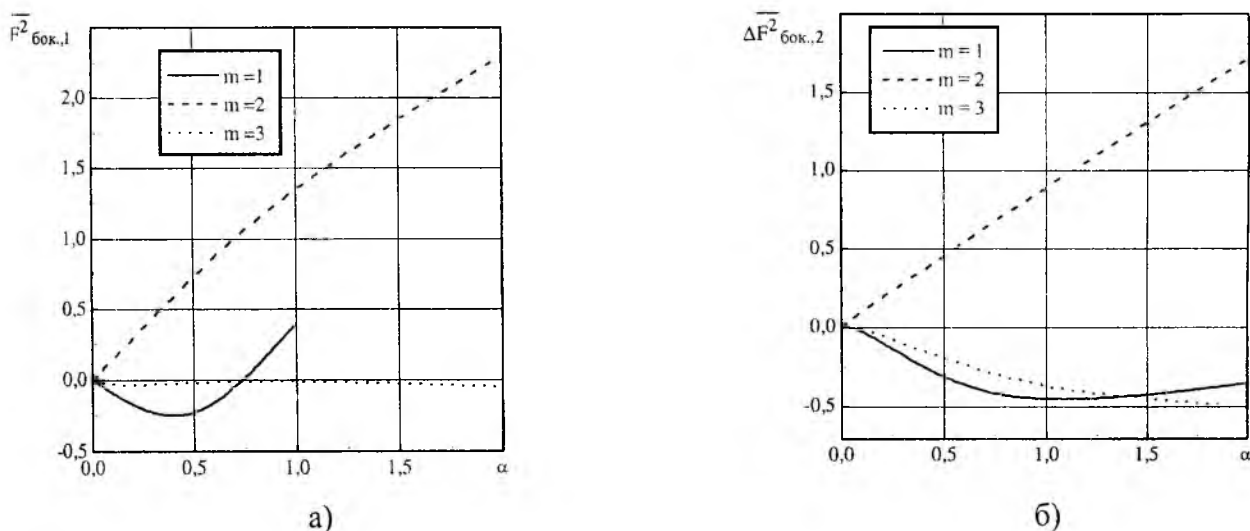


Рис. 6

рис. 6. Видно, что характер изменения уровня боковых лепестков существенно зависит от вида ошибок. При линейных и кубических с увеличением α_m вначале наблюдается некоторое (незначительное – не более 0.5 дБ) снижение величин первого и второго лепестков, а за-

тем их рост и исчезновение вследствие поглощения фоном рассеянной мощности, при этом область значений α , при которых существует второй лепесток, значительно больше.

Характер влияния регулярных квадратичных ошибок на вид средней ДН в области боковых лепестков существенно отличается от рассмотренного выше. Во-первых, боковые лепестки четко выражены для значительно большей области значений дисперсии. Во-вторых, имеет место монотонный рост величины лепестков независимо от их номера. При этом закон, по которому увеличивается приращение уровня боковых лепестков в дБ с ростом дисперсии, близок к линейному.

Таким образом, влияние регулярных фазовых ошибок в основном носит тот же характер, что и случайных – происходит расширение средней ДН по мощности и рост уровня боковых лепестков. Однако, если наиболее опасным, с точки зрения расширения средней ДН и уменьшения мощности в направлении главного максимума, являются линейные ошибки, то с точки зрения роста УБЛ – квадратичные.

Список литературы: 1. Шифрин Я.С. Вопросы статистической теории антенн. М.: Сов. радио, 1970. 383 с. 2. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Сов. радио, 1966. 728 с. 3. Купер Дж., Макгиллем К. Вероятностные методы анализа сигналов и систем: Пер.с англ. М.: Мир, 1989. 376 с. 4. Silver S. Microwave Antenna Theory and Design. New-York.: McGraw-Hill Book Company, 1949. P. 312.

*Харьковский национальный
университет радиоэлектроники*

Поступила в редколлегию 19.03.2002