

# ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ БЕЗОПАСНОЙ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Дзюндзюк Б.В., Стыценко Т.Е.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

The object of study is the cost of protection against harmful factors; the considered model is the system of nonlinear differential equations, which is the subject of the study.

The work deals with the numerical analysis of the critical modes of systems with protection from harmful influences. The numerical solution of the general problem and the analytical solution, in the case of a fixed expected harmful effects, is made to estimate the cost of defense that is necessary.

Одним из важнейших элементов экономики Украины всегда было и продолжает оставаться промышленное производство, которое отнюдь не безопасно в принципе, и уже изрядно устарело как морально, так и физически. В этой связи устройства и объединяющие их системы защиты персонала и окружающего населения особенно актуальны. Известно, что безопасность и эффективность производства являются противоречивыми критериями. Их объединение в единый возможно лишь в надсистеме. Такой подход позволил рассмотреть модель «человек-машина-среда с защитой» как модель конкуренции двух факторов – безопасности и эффективности.

Как базовая модель – основа для модификации – взята система обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающая основные законы конкуренции, и известная в экологии как модель сосуществования видов.

Необходимо было проверить, что несмотря на упрощенность модели, основные характеристики и зависимости системы должны проявиться. На основании результатов, полученных в ходе работы, проведен анализ бифуркаций системы защиты, т.е. выяснен сценарий потери устойчивости и эффективности защиты с функцией  $z(t)$ , или функционалом  $U$ , которая может управляться программно или штурманно – в зависимости от величины вредного фактора  $u(t)$ . Стоимость защиты  $U(z)$  естественно считать монотонно растущей функцией от  $z$ .

Вредное воздействие можно записать, в первом приближении, в виде интеграла

$$U = \int_0^T u(t) dt.$$

Рассмотрим интенсивность биовоздействия  $U$  в питательной ситуации ( $U' \leq 0$ ).

В критической ситуации (положительная обратная связь) скорость роста  $U' > 0$ .

Если естественно считать, что:

$$U' = f(U, V); V' = g(U, V),$$

где  $f$  и  $g$  — гладкие функции, монотонно растущие по первому аргументу, при определенных условиях

$$f(0, V) = g(0, V) = 0, \forall U, V.$$

Интересно общий случай системы дифференциальных уравнений, которая имеет поведение системы, имеет вид:

$$\begin{cases} u'(t) = \alpha u(t) - \beta z u(t) \\ z'(t) = F(u(t), z(t)) \end{cases}$$

при ограничениях  $u \geq 0, z \geq z_0$  ( $z_0$  — стационарная защита).

Функция  $F(u, z)$  может принимать вид:

1)  $F(u(t), z(t)) = \gamma u(t);$

2)  $F(u, z) = \gamma u - \delta z;$

3)  $F(u, z) = \gamma_1 u + \gamma_2 u^2 - \delta_1 z - \delta_2 z^2.$

Решение этой системы дифференциальных уравнений не всегда возможно найти аналитически. Поэтому для нахождения функций защиты и вредного воздействия используются численные методы решения систем дифференциальных уравнений в пакете Mathematica-8. Система исследована на устойчивость при различных функциях  $F$  и значениях параметров подсистемы защиты ( $\alpha, \beta, \gamma$ ).

В работе было произведено детальное численно-аналитическое исследование критических режимов нелинейных динамических систем с внешним воздействием и инерцией. Проведена оптимизация затрат на систему защиты при ограничениях на её количество. В математическом пакете Mathematica был осуществлен расчет стоимости инерции. Для расчета функционала стоимости системы динамической защиты

$$\bar{c} = \int_0^T C(z(t) - z_0) dt$$

воспользовались эмпирическими функциями стоимости для случаев:

а)  $c(z) = z;$  б)  $c(z) = z^2;$  в)  $c(z) = z \ln z.$

Исследования носят прикладной характер, так что результаты работы могут заинтересовать специалистов, занимающихся исследованием и разработкой систем безопасности на производстве.