

## К ОЦЕНКЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ПРЕДПОЛОЖЕНИЙ, ЛЕЖАЩИХ В ОСНОВЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ ПЕРВОГО УРОВНЯ

Проблема теоретического анализа спектров выходных сигналов вакуумных сверхвысокочастотных приборов приобрела в настоящее время значительную актуальность в связи с ухудшением электромагнитной совместимости многочисленных систем телекоммуникаций, вещания и радиолокации, а также перспективами использования широкополосных усилителей на лампах бегущей волны в оконечных каскадах стационарных многоканальных передатчиков мобильной связи [1]. В этой связи весьма своевременным следует считать недавно разработанный спектральный подход к моделированию взаимодействия замедленных электромагнитных волн с распределенными электронными потоками [2].

В работе [3] изложены общие принципы спектрального моделирования СВЧ-приборов, содержащих замедляющую структуру (ЗС) и электронный поток. Спектральные модели классифицированы на несколько уровней, отличающихся, главным образом, методикой расчета соленоидальных полей ЗС. В частности, к первому уровню относятся модели, пренебрегающие запаздывающими потенциалами в пределах расстояний, сравнимых с периодом ЗС, но учитывающие электромагнитное поле каждой ячейки резонаторной структуры в отдельности. Решения трехмерных волновых уравнений для соленоидальных полей  $\vec{E}_n^{sol}(t, x, y, z)$  и  $\vec{B}_n(t, x, y, z)$  в произвольном  $n$ -м резонаторе записываются методом Фурье в виде рядов по собственным (ортогональным) колебаниям полости с пространственными структурами  $\vec{E}_{0pn}(x, y, z)$ ,  $\vec{B}_{0pn}(x, y, z)$  ( $p$  – номер вида колебания) и гармоническими временными коэффициентами  $T_{pn}(t)$ .

Для каждой полосы пропускания ЗС обычно достаточно учитывать только по одному члену ряда ( $p = \text{const}$ ). Это позволяет трактовать резонаторную структуру в пределах полосы пропускания как эквивалентную колебательную систему с  $N$  степенями свободы ( $N$  – число ячеек ЗС), подверженную внешнему воздействию входным сигналом и возбуждающим током. Строго говоря, такой подход корректен только для монохроматических полей. Однако, если пренебречь частотной зависимостью структуры поля парциального вида, эту эквивалентную систему можно считать линейной. Как следствие, решение для гармонического колебания в ней может быть применено к полям с произвольными зависимостями  $T_{pn}(t)$  в пределах действия данного предположения. Считается, что для большинства ЗС в виде цепочек связанных резонаторов, которые являются существенно квазистатическими, такое приближение обычно справедливо в широком частотном диапазоне вплоть до всей полосы пропускания замедляющей структуры.

Пространственные структуры  $\vec{E}_{0n}(x, y, z)$  и  $\vec{B}_{0n}(x, y, z)$  могут быть найдены в результате решения уравнения Гельмгольца для каждой ячейки ЗС. Существенно, что эти структуры важны только в пространстве взаимодействия (где присутствует электронный поток), но не в самих полостях. Решения уравнения Гельмгольца можно получить численным путем на сетке или аналитически (например, разложением в ряды Фурье по пространственным гармоникам) с заданными граничными условиями на поверхностях, разделяющих резонаторы и пространство взаимодействия.

Как правило, модели первого уровня используют метод мгновенных значений, заключающийся в решении линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка (уравнения возбуждения) для вектора мгновенных значений напряженности электрического или индукции магнитного поля в резонаторах  $T_n(t)$ , которое в матричной форме записывается как [4]:

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + 2\|\delta_0\| \frac{dT}{dt} + \|\omega_0\|^2 T = -\frac{1}{2} \|W_0\|^{-1} \int_V \vec{E}_0 \frac{\partial \vec{j}_{exc}}{\partial t} dV. \quad (1)$$

Здесь  $T(t)$  – вектор  $N$  временных функций соленоидального электрического поля в ячейках;  $\|\omega_0\|^2$  – матрица  $N \times N$  квадратов собственных частот и коэффициентов связи парциальных видов ячеек;  $\|\delta_0\|$  – матрица коэффициентов затухания;  $\|W_0\|$  – матрица единичных энергий;  $\vec{E}_0(x, y, z)$  – вектор единичных структурных функций электрического поля парциальных видов колебаний ячеек ЗС;  $\vec{j}_{exc}(t, x, y, z)$  – плотность возбуждающего (exciting) тока. Под единичными понимаются структурная функция собственного вида  $n$ -го резонатора и энергии поля в  $n$ -й полости и элементах связи с ней при условии, что  $T_n = 1, T_{nn} = 0$  ( $nn \neq n$ ). Интегрирование производится по объемам, в которых функции  $\vec{E}_{0n}(x, y, z)$  отличны от нуля, или по всему пространству прибора.

Как указано выше, одним из основных предположений, лежащих в основе уравнения (1), является неизменность структуры поля парциальных видов колебаний во всей полосе анализируемых частот. Именно оно обуславливает линейность данного уравнения. Однако в работе [4] это предположение принято без каких-либо обоснований. Естественно, такая ситуация не позволяет использовать на практике метод мгновенных значений с достаточной уверенностью в корректности получаемых с его помощью результатов. Поэтому целью данной статьи является проверка адекватности вышеуказанного приближения и оценка погрешностей, возникающих из-за неучета частотной зависимости структуры поля собственного парциального вида колебания резонатора  $\vec{E}_0(x, y, z, \omega)$ .

Рассмотрим один из резонаторов прямоугольной гребенчатой ЗС с шириной  $\Delta X$ , длиной  $\Delta Z$ , глубиной щели  $y_{cav}$  и толщиной зазора  $g$  (рис. 1). Такая система выбрана как одна из самых простых для анализа и в то же время наименее «квазистатичных». Замедляющая структура расположена на расстоянии  $\Delta Y$  от гладкого металлического электрода. В качестве критерия оценки степени непостоянства пространственной структуры парциального вида в диапазоне частот целесообразно выбрать относительное изменение единичной энергии его электрического поля  $W_0$ , вычисленной по формуле [5]:

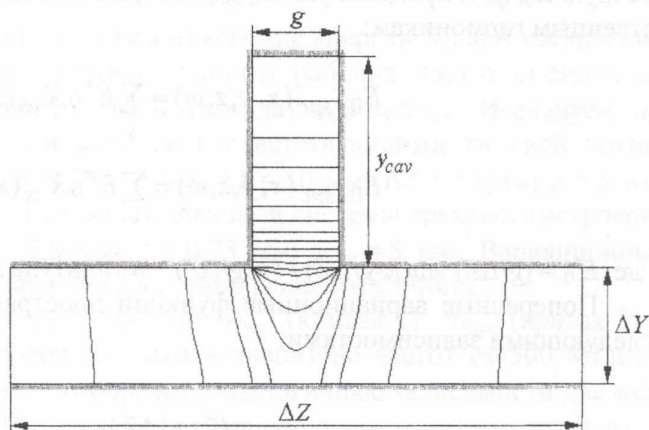


Рис. 1

$$W_0 = \frac{\epsilon_0}{2} \int_V \epsilon |\vec{E}_0|^2 dV, \quad (2)$$

где  $V$  – объем, занимаемый полем колебания. Одна часть данной энергии ( $W_{0cav}$ ) сосредоточена внутри резонатора, в объеме полости (cavity)  $V_{cav} = \Delta X y_{cav} g$ . Вторая часть ( $W_{0spc}$ ) распределена вне этой полости, в пространстве взаимодействия (space)  $V_{spc} = \Delta X \Delta Y \Delta Z$ . Вычислим энергию  $W_0$  как сумму указанных частей, найденных по отдельности.

Нетрудно показать (см., например, [6]), что при неучете краевых эффектов напряженность электрического поля в пределах резонансной полости имеет единственную продольную составляющую  $E_{0z\,cav}$ , зависящую от поперечных координат  $x, y$  и частоты следующим образом:

$$E_{0z\ cav}(x, y, \omega) = X_z(x) \frac{\sin(\omega y/c)}{\sin(\omega y_{cav}/c)} \quad (3)$$

(здесь для удобства координата  $y$  отсчитывается от дна щели в направлении пространства взаимодействия,  $c$  – скорость света). В узких ЗС вариационную функцию  $X_z(x)$  можно считать не зависящей от частоты.

Подставляя выражение (3) в формулу (2), получаем:

$$W_{0cav}(\omega) = \frac{\varepsilon_0 g}{2 \sin^2(\omega y_{cav}/c)} \int_0^{\Delta X} X_z(x)^2 dx \int_0^{y_{cav}} \sin^2(\omega y/c) dy. \quad (4)$$

Обозначим:

$$\frac{1}{\Delta X} \int_0^{\Delta X} X_z(x)^2 dx = \overline{X_z^2}, \quad (5)$$

где  $\overline{X_z^2}$  – усредненное по ширине ЗС значение  $X_z^2(x)$ . Тогда после интегрирования (4) по координате  $y$  имеем:

$$W_{0cav}(\omega) = \frac{\varepsilon_0 \overline{X_z^2}}{4 \sin^2(\omega y_{cav}/c)} \left[ 1 - \frac{\sin(2\omega y_{cav}/c)}{2\omega y_{cav}/c} \right] V_{cav}. \quad (6)$$

В пространстве взаимодействия структурная функция имеет две составляющие: поперечную  $E_{0y\ spc}$  и продольную  $E_{0z\ spc}$ , которые можно записать в виде рядов Фурье по пространственным гармоникам:

$$\begin{aligned} E_{0y\ spc}(x, y, z, \omega) &= \sum_s E_0^s X_{ys}(x) Y_{ys}(y, \omega) \sin \frac{2\pi s}{\Delta Z} z, \\ E_{0z\ spc}(x, y, z, \omega) &= \sum_s E_0^s X_{zs}(x) Y_{zs}(y, \omega) \cos \frac{2\pi s}{\Delta Z} z, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $E_0^s = (g/\Delta Z) \sin(\pi s g/\Delta Z) / (\pi s g/\Delta Z)$  – амплитуда  $s$ -й пространственной гармоники.

Поперечные вариационные функции пространственных гармоник  $Y_{ys}$ ,  $Y_{zs}$  описываются следующими зависимостями:

$$\begin{aligned} Y_{ys}(y, \omega) &= \pm \frac{(2\pi s/\Delta Z)}{\sqrt{(2\pi s/\Delta Z)^2 - (\omega/c)^2}} \frac{\text{ch}\left(\sqrt{(2\pi s/\Delta Z)^2 - (\omega/c)^2} y\right)}{\text{sh}\left(\sqrt{(2\pi s/\Delta Z)^2 - (\omega/c)^2} \Delta Y\right)}, \\ Y_{zs}(y, \omega) &= \frac{\text{sh}\left(\sqrt{(2\pi s/\Delta Z)^2 - (\omega/c)^2} y\right)}{\text{sh}\left(\sqrt{(2\pi s/\Delta Z)^2 - (\omega/c)^2} \Delta Y\right)} \end{aligned} \quad (8)$$

(здесь координата  $y$  отсчитывается от гладкого электрода в направлении ЗС).

Воспользовавшись равенством Парсеваля [7], вычислим энергию  $W_{0spc}$  как сумму парциальных энергий пространственных гармоник  $W_{0spc\ s}$ . Подставляя (7) и (8) в формулу (2) и интегрируя по объему  $V_{spc}$ , после несложных преобразований находим, что энергия нулевой гармоники равна:

$$W_{0spsc0}(\omega) = \frac{\varepsilon_0 X_{z0}^2}{4 \sin^2(\omega \Delta Y / c)} \left( \frac{g}{\Delta Z} \right)^2 \left[ 1 - \frac{\sin(2\omega \Delta Y / c)}{2\omega \Delta Y / c} \right] V_{spsc} \quad (9)$$

Энергии остальных пространственных гармоник вычисляются по формуле:

$$W_{0spsc s}(\omega) = \frac{\varepsilon_0}{8 \operatorname{sh}^2 \left( \sqrt{(2\pi s / \Delta Z)^2 - (\omega / c)^2} \Delta Y \right)} \left[ \frac{g}{\Delta Z} \cdot \frac{\sin(\pi s g / \Delta Z)}{\pi s g / \Delta Z} \right]^2 \times$$

$$\times \left\{ \frac{(2\pi s / \Delta Z)^2}{(2\pi s / \Delta Z)^2 - (\omega / c)^2} \cdot \left[ \frac{\operatorname{sh} \left( 2\sqrt{(2\pi s / \Delta Z)^2 - (\omega / c)^2} \Delta Y \right)}{2\sqrt{(2\pi s / \Delta Z)^2 - (\omega / c)^2} \Delta Y} + 1 \right] \overline{X_{ys}^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{\operatorname{sh} \left( 2\sqrt{(2\pi s / \Delta Z)^2 - (\omega / c)^2} \Delta Y \right)}{2\sqrt{(2\pi s / \Delta Z)^2 - (\omega / c)^2} \Delta Y} - 1 \right] \overline{X_{zs}^2} \right\} V_{spsc} \quad (10)$$

где значения  $\overline{X_{ys}^2}$  и  $\overline{X_{zs}^2}$  определяются по формулам, аналогичным (5).

Суммарная единичная энергия электрического поля парциального вида, очевидно, равна:

$$W_0(\omega) = W_{0cav}(\omega) + \sum_s W_{0spsc s}(\omega) \quad (11)$$

Исходя из полученной формулы, проанализируем изменение энергии  $W_0$  при увеличении частоты колебания от предположительной нижней границы рабочих частот системы до верхней границы полосы пропускания гребенчатой ЗС ( $\pi$ -вида)  $\omega_\pi \approx \pi c / 2y_{cav}$ . Исследуем две структуры. Геометрические размеры первой возьмем соответствующими типовой магнетронной системе дециметрового диапазона:  $\Delta X = 40$  мм;  $\Delta Y = 10$  мм;  $\Delta Z = 50$  мм;  $g = 5$  мм;  $y_{cav} = 30$  мм. Вторую структуру выберем на основе аналогичной системы трехсантиметрового диапазона:  $\Delta X = 5$  мм;  $\Delta Y = 1,5$  мм;  $\Delta Z = 7,5$  мм;  $g = 0,75$  мм;  $y_{cav} = 5$  мм. Вариационные функции  $X_y(x)$  и  $X_z(x)$  в обоих случаях считаем тождественно равными единице.

На рис. 2 показаны частотные зависимости энергий  $W_{0cav}$  (кривая 1),  $W_{0spsc}$  (кривая 2) и суммарной энергии  $W_0$  (кривая 3) для первой системы в диапазоне частот от 500 МГц до 2500 МГц (примерная частота  $\pi$ -вида). Рис. 3 изображает аналогичные зависимости для второй системы в диапазоне от 2,5 ГГц до 15 ГГц (также ориентировочная частота  $\pi$ -вида). В обоих случаях суммирование рядов Фурье производилось по пространственным гармоникам с номерами  $-80 \leq s \leq +80$  [8].

Из рисунков видно, что изменение суммарной единичной энергии парциального вида в полосе частот свыше двух октав не превышает 35 ... 40 % его энергии в нижней части этого диапазона или 30 ... 35 % энергии в середине диапазона. При этом относительное изменение энергии той части поля, которая распределена в пространстве взаимодействия, составляет во всей полосе лишь 10 ... 15 %. Это означает, что игнорирование частотной зависимости структуры поля парциального вида в моделях первого уровня практически не ухудшает точности расчета интегралов в правых частях уравнений возбуждения. Погрешности возможны только вследствие неточности нормировки этих интегралов к суммарной единичной энергии колебаний. Учитывая, что основная часть энергии спектра ВЧ-поля в системах на базе ЦСР сосредоточена в относительной полосе частот не более 10 ... 20 %, можно сделать вывод о том, что предлагаемая методика является вполне приемлемой. Кроме того, для более «квази-

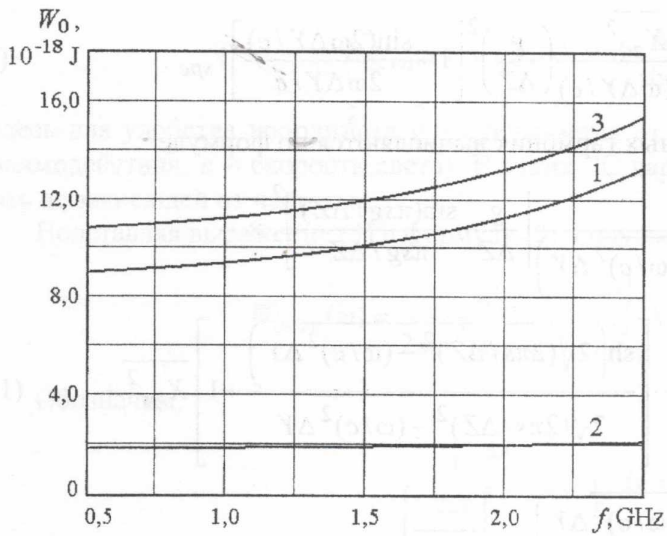


Рис. 2

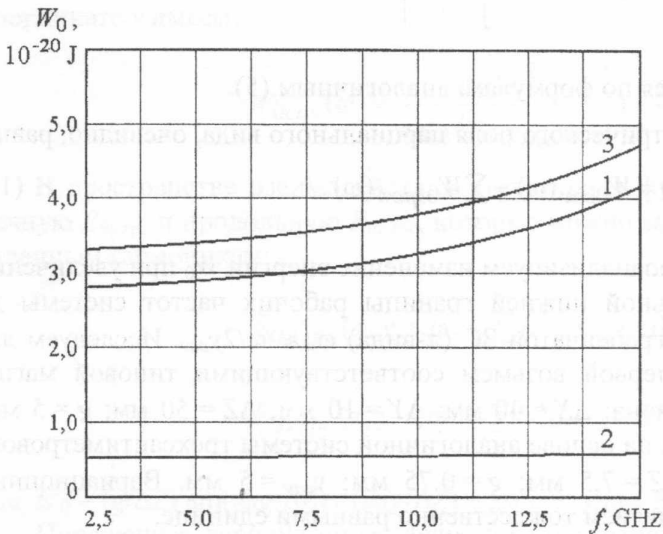


Рис. 3

статичных» резонаторов (тороидальных или типа «щель-отверстие») частотные вариации составляющей энергии  $W_{0sav}$  будут, очевидно, еще меньше.

Таким образом, в данной работе проведено обоснование базового предположения, лежащего в основе метода мгновенных значений. Это позволяет оценить корректность спектральных моделей СВЧ-приборов первого уровня, использующих главным образом указанный метод. Установлено, что структуру поля парциального вида можно с достаточной степенью точности считать независимой от частоты во всей полосе пропускания замедляющей структуры. Помимо СВЧ-электроники полученные результаты могут быть полезны в других областях науки и техники, в частности, при проектировании ускорителей заряженных частиц.

**Список литературы:** 1. Goebel D.M., Liou R.R., Menninger W.L., Zhai X., Adler E.A. Development of Linear Traveling Wave Tubes for Telecommunications Applications // IEEE Trans. Electron Devices. 2001. V. 48, No. 1. P. 74 – 81. 2. Грицунов А.В., Чурюмов Г.И. Спектральное моделирование СВЧ-приборов // Материалы междунар. межвуз. конф. «Современные проблемы электроники и радиофизики СВЧ». Саратов: Изд-во ГосУНЦ «Колледж», 2001. С. 31 – 34. 3. Gritsunov A.V. On Spectral Modeling of Microwave Devices // Telecomm. and Radio Engineering. 2001. V. 55, No. 8. P. 98 – 102. 4. Грицунов А.В. К выводу уравнения возбуждения цепочки связанных резонаторов для метода мгновенных значений // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2001. Вып. 121. С. 156 – 162. 5. Федоров Н.Н. Основы электродинамики. М.: Высш. школа, 1980. 399 с. 6. Силин Р.А., Сазонов В.П. Замедляющие системы. М.: Сов. радио, 1966. 632 с. 7. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986. 512 с. 8. Грицунов А.В. К интегрированию матричного уравнения возбуждения резонаторной замедляющей системы // Радиотехника: Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 2002. Вып. 127. С. 89 – 94.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 29.04.2003