УДК 681.335.2

В. А. АЛЕКСЕЕВ, канд. техн. наук, О. В. МИХАРЕВА

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТОЧНОСТИ АНАЛОГО-ЦИФРОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ НА РАННИХ ЭТАПАХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Введение

Разработка и получение АЦП с заданными свойствами связанно с решением многих задач, среди которых немалое место занимают вопросы оценки свойств АЦП на ранних этапах разработки (проектирования). Если для изделий массового выпуска управление качеством изделий может быть сведено к изменению свойств от партии к партии, то в уникальных системах, каковыми иногда являются информационно-измерительные системы и АЦП как их составляющие, одна из важнейших задач современного управления процессом разработки систем состоит в том, чтобы своевременно получить количественную оценку нужных свойств.

Известно, что процесс управления свойствами изделия, будь-то сравнительно простое устройство или сложная система, сводиться к получению сигнала рассогласования между заданной эталонной величиной – и выходным значением процесса и к уменьшению этой разности до минимально возможной проведением структурных изменений в схеме или качественных измерений комплектующих элементов. Роль эталона, при управлении качеством, выполняют обычно требования технического задания или принятый уровень – стандарт для данного свойства, а роль выходной величины – оценки соответствующих показателей. Известно, что изменение качества сложных систем возможно на всех фазах их существования: от выработки технического задания до эксплуатации готового изделия включительно. Однако наибольшие успехи в достижении желаемых результатов и с меньшими затратами могут быть получены на ранних этапах разработки, когда система как изделие еще не существует.

Общий подход к вопросам повышения точности и быстродействия время – импульсных АЦП уже был изложен в литературе [1]. Были указаны пути и средства снижения погрешности, методы повышения быстродействия на этапе структурного синтеза. При разработке конкретного АЦП необходимо не только использовать в совокупности все указанные пути и средства повышения точности и быстродействия [2], но и получить количественные оценки практикуемой системы т.е. вычислить значения энтропийной погрешности, информационной способности и быстродействия. Если быстродействие определяется периодом развертывающей функции или периодом совпадения регулярных импульсных последовательностей и может быть определено относительно просто, то вопрос об оценке суммарной погрешности или информационной способности решается гораздо сложнее и основан на суммирование составляющих погрешностей, на знании функций их распределения и функции распределения выходной величины.

Для инвариантных двухканальных АЦП с образцовой величиной на входе, вопрос об основных систематических погрешностях решается однозначно. Если к реализации может быть принята двухканальная структура, то систематически погрешности понижаются до уровня, которым, в случае линейной развертывающей функции, можно пренебречь. Выше уже были найдены возможности понижения методической погрешности квантования. Рассмотрим теперь вопрос о случайных погрешностях, остающихся после их уменьшения методическими, структурными и схемными методами, а также о способах их суммирования.

При выборе такого или иного метода суммирования составляющих погрешности определяющим признаком является разделение погрешностей не на систематические и случайные, а разделение их по признаку сильной или слабой взаимной корреляционной связи [3].

Теория вероятностей для дисперсии суммы двух случайных величин, как известно [4], дает следующее выражение:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \sigma_1^2 + 2r\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2 \qquad (1)$$

Отсюда среднеквадратическая результирующая погрешность

$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\sigma_1^2 + 2r\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2}\,. \tag{2}$$

где r – коэффициент корреляции этих величин.

Исходя из этого общего выражения, при сильной взаимосвязи случайных величин, когда коэффициент корреляции $r = \pm 1$, получаем

$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\sigma_1^2 + 2r\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2^2} = \sigma_1 \pm \sigma_2, \tag{3}$$

т.е правило алгебраического суммирования составляющих.

При слабой корреляционной связи или ее отсутствии, т.е при $r \approx 0$, для неизвестных или слабо зависимых величин имеем

$$\sigma_\varepsilon = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\,, \tag{4}$$

т.е правило геометрического суммирования составляющих.

В современных измерительных устройствах общее число подлежащих суммированию составляющих погрешности может достигать нескольких десятков. В этих условиях точный учет всех взаимных корреляционных связей весьма сложен. Поэтому можно использовать упрощенный подход к определению взаимной корреляции погрешностей [3].

Если ряд погрешностей одного или нескольких преобразователей вызывается одной и той же причиной, в результате чего они оказываются достаточно сильно коррелированными, то коэффициент их взаимной корреляции принимается равным +1 или -1. Если же, наоборот, погрешности вызываются причинами, не имеющими между собой явной связи, то их корреляция принимается равной нулю, никакие промежуточные значения коэффициента корреляции в расчет не берутся.

Исходя из этого, для суммирования погрешностей прежде всего надо выделить группы погрешностей, сильно коррелированных между собой. Вследствие жесткой взаимной корреляции и общей причины, вызывающей эти погрешности, они будут иметь общую функцию распределения вероятностей, и форма результирующей функции распределения будет такой же. Поэтому внутри каждой из этих групп погрешности должны складываться алгебраически с учетом знаков.

Результирующие погрешности, полученные после суммирования в каждой из групп, уже не имеют между собой заметных корреляционных связей. Поэтому безотносительно к тому, являются ли эти погрешности в обычном понимании систематическими или случайными они должны суммироваться по правилам суммирования независимых случайных погрешностей.

Рассмотренные правила суммирования позволяют найти

$$\sigma_\varepsilon = f(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n). \tag{5}$$

Однако каждая из независимых составляющих характеризуется своей функцией распределения вероятностей. Функция распределения вероятностей результирующей погрешности является композицией (сверткой) функций распределения составляющих и может весьма значительно от них отличается. Поэтому результирующая погрешность определяется не только значениями суммируемых погрешностей, но и их функциями распределения. Таким образом, задача сводиться к построению функции распределения суммы независимых случайных величин.

Но прежде чем перейти к построению функции распределения суммы необходимо выяснить, как находить функции распределения составляющих.

Определение плотностей вероятностей составляющих погрешностей является самостоятельным большим разделом исследований и может быть выполнено совместно с рассмотрением конкретных типов АЦП и реализующих их элементов. Однако некоторые составляющие случайные погрешности и их статистические характеристики являются общими для всех АЦП и приведены в следующем разделе.

Некоторые составляющие общей погрешности АЦП и их статические характеристики

Погрешность, вносимая тепловыми шумами, подробно исследована в [3] при рассмотрении вопросов измерения амплитуды, времени и частоты. Найденное там значение относительной среднеквадратической погрешности измерения амплитуды, вызванное тепловыми шумами, определяются выражением

$$\sigma_{ш} = \sqrt{\frac{2K\theta^{\circ}}{Pt}}. \tag{6}$$

где $K = 1.83 \cdot 10^{-23}$ *Дж / град* – постоянная Больцмана; θ° – абсолютная температура; Pt – энергия сигнала в Джоулях.

Для случая измерения периода переменного электрического тока с амплитудой U и периодом T в [3] найдено, что

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{1}{2\pi} = \frac{\Delta U}{U}. \tag{7}$$

где Δt и ΔU – суммарные погрешности измерения периода и амплитуды, вызванные тепловыми шумами.

Учитывая (6) и (7), имеем

$$\sigma_{ш.в.} = \frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{2K\theta^{\circ}}{Pt}}, \tag{8}$$

где $\sigma_{ш.в.}$ – среднеквадратическая погрешность периода, вызванная тепловыми шумами.

Известно, что тепловые шумы распределены нормально

$$P_{ш.в.}(t) = \frac{1}{\sigma_{ш.в.}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-a)}{2\sigma^2_{ш.в.}}}. \tag{9}$$

Погрешность квантования является методической, и для классических АЦП принято считать ее равномерно распределенной внутри шага квантования $T_{кв}$. Известно, что при наличии большого числа областей квантования, когда эта погрешность соизмерима с другими составляющими, она ведет себя случайно и суммируется как независимая. Ее плотность

$$P_{кв}(t) = \begin{cases} \frac{1}{T_{кв}}, \text{ при } |t-a| < \frac{T_{кв}}{2} \\ 0, \text{ при } |t-a| > \frac{T_{кв}}{2} \end{cases}, \tag{10}$$

дисперсия

$$\sigma^2_{кв} = \frac{T^2_{кв}}{12}.$$

Погрешность, вызываемая синусоидальной наводкой на вход АЦП (например, у преобразователя напряжения в код), является характерной не только для АЦП, но и для других электроизмерительных приборов. Она описывается формулой [3]

$$\Delta u = U_{max} \cdot cos(\omega t).$$

Ее плотность вероятности для АЦП прямого преобразования

$$P(\Delta u) = \frac{1}{\pi\sqrt{U^2_m - (\Delta u)^2}}, \tag{11}$$

дисперсия

$$\sigma^2_{\Delta u} = \frac{U^2_m}{2}.$$

Если такая наводка имеет место во времяимпульсном АЦП, то в соответствии с [3] имеем

$$P(\Delta t)=\frac{1}{\pi\sqrt{\frac{Ts^2}{8\pi^2}\left(\frac{xm}{x_{вх}}\right)^2-(\Delta t)^2}}, \tag{12}$$

$$\sigma\Delta_t=\frac{Ts}{4\pi}\cdot\frac{xm}{x_{вх}}.$$

(здесь T_S – период развертывающей функции; x_m и $x_{вх}$ – максимальные значения помехи и входной величины).

Погрешность, вносимую частичным совпадением импульсов при измерениях, основанных на принципе совпадения регулярных импульсных последовательностей, в первом приближении можно считать равномерно распределенной внутри 2τ. Однако эта оценка очень грубая. Рассмотрим вопрос подробнее.

В результате совпадения импульсов двух регулярных последовательностей на выходе схемы совпадений имеет место импульс, форма которого [5,6] определяется выражением

$$u_{1,2}(t,\delta)=u_1(t)\cdot u_2(t-\delta), \tag{13}$$

где $u_1(t)$ и $u_2(t)$ – функции, описывающие форму импульсов, участвующих в процессе совпадения; δ – сдвиг импульсов, вносящих погрешность в начало отсчета, функцию распределения которой предстоит определить.

Огибающая значений функции $u_{1,2}(t,\delta)$ для значений $-\tau\langle\delta\langle\tau$ описывается взаимокорреляционной функцией $R_{1,2}(\delta)$ и представляет собой распределение величины $u_{1,2}(t,\delta)$ внутри интервала 2τ. Отсюда вытекает правило построения функции плотности распределения вероятностей величины $u_{1,2}(t,\delta)$ в интервале 2τ:

Найти аналитическое описание формы импульсов, участвующих в процессе совпадений.

Построить $R_{1,2}(\delta)$ в соответствии с методикой, описанной в [2].

Найти величину нормирующего коэффициента C для построения $R_{1,2}(\delta)$.

Для этого площадь под кривой $R_{1,2}(\delta)$ должна быть равна единице [7, 8]. Тогда

$$P_{u_{1,2}}(\delta)=cR_{1,2}(\delta),$$

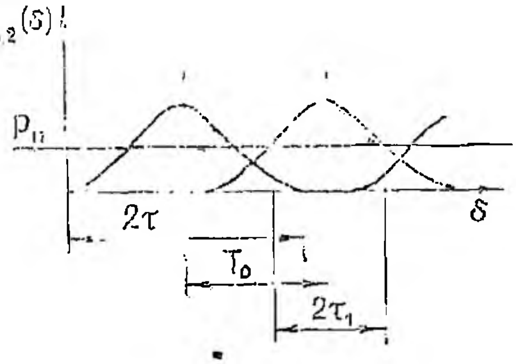
$$c\int_{-\tau}^{\tau}R_{1,2}(\delta)d\delta=1,$$

откуда

$$c=\frac{1}{\int_{-\tau}^{\tau}R_{1,2}(\delta)d\delta}.$$

Выводы

Так как кривая $R_{1,2}(\delta)$ может быть получена лишь из сложного аналитического выражения, то дисперсию σ_δ^2 найти сложно. Дальше используется методика определения суммарной погрешности. Для дальнейших построений потребуется лишь кривая распределения (см. рисунок). В качестве такой возьмем график $R_{1,2}(\delta)$, но масштаб по оси ординат примем таким, чтобы площадь под кривой была равна единице. Тем самым будет выполняться условие нормирования плотностей вероятностей; P_n – плотность распределения вероятности для суммы n-независимых случайных величин.



Список литературы: 1. *Гитис Э. И.* Преобразователи информации для электронных цифровых вычислительных устройств. М.: Энергия, 1988. 2. *Темников Ф. Е.* Методы и модели развертывающих систем. 2-е изд. М.: Энергоатомиздат. 1987. 136 с. 3. *Новицкий П. В.* Основы информационной теории измерительных устройств. Л.: Энергия, 1988. 4. *Курикша А. А.* Квантовая оптика и оптическая локация. М.: Сов.радио, 1987. 134 с. 5. *Седякин Н. М.* Элементы теории случайных импульсных потоков. М.: Сов.радио, 1965. 261 с. 6. *Лившиц А. Р., Биленко А. П.* Многоканальные асинхронные системы передачи информации (элементы теории). М.: Связь, 1974. 232 с. 7. *Тырса В. Е.* Снижение погрешностей преобразования аналогових величин в кодированный временной інтервал // Измерительная техник. 1975. №3. 8. *Вентцель Е. С., Овчиров Л. А.* Теория вероятностей. М.: Наука, 1969.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 05.11.2008