

УДК 621.385

К. П. ЯЦУК, канд. физ.-мат. наук, К. А. МАРКОВ

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ НЕРЕГУЛЯРНОЙ ЛБВ НА СВЯЗАННЫХ ЗАМЕДЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ

При исследовании взаимодействия пучка электронов с полями регулярных замедляющих систем (ЗС) в самосогласованной постановке задача сводится к совместному решению уравнений возбуждения ЗС, уравнений движения и непрерывности пучка. Задавая закон изменения полей $\sim e^{\Gamma z}$, систему дифференциальных уравнений преобразуют в дисперсионное уравнение (ДУ) относительно искомой фазовой постоянной Γ . Корни ДУ отыскиваются численными методами, а коэффициент усиления (КУ) рассчитывается по полям трех парциальных волн.

Анализ нерегулярных ЛБВ, т. е. систем, в которых ЗС или пучок изменяют свои параметры вдоль направления распространения, также

можно провести в самосогласованной постановке. При этом получится система дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами, от которой можно перейти к ДУ путем введения интегрального представления для зависящей от координаты фазы [1]. Однако при усложнении ЗС в результате использования связанных ЗС или введения диэлектриков, экранов и т. д. возникают дополнительные трудности при отыскании корней ДУ и их физической интерпретации [2].

Предлагается для нерегулярных ЛБВ провести решение задачи без перехода к ДУ путем численного интегрирования дифференциальных уравнений с определенными заранее «холодными» характеристиками ЗС и коэффициентом депрессии для пучка.

В качестве примера проанализируем взаимодействие радиально расходящегося пучка с полем связанных логарифмических спиралей на слое диэлектрика с экраном. Используем следующую модель. В плоскости $z = 0$ цилиндрической системы координат r, φ, z расположена спираль с углом намотки ψ_1 . На расстоянии $z = -a$ — вторая спираль с углом намотки ψ_2 , под ней — слой диэлектрика толщиной $(c - a)$ с $\epsilon > 1$, на расстоянии $z = -c$ — металлический экран. Начальные радиусы спиралей — r_0 . Между спиральями симметричной плоскости $z = -\frac{a}{2}$ расположен дисковый электронный пучок толщиной $2b < a$.

Задача решается в линейном приближении, пучок жестко сфокусирован, электроны имеют одно направление скорости $v_0 = v_{0r}$, движение пучка дрейфовое, спирали аппроксимируются анизотропно проводящими плоскостями, поля спиралей в пучке симметричны по азимуту. В приближении одной волны система описывается дифференциальными уравнениями [1]:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dr} + \left(j\gamma_0 + \frac{1}{2r} \right) E &= -\frac{1}{2} \beta_0 K_0 \frac{r_0}{r} I; \\ \frac{dV}{dr} + j\beta_e V - j \frac{2p^2}{h} K_0 \frac{r_0}{r} I - E &= 0; \\ \frac{dI}{dr} + j\beta_e I - j\beta_e \frac{I_0}{2V_0} V &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь E, V, I — переменные составляющие поля, потенциала и тока пучка; $K_0, \gamma_0 = \beta_0 + i\alpha$ — сопротивление связи при $r = r_0$ и фазовое число, равное β_0 при отсутствии потерь $\alpha = 0$, — характеристики «холодной» системы на заданной частоте f ; $\beta_e = \frac{\omega}{v_0}$, I_0, V_0, p^2 — постоянная распространения, ток, ускоряющее напряжение и коэффициент депрессии пучка, $\omega = 2\pi f$, $j = \sqrt{-1}$, $h = 2b$.

«Холодные» характеристики двух спиралей с диэлектриком и экраном исследованы в работе [3], где на основе численного анализа показано следующее. Для спиралей с $\Psi_1 = \Psi_2$, диэлектриком и экраном и для $\Psi_1 = -\Psi_2$ с диэлектриком и без него существуют две волны связи: «медленная» и «быстрая». В случае $\Psi_1 = \Psi_2$ сопротивление

связи «быстрой» волны R_{CB}^B соизмерно с сопротивлением связи «медленной» волны R_{CB}^M . Для спиралей с противоположной намоткой ($\Psi_1 = -\Psi_2$) R_{CB}^B значительно больше R_{CB}^M , и в некотором диапазоне частот R_{CB}^B больше сопротивления связи одинарной спирали R_{CB}^O . Для случая $\Psi_1 = \Psi_2$ без диалектрика и экрана в системе существует одна волна, сопротивление связи которой R_{CB}^{++} меньше, чем R_{CB}^O [4].

Расчет коэффициента депрессии для дискового пучка толщиной $2b$ проведем по методике работы [5], справедливой для случая $2b < a$. Сначала получим дисперсионное уравнение, для чего решим совместную систему уравнений Максвелла, уравнений движения, непрерывности и полного тока пучка. Особенность задачи — зависимость от координат постоянной составляющей плотности заряда $\rho_0(r) = \frac{\rho_0 r_0}{r}$, где ρ_0 — значение плотности заряда в начале области взаимодействия $r = r_0$. При временной зависимости $e^{j\omega t}$ для радиально расходящегося пучка переменные составляющие полей, скоростей $\bar{v}$, плотностей заряда $\bar{\rho}$ и тока $\bar{j}$ представим в виде

$$E_z = E_{z0}(z) H_0^{(2)}(\gamma r), \quad E_r = E_{r0}(z) H_1^{(2)}(\gamma r), \quad H_\phi = H_{\phi 0}(z) H_1^{(2)}(\gamma r);$$

$$\bar{v} = v(z) H_1^{(2)}(\gamma r), \quad \bar{\rho} = \rho(z) H_0^{(2)}(\gamma r), \quad \bar{j} = j(z) H_1^{(2)}(\gamma r).$$

Здесь $H_i^{(2)}(\gamma r)$ — функции Ханкеля второго рода нулевого и первого порядков ($i = 0, 1$). Такое задание переменных величин дает возможность при $\gamma r > 1$ разделить переменные в уравнениях Максвелла и получить решения в аналитическом виде. Так для E -волны в области пучка (первая область) компоненты E'_{r0} , E'_{z0} выразятся через $H'_{\phi 0}$, а для $H'_{\phi 0}$ получится уравнение

$$\frac{\partial^2 H'_{\phi 0}}{\partial z^2} + \delta^2 H'_{\phi 0} = 0, \quad (3)$$

где

$$\delta^2 = \kappa^2 \Delta, \quad \kappa^2 = \gamma^2 - k^2, \quad \Delta = \frac{\Omega_H^2 r_0}{(\omega - \gamma v_0) r} - 1, \quad (4)$$

$k = \frac{\omega}{c}$, $\gamma = \frac{\omega}{v_\phi}$ — волновые числа в свободном пространстве и пучке;

$\Omega_H^2 = 4\pi \frac{e}{m} \rho_0$ — квадрат плазменной частоты при $r = r_0$.

В (3) и далее опускается аргумент z у компонент полей.

Из (3) следуют два частных решения для $H'_{\phi 0}$:

$$H'_{\phi 0} = A \sin \delta z + B \cos \delta z$$

(A, B — произвольные постоянные).

Одному частотному решению соответствуют четные функции z поперечных компонент поля $H'_{\phi 0}$ и E'_{z0} , другому — нечетные. Назовем первые «четными» волнами, вторые — «нечетными». Для четных волн поля представим как

$$H'_{\phi 0} = B \cos \delta z, \quad E'_{z0} = -\frac{j\gamma}{k\Delta} B \cos \delta z, \quad E'_{r0} = \frac{j\delta}{k\Delta} B \sin \delta z, \quad (5)$$

Для нечетных

$$H'_{\varphi 0} = A \sin \delta z, E'_{z0} = -\frac{i\gamma}{k} A \sin \delta z, E'_{r0} = -\frac{j\delta}{k\Delta} A \cos \delta z. \quad (6)$$

В области вне пучка (вторая область) $\rho_0(r) = 0$, $\delta^2 = -\kappa^2$ и уравнение для $H'_{\varphi 0}$ примет вид

$$\frac{\partial^2 H'_{\varphi 0}}{\partial z^2} - \kappa^2 H'_{\varphi 0} = 0,$$

а поля запишутся следующим образом:

$$H'_{\varphi 0} = C e^{-\kappa z}, E'_{z0} = -\frac{j\gamma}{k} C e^{-\kappa z}, E'_{r0} = -\frac{j\kappa}{k} C e^{-\kappa z}. \quad (7)$$

Приравнявая тангенциальные составляющие полей (5) — (7) при $z = b$, имеем дисперсионные уравнения: для четных волн $\delta_n b \operatorname{ctg} \delta_n b = -\kappa b$ (8), для нечетных волн $\delta_n b \operatorname{tg} \delta_n b = \kappa b$ (9). Для медлен-

ных волн ($\kappa \approx \gamma$) и слабых пучков ($\gamma_0 \approx k_0 = \frac{\omega}{v_0}$) $\kappa \approx \frac{\omega}{v_0} \equiv \tau$ [5]. При этом для заданных $\tau_n b$ из уравнений (8) и (9) легко определить $\delta_n b$. Тогда согласно (4) выражение для постоянной распространения волн в пучке получим в виде $\gamma_n = k_0 - \sqrt{p^2 q^2}$, где $q^2 = \frac{\Omega_H^2 r_0}{v_0^2}$ — вол-

новое число волны в безграничном радиальном пучке с плазменной частотой Ω_H при $r = r_0$; p^2 — коэффициент депрессии, определяемый выражением

$$p^2 = \frac{(\tau_n b)^2}{(\tau_n b)^2 + (\delta_n b)^2}. \quad (10)$$

Из (10) видно, что выражение для p^2 не отличается от полученного в работе [5], но значение его определяется дисперсионным уравнением. В случае дискового пучка находим два ДУ — для четных и нечетных волн. Можно установить соответствие между четными, нечетными волнами пучка и «медленными», «быстрыми» волнами «холодной» ЗС. Для синфазно возбужденных спиралей с $\Psi_1 = \Psi_2$ радиальные составляющие электрического поля от двух спиралей в плоскости $z = -\frac{a}{2}$ имеют противоположные направления, чему соответ-

ствует уменьшение сопротивления связи R_{CB}^{++} по сравнению с R_{CB}^0 одинарной спирали. Поперечные составляющие полей ЗС описываются четными функциями z , и для расчета p^2 следует использовать ДУ для четных волн дискового пучка. В случае $\Psi_1 = -\Psi_2$ для «быстрых» волн радиальные составляющие полей при $z = -\frac{a}{2}$ имеют одинаковые направления, что объясняет рост R_{CB}^B по сравнению с R_{CB}^0 , а поперечные составляющие описываются нечетными функциями z . Таким образом, рассчитывая p^2 в случае «быстрых» волн ЗС, надо брать ДУ для нечетных волн дискового пучка.

На рис. 1 представлены результаты расчета p^2 по формуле (10) с учетом (8), (9) для четной (кривая 2) и нечетной (кривая 1) волн.

Численное интегрирование системы (1) проводилось на фиксированных частотах методом Рунге — Кутты с условиями на входе $E_{ВХ} = 1$, $V_{ВХ} = I_{ВХ} = 0$. Значения $\gamma_0^{Б,М}$ и $R_{СВ}^{Б,М}$ брались из работы [3], а коэффициент депрессии — из рис. 1. Коэффициент усиления вычислялся по формуле

$$G_{дв} = 20 \lg \frac{E_r(r)}{E_{r_{ВХ}}}. \quad (11)$$

Вначале был проведен расчет G для параметров лампы, описанной в работе [6]: $\psi_1 = \psi_2 = 76$, $a = 1,6$ мм, $b = 1$ мм, $I = 15$ мА. На рис. 2, а приведены зависимости $G(r)$ для различных ускоряющих напряжений пучка на частоте 439 МГц. Кривые 1, 2, 3, 4, 5 — для $U_0 = 20, 30, 40, 60, 70$ В соответственно. Получены зависимости $G(U_0)$ (рис. 2, б). Кривая 1 представляет собой пересчет кривых рис. 2, а при $r = 6$ см, 2 — отражает экспериментальные данные [6], 3 — результаты расчета G полевым методом [2]. Расчеты и эксперимент согласуются.

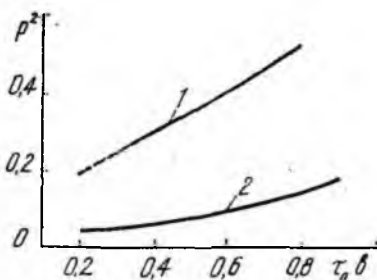


Рис. 1

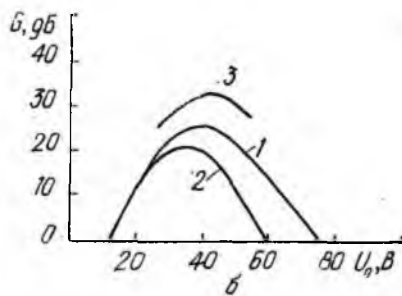
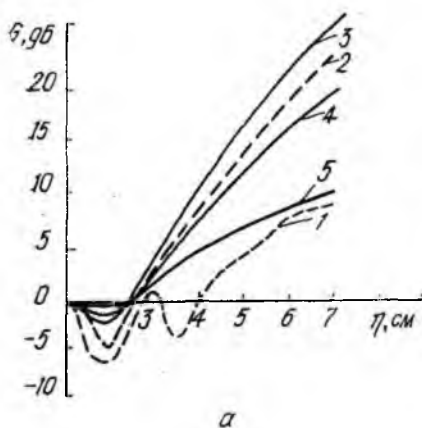


Рис. 2

Затем рассчитывались G спиралей с одинаковыми и противоположными намотками без диэлектрической подложки и при наличии экранированного слоя диэлектрика толщиной 1,6 мм для $I = 20$ мА и с остальными параметрами, приведенными для кривых рис. 2. На рис. 3а, б показаны зависимости $G(U_0)$ для $\psi_1 = \psi_2$ при $r = 6$ см и разных частотах, на рис. 3в, г — для $\psi_1 = -\psi_2$. Кривые 1, 2, 3, 4, 5 соответственно для частот 200, 400, 600, 800 и 1100 МГц для спиралей без диэлек-

трика (рис. 3, а, в) и с диэлектриком (рис. 3, б, г). Цифры с одним штрихом — для «быстрых»; с двумя — для «медленных» волн.

Из рис. 3, а следует, что для спиралей с $\psi_1 = \psi_2$ в определенном диапазоне частот наблюдается слабое изменение G с изменением частоты. При введении диэлектрика с экраном области усиления возникающих двух волн связи смещаются в сторону низких напряжений, а их амплитуды оказываются соизмеримыми и большими, чем при отсутствии диэлектрика. Из рис. 3, в, г видно, что для спиралей с противоположными намотками области усиления «медленных» и «быстрых» волн оказываются или разнесенными по напряжению или сильно отличающи-

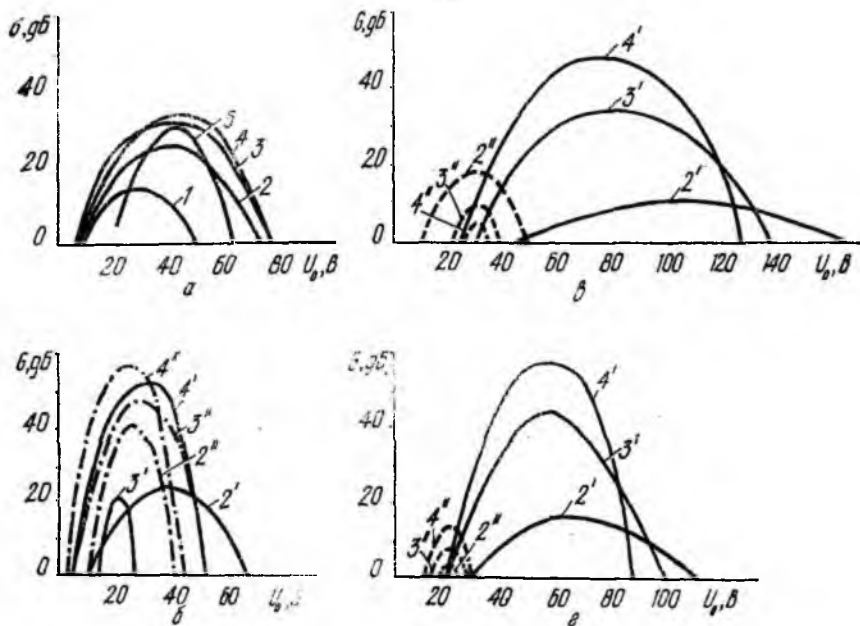


Рис. 3.

мися по амплитудам. При этом усиление на «быстрой» волне для $\psi_1 = -\psi_2$ оказывается большим, чем в случае $\psi_1 = \psi_2$. Введение слоя диэлектрика приводит к сужению интервала усиления по напряжению и увеличению G у «быстрой» волны при сохранении большого отношения усиления для «быстрых» и «медленных» волн, т. е. в широком диапазоне частот даже при наличии диэлектрика $G^B > G^M$. Отметим, что в случае $\psi_1 = \psi_2$ в результате введения диэлектрика (нарушения симметрии системы) возникают биения двух волн, чего нет при использовании спиралей с $\psi_1 = -\psi_2$.

Таким образом, расчет коэффициента усиления нерегулярных ЛБВ путем численного анализа исходных дифференциальных уравнений привел к правильным физическим результатам. Показаны слабая частотная зависимость коэффициента усиления для случая симметричной системы ($\psi_1 = \psi_2$) и возникновение волн биений при нарушении

симметрии. Применение спиралей с противоположными намотками позволяет выделить «быструю» волну без мешающей «медленной» даже при наличии диэлектрика и получить коэффициент усиления больший, чем в случае $\psi_1 = \psi_2$ без диэлектрика.

Список литературы: 1. Савельев В. С. Расчет взаимодействия радиально расходящегося электронного потока с бегущей в радиальном направлении электромагнитной волной // Радиотехника и электрон. 1967. Т. 12. № 6. С. 1018—1025. 2. Яцук К. П., Гребенюк Ю. И. Анализ радиальной ЛБВ на двух связанных логарифмических спиралях. М. 1986. 13 с. Деп. в ВИНТИ 09.04.86. № 2520—В86. 3. Яцук К. П., Гребенюк Ю. И. Связанные логарифмические спирали с экраном и диэлектриком для радиальной ЛБВ // Вестн. Харьк. ун-та. 1977. № 151. Радиофизика и электрон. Вып. 6. С. 57—61. 4. Евтушенко Ю. Ф., Савельев В. С. Расчет сопротивления связи радиальной линии замедления // Электрон. техника. Сер. 1. Электрон. СВЧ. 1967. Вып. 3. С. 148—152. 5. Лошаков Л. Н. Об учете поля объемного заряда при расчете постоянных распространения в замедляющей системе в присутствии электронного пучка с помощью леммы Лоренца // Радиотехника и электрон. 1958. Т. 4, № 4. С. 688—694. 6. Савельев В. С., Кущенко Г. И. Экспериментальные исследования ЛБВ с радиальным электронным потоком // Радиотехника и электрон. 1970. Т. 15, № 12. С. 2567—2573.

Поступила в редколлегию 22.06.88