Математична модель багатокритеріальної задачі структурно-параметричної оптимізації виробничих технологічних процесів

Володимир Безкоровайний[1], Володимир Ханджян[2]

1. Кафедра КІТАМ, Харківський Національний Університет Радіоелектроніки, УКРАЇНА, Харків, проспект Науки 14., e-mail: vladimir.beskorovainyi@nure.ua
2. Кафедра КІТАМ, Харківський Національний Університет Радіоелектроніки, УКРАЇНА, Харків, проспект Науки 14., e-mail: volodymyr.khandzhian@nure.ua

Анотація: З використанням декомпозиції проблеми оптимізації виробничих технологічних процесів запропонована постановка і математична модель задачі їх структурно-параметричної оптимізації за показниками наведених витрат, продуктивності та якості продукції. Для скалярного оцінювання варіантів рішень запропоновано використання універсальних функцій загальної корисності на основі полінома Колмогорова-Габора та корисності часткових критеріїв, що дозволяє підвищити точність визначення переваг особи, що приймає рішення.

Ключові слова: виробничий технологічний процес, модель, структурно-параметрична оптимізація.

I. Вступ

В умовах конкуренції сучасні виробничі компанії орієнтуються на скорочення термінів освоєння нових видів продукції та підвищення її якості. Методологія системного підходу в процесі проєктування виробничих технологічних процесів (ТП) передбачає подання їх у вигляді просторово чи територіально розподілених технологічних об'єктів або комплексів таких об'єктів. Ефективність ТП визначається рішеннями, які приймаються на етапах їхнього проектування [1]. Синтез варіантів побудови виробничих ТП передбачає розв'язання множини взаємопов'язаних задач їхньої структурної, топологічної та параметричної оптимізації. Оптимізація ТП полягає у виборі найкращого варіанту з множини допустимих, які задовольняють функціональним і вартісним обмеженням за множиною показників (якість, продуктивність, собівартість продукції, завантаження устаткування тощо). Швидкі зміни попиту на продукцію, поява нових технологій і обладнання викликає необхідність періодичних змін виробничих технологічних процесів, які реалізуються шляхом їхнього реінжинірингу.

Це обумовлює актуальність науково-прикладних задач удосконалення технологій, математичних моделей і методів їх системної оптимізації [2]. Однією з першочергових при цьому вважається задача структурно-параметричного проєктування (реінжинірингу) ТП.

Метою дослідження є підвищення ефективності технологій автоматизації проектування ТП шляхом розробки математичної моделі багатокритеріальної задачі структурно-параметричного реінжинірингу виробничих технологічних процесів.

II. Декомпозиція проблеми оптимізації технологічних процесів

Сучасні виробничі ТП можуть складатися з великої кількості елементів зі складною схемою взаємозв'язків між ними. Створення їх єдиної моделі є складною слабоструктурованою проблемою, яка складається з сукупності недостатньо формалізованих задач, для яких не сконструйовані коректні моделі та методи їхнього розв'язання. Будемо розглядати проблему оптимізації ТП як метазадачу *MetaTask*, яка складається з множини задач $\{Task_i^l\}$, $l=\overline{1,n_l}$, $i=\overline{1,n_i}$, що відносяться до різних ієрархічних рівнів, з їх взаємозв'язками за вхідними даними та результатами розв'язання [3]:

$$MetaTask=\{Task^l\},\ Task^l=\{Task_i^l\},\quad l=\overline{1,n_l},\ i=\overline{1,n_i}, \tag{1}$$

де n_l – кількість рівнів опису; i_l – кількість задач на рівні l.

Кожну з виділених задач будемо подавати у вигляді перетворювача її вхідних даних у вихідні:

$$Task_i^l : In_i^l \rightarrow Out_i^l,\ l=\overline{1,n_l},\ i=\overline{1,n_i}, \tag{2}$$

де In_i^l, Out_i^l – вхідні та вихідні дані i-ої задачі l-го рівня декомпозиції.

Задачі макрорівня $l=1$ за своєю суттю є задачами системної оптимізації ТП та відрізняються обмеженнями, які відображають специфіку етапів його життєвого циклу:

$$Task^1=\{Task_i^1\},\ \ i=\overline{1,5}, \tag{3}$$

де $Task_1^1$ – формування вимог і розробка технічного завдання оптимізації; $Task_2^1$ – системне проектування ТП; $Task_3^1$ – планування розвитку ТП; $Task_4^1$ – адаптація ТП; $Task_5^1$ – реінжиніринг ТП.

Задачі метарівня $l=1$ охоплюють коло питань системної оптимізації ТО, що виникають на стадіях його передпроектних досліджень, проектування, створення й експлуатації:

$$Task^2=\{Task_i^2\},\ \ i=\overline{1,6}, \tag{4}$$

де $Task_1^2$ – вибір базової технології; $Task_2^2$ – вибір принципів побудови ТП; $Task_3^2$ – оптимізація структури ТП; $Task_4^2$ – оптимізація топології елементів ТП і зв'язків між ними; $Task_5^2$ – визначення параметрів елементів ТП і зв'язків між ними; $Task_6^2$ – оцінка ефективності і вибір найкращого варіанту ТП.

Для отримання рішення загальної задачі (4) на практиці використовується ітераційна схема системного проєктування, яка дозволяє формувати відсутні вхідні дані задач за результатами рішень, отримуваних на попередній ітерації [3]. Через невирішеність на першій ітерації задач $Task_i^2$, $i = \overline{2,5}$ за вхідними даними за такою схемою формування вхідних даних $InDat_i^2$ і обмежень Res_i^2, $i = \overline{2,5}$ для них буде здійснюватися на основі експертних оцінок. На подальших ітераціях як вхідні дані $InDat_i^2$ і обмеження Res_i^2, $i = \overline{2,5}$ будуть використовуватися результати розв'язання наступних задач.

III. Постановка та математична модель багатокритеріальної задачі

Об'єктом дослідження є лінійний технологічний процес, що включає n фаз (операцій), на кожній з яких використовується m_i, $i = \overline{1,n}$ одиниць обладнання j-го типу, $j = \overline{1,j_i}$. Обладнання кожної з фаз характеризується продуктивністю p_{ij}, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,j_i}$, якістю виконання операції q_{ij}, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,j_i}$ та наведеними витратами на його придбання, встановлення й експлуатацію c_{ij}, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,j_i}$.

Необхідно знайти найкращий варіант побудови ТП з множини допустимих $x \in X$, що визначається кількістю обладнання на кожній з фаз $M = [m_i]$, $i = \overline{1,n}$ і його типом $x = [x_{ij}]$, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,J}$ (де $J = \max_{1 \le i \le n} \{ j_i \}$), який з обмеженими наведеними витратами забезпечує необхідні обсяги випуску продукції й її якість:

$$k_1(x,M) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{j_i} c_{ij} m_i x_{ij} \to \min_{x,M}, \quad k_1(x,M) \le k_1^*, \qquad (5)$$

$$k_2(x,M) = \min_j \{ m_i p_{ij} x_{ij} \} \to \max_{x,M}, \quad k_2(x,M) \ge k_2^*, \qquad (6)$$

$$k_3(x,M) = \min_j \{ q_{ij} x_{ij} \} \to \max_{x,M}, \quad k_3(x,M) \ge k_3^*, \qquad (7)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \;\; \forall j = \overline{1,J}, \quad \sum_{j=1}^{J} x_{ij} = 1 \;\; \forall i = \overline{1,n}, \qquad (8)$$

де $k_1(x,M)$, $k_2(x,M)$, $k_3(x,M)$ – функції часткових критеріїв витрат, продуктивності та якості; $x = [x_{ij}]$ – булева матриця (елемент $x_{ij} = 1$, якщо на i-ій фазі використовується обладнання j-го типу; $x_{ij} = 0$ – в інших випадках, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,J}$).

Частковими випадками розглянутої задачі (5)-(8) є задачі оптимізації ТП за показниками: витрат $k_1(x,M)$ в умовах обмежень на показники продуктивності й якості; витрат і продуктивності $k_1(x,M)$, $k_2(x,M)$ в умовах обмежень на показник якості; витрат і якості $k_1(x,M)$, $k_3(x,M)$ в умовах обмежень на показник продуктивності; продуктивності й якості $k_2(x,M)$, $k_3(x,M)$ в умовах обмежень на витрати $k_1(x,M) \le k_1^*$.

IV. Формування скалярної оцінки варіантів побудови ТП

При формуванні скалярної оцінки якості ТП для оцінювання значень часткових критеріїв $k_i(x,M)$, $i = \overline{1,3}$, використовують апарат теорії нечітких (розмитих) множин [5]. У цьому випадку як функція загальної корисності $P(x,M)$ використовується функція належності нечіткій множині «найкращий варіант побудови ТП».

Для оцінювання варіантів пропонується використати універсальну функцію, побудовану на основі полінома Колмогорова-Габора [5]:

$$P(x,M) = \sum_{i=1}^{3} \lambda_i \xi_i(x,M) + \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=i}^{3} \lambda_{ij} \xi_i(x,M) \xi_i(x,M) + \\ + \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=i}^{3} \sum_{l=j}^{3} \lambda_{ijl} \xi_i(x,M) \xi_j(x,M) \xi_l(x,M), \qquad (5)$$

де $\lambda_i, \lambda_{ij}, \lambda_{ijl}$ - вагові коефіцієнти часткових критеріїв та їх добутків; $\xi_i(x,M), \xi_j(x,M), \xi_l(x,M)$ - функції корисності часткових критеріїв $k_1(x,M)$, $k_2(x,M)$, $k_3(x,M)$.

Функції корисності часткових критеріїв у цьому випадку розглядаються як функції належності розмитій множині «кращий варіант побудови ТП» за частковими критеріями. Вони реалізують відображення $\xi_i : k_i(x,M) \to E^1$, $i = \overline{1,3}$. Вони мають бути універсальними та добре пристосованими до врахування особливостей конкретних ситуацій багатокритеріального вибору: бути монотонними; бути безрозмірними; мати єдиний інтервал зміни (від 0 до 1); бути інваріантними до екстремуму часткових критеріїв (*min* або *max*); дозволяти реалізувати як лінійні, і нелінійні залежності від значень часткових критеріїв.

Найбільшого поширення на практиці набули функції корисності часткових критеріїв виду:

$$\xi_i(x,M) = \left\{ [k_i(x,M) - k_i^-] / [k_i^+ - k_i^-] \right\}^{\alpha_i}, \; i = \overline{1,3}, \quad (6)$$

де $k_i(x,M)$ – значення *i*-го часткового критерію для варіанта (x,M); k_i^+, k_i^- – найкраще та найгірше значення *i*-го критерію, $i = \overline{1,3}$; α_i – параметр, що визначає конкретний вид залежності ($\alpha_i = 1$ – лінійна, $0 < \alpha_i < 1$ – увігнута, $\alpha_i > 1$ – опукла).

Для більш точного оцінювання значень часткових критеріїв може бути використана функція-склейка, яка дозволяє реалізувати також *S*- і *Z*-подібні залежності від значень часткових критеріїв [6]:

$$\xi(x,M)=\begin{cases}\bar{a}\cdot(b_1+1)\cdot\left(1-\left(b_1/\left(b_1+\dfrac{\bar{k}(x,M)}{\bar{k}_a}\right)\right)\right),\\ 0\le\bar{k}(x,M)\le\bar{k}_a;\\ \bar{a}+(1-\bar{a})\cdot(b_2+1)\times\\ \times\left(1-\left(b_2/\left(b_2+\dfrac{\bar{k}(x,M)-\bar{k}_a}{1-\bar{k}_a}\right)\right)\right),\\ \bar{k}_a<\bar{k}(x,M)\le 1,\end{cases} \qquad (7)$$

де где $\bar{k}_a$, $\bar{a}$ – нормовані значення координат точки склеювання функції, $0\le\bar{k}_a\le 1$, $0\le\bar{a}\le 1$; b_1, b_2 – параметри, що визначають вид залежності на початковому та кінцевому відрізках функції.

Експериментальним шляхом встановлено, що серед функцій, що використовуються в системах підтримки прийняття рішень і дозволяють реалізувати *S-(Z)*-подібні залежності від значень часткових критеріїв, функція-склейка степенних функцій (7) є більш ефективною за показником «точність-складність» порівняно з функціями Гаусса, Харрінгтона та логістичною функцією [6].

Введемо такі позначення:

$$\xi_1(x,M)\cdot\xi_1(x,M)=\xi_4(x,M),\ \lambda_{1,1}=\lambda_4,$$

$$\xi_1(x,M)\cdot\xi_2(x,M)=\xi_5(x,M),\ \lambda_{1,2}=\lambda_5,\dots \qquad (8)$$

З урахуванням введених позначень (8) модель (5) може бути подана у класичній адитивній формі:

$$P(x,M)=\sum_{i=1}^{N}\lambda_i\,\xi_i(x,M). \qquad (9)$$

Задача параметричного синтезу функції узагальненої корисності (9) зводиться до визначення вектора вагових коефіцієнтів $[\lambda_i]$, $i=\overline{1,N}$, який задовольняє сформованій системі нерівностей на основі переваг особи, що приймає рішення, та нормуючим умовам: $\sum_{i=1}^{N}\lambda_i=1,\ \lambda_i\ge 0,\quad i=\overline{1,N}$. Така задача може бути розв’язання методами експертного оцінювання чи компараторної ідентифікації, які набули широкого розповсюдження в практиці автоматизації проєктування [7].

V. Висновки

Запропонована схема декомпозиції проблеми оптимізації виробничих ТП дозволила виділити множину взаємопов’язаних задач за вхідними і вихідними даними. На цій основі запропоновано постановку і математичну модель задачі структурно-параметричної оптимізації ТП за показниками наведених витрат, продуктивності та якості продукції. Частковими випадками сформульованої задачі є задачі оптимізації ТП за показниками: витрат в умовах обмежень на показники продуктивності й якості; витрат і продуктивності в умовах обмежень на показник якості; витрат і якості в умовах обмежень на показник продуктивності; продуктивності й якості в умовах обмежень на витрати. Використання в моделі універсальних функцій загальної корисності на основі полінома Колмогорова-Габора та корисності часткових критеріїв дозволяє підвищити точність визначення переваг особи, що приймає рішення і націй основі підвищувати ефективність рішень з проєктування та реінжинірингу виробничих ТП.

Перелік посилань

[1] Илюшина С. В., "Методы оптимизации технологи-ческих процессов", *Вестник Казанского технологического университета*, 2014, т. 17, №8, сс. 323-327.

[2] Невлюдов И. Ш., Бортникова В. О. "Структурно-параметрическая модель технологического процесса изготовления МЭМС акселерометра", *Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: «Обчислювальна техніка та автоматизація»*. 2017, №1(30), сс. 6-16.

[3] Безкоровайний В. В., Шевченко О. Ю., "Модель системної оптимізації технологічних об'єктів", *Інформаційні технології та комп’ютерне моделювання: матеріали статей Міжнародної науково-практичної конференції,* Івано-Франківськ: п. Голіней О. М., 2018, сс. 327-330.

[4] Сидорчук Є. І., "Структурно-параметрична оптимізація технологічних процесів за методом аналога", *Автоматизація та приладобудування («Automation and Development of Electronic Devices» ADED-2020) [Електронний ресурс]: збірник студентських наукових статей*, Харків: ХНУРЕ, 2020, вип. 1, сс. 222-226.

[5] Beskorovainyi V., "Parametric synthesis of models for multicriterial estimation of technological systems", *Innovative technologies and scientific solutions for industries*, 2017, №2 (2), pp. 5-11.

[6] Beskorovainyi V., Berezovskyi H., "Estimating the properties of technological systems based on fuzzy sets", Innovative technologies and scientific solutions for industries, 2017, № 1 (1), pp. 14-20.

[7] Beskorovainyi V., "Combined method of ranking options in project decision support systems", Innovative Technologies and Scientific Solutions for Industries, 2020, No 4 (14), pp. 13-20.