

## **КОМБИНАТОРНАЯ МОДЕЛЬ ВЕКТОРА ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ КОРТЕЖЕЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ ИНФОРМАТИВНОСТИ УСЕЧЕННОЙ ЛИНЕАРИЗИРОВАННОЙ ТРАНСФОРМАНТЫ**

---

Обосновывается необходимость развития технологий компрессии трансформированных изображений с использованием платформы JPEG. Показывается, что преимущество для развития имеет направление, базирующееся на формировании двухкомпонентного кортежа линеаризированной трансформанты в компонентном представлении. Излагается разработка модели оценки количества информации в усеченной линеаризированной трансформанте в случае формирования вектора двухкомпонентных кортежей и выявления структурных ограничений на динамический диапазон. Оценивается информативность усеченного вектора двухкомпонентных кортежей.

### **1. Введение**

Предоставление видеоинформационных услуг с использованием беспроводных инфокоммуникационных технологий имеет ряд критических сторон. Критичность предоставления таких услуг связана с проблематичностью относительно обеспечения заданных характеристик по задержке на узле доступа, задержке от источника до получателя; вероятности потери пакетов на узле доступа [1; 2].

Ключевой составляющей решения возникающих трудностей являются технологии компрессии видеокладов. Сжатие видеоданных позволяет сократить время передачи данных в сети, уменьшить интенсивность поступления пакетов в сеть. В основе наиболее часто используемых на практике кодеков для обработки подвижных и статических видеокладов лежит технология сжатия на базе JPEG платформы [2 – 4].

Стратегия компонентного кодирования квантизированной трансформанты строится с учетом таких свойств: концентрация основной энергии исходного сигнала в ограниченном количестве низкочастотных компонент трансформанты; выделение области высокочастотных компонент; появление компонент трансформанты с нулевыми значениями. Такие свойства предопределили развитие базовых стратегий кодирования компонентного представления трансформанты. Здесь осуществляется выделение длин цепочек, состоящих из компонент трансформанты, которые имеют после квантизации нулевые значения. В результате формируются двухкомпонентные кортежи (ДК).

### **2. Анализ недостатков технологий компонентного кодирования квантизированных трансформант**

Рассмотрим обработку двухкомпонентных кортежей. Между компонентами кортежей существует взаимосвязь. Во-первых, это обусловлено позициями значимых компонент в трансформанте. Во-вторых, для значимых компонент в связи с процессами трансформирования и квантизации будет характерен неравномерный закон распределения значений. Такие свойства определяют обработку двухкомпонентных кортежей. Здесь технологии кодирования разделяются на два подхода [3 – 5]:

1. Для первого подхода организуется динамическое статическое кодирование, где используется контекстное моделирование. Но в то же время требуются дополнительные битовые затраты на представление служебной составляющей, содержащей информацию о вероятностях распределения компонент. Кроме того, недостаток такого подхода заключается в увеличении временных задержек на обработку, связанных с пересчетом вероятностей появления компонент.

2. Второй подход связан со статистическим кодированием с фиксированными таблицами. Однако снижается адаптированность статистической модели к изменяющимся характеристикам трансформант. Это приводит к увеличению длины кода информационной составляющей кодовой конструкции.

Отсюда следует, что технология статистического кодирования компонентного представления трансформанты может обеспечить снижение битовой скорости ценой потери информации в изображениях и повышения времени их обработки. Значит, *научно-прикладной задачей* является совершенствование технологии компрессии изображений на базе JPEG-платформы для обеспечения требуемой битовой скорости сжатых видеопотоков при заданном уровне визуального качества восприятия изображений после декомпрессии.

Одним из эффективных подходов для развития технологий кодирования трансформант в компонентном описании является направление, основанное на устранении структурно-комбинаторной избыточности [5]. Здесь в первую очередь необходимо обосновать и оценить потенциальные характеристики структурно-комбинаторных закономерностей, которые допустимо выявить для вектора двухкомпонентных кортежей линеаризированной трансформанты (ЛТ). Поэтому *цель исследований* заключается в построении модели для оценки информативности ЛТ на основе формирования вектора двухкомпонентных кортежей.

### 3. Разработка модели для оценки информативности вектора двухкомпонентных кортежей

В результате выявления цепочек нулевых компонент, предшествующих значимым компонентам, получим следующее описание линеаризированной трансформанты  $Y^{(1)} = \{\ell_1; c_1, \dots, \ell_\alpha; c_\alpha, \dots, \ell_{n_{\text{крт}}}; c_{n_{\text{крт}}}\}$ . Это позволяет сократить количество повторяющихся коэффициентов трансформанты ДКП.

Под вектором  $\mathbf{p}$  двухкомпонентных кортежей  $\Theta_\alpha^{(2)}$  линеаризированной трансформанты  $Y^{(1)}$  понимается последовательность пар  $\{\ell_\alpha; c_\alpha\}$  структурного описания, составленная из значимой компоненты  $c_\alpha$  трансформанты и предшествующей ей длины  $\ell_\alpha$  цепочки компонент с нулевыми значениями.

Рассмотрим свойства такого структурного описания трансформанты. Свойства первых компонент кортежа зависят от значения фактора потери качества и степени когерентности сегментов изображений. Для длин  $\ell_\alpha$  цепочек элементов трансформанты характерны следующие закономерности:

1. Максимально возможное значение  $\ell_{\text{max}}$  длины цепочки нулей ограничено величиной  $n^2 - 1$ , т.е.  $\ell_\alpha \rightarrow \ell_{\text{max}} = n^2 - 1$ .

2. Значения длин цепочек компонент с нулевыми значениями, кроме длины последней цепочки, имеют ограниченный динамический диапазон  $\lambda(\ell)$ , т.е.  $\ell_\alpha \leq \lambda(\ell) \ll \ell_{\text{max}}$  для  $\alpha = 1, n_{\text{крт}} - 1$ .

Значит, динамический диапазон длин нулевых компонент трансформант, образующих вектор  $L$ , задается следующей системой:

$$\ell_\alpha \leq \begin{cases} \lambda(\ell) = 1, & \rightarrow \alpha = 1; \\ \lambda(\ell) \leq n^2 - \ell_{n_{\text{крт}}} - 1, & \rightarrow 2 \leq \alpha \leq n_{\text{крт}} - 1; \\ \lambda(\ell) = \max_{1 \leq \alpha \leq n_{\text{крт}}} \{\ell_\alpha\}, & \rightarrow \alpha = n_{\text{крт}}. \end{cases} \quad (1)$$

Рассмотрим теперь свойства вторых компонент кортежа, а именно значимых компонент  $c_\alpha$  линеаризированной трансформанты. В соответствии со структурными особенностями *линеаризированной по диагональному зигзагу* трансформанты ее значимые компоненты, кроме компоненты на позиции  $\alpha = 1$ , имеют ограниченный динамический диапазон  $\lambda(c)$ , т.е. [3; 4]

$$1 \leq c_\alpha \leq \lambda(c) < c_{\text{max}}, \quad \alpha = \overline{2, n_{\text{крт}} - 1}. \quad (2)$$

Здесь величина  $\lambda(c)$  определяется как  $\lambda(c) = \max_{2 \leq \alpha \leq n_{\text{крт}} - 1} \{c_\alpha\}$ .

Рассмотрим теперь обобщенное описание вектора  $P$  двухкомпонентных кортежей. Размерность такого массива составляет  $2 \times (n_{\text{крт}} - 2)$ . С позиции выявления ограничений наибольший интерес представляет не весь вектор ДК, а только та его часть  $P'$ , которая не содержит первый и второй кортежи, т.е.  $P' = \{(\ell_2; c_2), \dots, (\ell_\alpha; c_\alpha), \dots, (\ell_{n_{\text{крт}}-1}; c_{n_{\text{крт}}-1})\}$ . Такой вектор кортежей называется *усеченным*. В соответствии с этим сформулируем следующее определение.

*Определение 1.* Составляющая  $\bar{Y}^{(1)}$  линеаризованной трансформанты, которой соответствует усеченный двухкомпонентный кортеж, называется *усеченной линеаризованной трансформантой* (УЛТ).

УЛТ будет иметь следующую комбинаторную интерпретацию.

*Определение 2.* Усеченная линеаризованная трансформанта, структурно описанная в виде двухкомпонентного кортежа, представляет собой двумерный комбинаторный объект размерностью  $(2 \times (n_{\text{крт}} - 2))$ , строками которого являются перестановки с повторениями по  $(n_{\text{крт}} - 2)$  элементов, для которых выполняются следующие ограничения:

- первая компонента кортежа имеет ограничение на динамический диапазон, равный  $\lambda(\ell) \leq n^2 - \ell_{n_{\text{крт}}} - 1$ ;
- динамический диапазон второй компоненты кортежа ограничен сверху величиной, равной  $\lambda(c) < c_1$ .

Для оценки информативности такого представления трансформанты требуется определить количество усеченных векторов ДК, для компонент которого выполняются ограничения, задаваемые формулами (1) и (2). Для этого сформулируем и докажем следующую теорему.

**Теорема о количестве усеченных векторов ДК.** *Количество  $W(P')$  усеченных векторов двухкомпонентных кортежей, для компонент которого выполняются ограничения, задаваемые выражениями (1) и (2), определяется по формуле*

$$W(P') = (\lambda(\ell) \cdot \lambda(c))^{n_{\text{крт}} - 2}. \quad (3)$$

*Доказательство.* Рассмотрим сначала отдельный кортеж  $\{\ell_\alpha; c_\alpha\}$  усеченного вектора ДК. Каждая компонента такого кортежа независимо друг от друга может принимать значения соответственно в следующих диапазонах:

$$1 \leq \ell_\alpha \leq \lambda(\ell) = \max_{2 \leq \alpha \leq n_{\text{крт}} - 1} \{\ell_\alpha\} \leq n^2 - \ell_{n_{\text{крт}}} - 1; \quad (4)$$

$$1 \leq c_\alpha \leq \lambda(c) = \max_{2 \leq \alpha \leq n_{\text{крт}} - 1} \{c_\alpha\} < c_1; \quad \alpha = \overline{2, n_{\text{крт}} - 1}. \quad (5)$$

Значит, такой кортеж является перестановкой с повторениями с двумя спецификациями относительно динамических диапазонов элементов. Количество  $W(\Theta_\alpha^{(2)})$  таких перестановок определяется как  $W(\Theta_\alpha^{(2)}) = \lambda(\ell) \cdot \lambda(c)$ .

Поскольку выбор комбинации  $\alpha$ -го кортежа  $\{\ell_\alpha; c_\alpha\}$  не зависит от выбора комбинаций предшествующих  $(\alpha - 2)$  и последующих  $(n_{\text{крт}} - \alpha)$  кортежей, то суммарное количество комбинаций по всем  $(n_{\text{крт}} - 2)$  кортежам определяется как произведение количества комбинаций для каждого отдельного кортежа (в соответствии с комбинаторной теоремой о произведении), т.е.  $W(P') = \prod_{\alpha=2}^{n_{\text{крт}}} W(\Theta_\alpha^{(2)})$ . В итоге получаем следующую формулу для определения количества усеченных векторов ДК:  $W(P') = (\lambda(\ell) \cdot \lambda(c))^{n_{\text{крт}} - 2}$ . Теорема доказана.

На основе доказанной теоремы вытекает следствие относительно верхней границы количества усеченных векторов ДК.

*Следствие.* Количество усеченных векторов ДК, компоненты которых изменяются в пределах, описанных соотношениями (4) и (5), не будет превышать величины, заданной следующим выражением:

$$W(P') < ((n^2 - \ell_{\text{крт}} - 1) \cdot c_1)^{n_{\text{крт}} - 2}. \quad (6)$$

Доказательство. Действительно, подставим в соотношение (3) верхние пределы для величин  $\lambda(\ell)$  и  $\lambda(c)$  и получим  $W(P') < ((n^2 - \ell_{\text{крт}} - 1) \cdot c_1)^{n_{\text{крт}} - 2}$ .

Для известного количества допустимых усеченных векторов ДК информативность  $V(P')$  усеченной линеаризированной трансформанты определяется по следующей формуле:  $V(P') = (n_{\text{крт}} - 2) \log_2 (\lambda(\ell) \cdot \lambda(c))$ . При этом в силу свойства (6) количество двоичных разрядов на представление УЛТ будет ограничено сверху следующей величиной:

$$V(P') < (n_{\text{крт}} - 2) \log_2 ((n^2 - \ell_{\text{крт}} - 1) \cdot c_1). \quad (7)$$

Среднее количество  $\bar{V}(P')$  информации, приходящееся на один двухкомпонентный кортеж, оценивается как  $\bar{V}(P') = \log_2 (\lambda(\ell) \cdot \lambda(c))$ . Соответственно количество  $S(P')$  избыточности в УЛТ как разница информативности до и после ее описания в виде усеченного вектора  $P'$  двухкомпонентных кортежей будет равно

$$S(P') = (n_{\text{крт}} - 2) \log_2 (\ell_{\text{max}} \cdot c_{\text{max}}) - (n_{\text{крт}} - 2) \log_2 (\lambda(\ell) \cdot \lambda(c)).$$

При этом  $S(P') > 0$ , поскольку по условию формирования усеченных векторов ДК выполняются условия  $\lambda(\ell) < \ell_{\text{max}}$  и  $\lambda(c) < c_{\text{max}}$ .

С учетом соотношения (7) получим следующую нижнюю оценку количества избыточности:

$$S(P') > (n_{\text{крт}} - 2) \log_2 \frac{\ell_{\text{max}}}{(n^2 - \ell_{\text{крт}} - 1)}.$$

Среднее количество  $\bar{S}(Y^{(1)}/P')$  избыточности, содержащееся в последовательности компонент ЛТ в случае его исходного представления относительно представления в виде двухкомпонентного кортежа с выявленными ограничениями на динамический диапазон, оценивается с помощью следующего выражения:

$$\bar{S}(Y^{(1)}/P') = \left( 1 - \frac{(n_{\text{крт}} - 2) \log_2 (\lambda(\ell) \cdot \lambda(c))}{(n^2 - \ell_{\text{крт}} - 1) \log_2 c_{\text{max}}} \right) \times 100\%, \quad (8)$$

где  $\log_2 c_{\text{max}}$  – количество разрядов на представление компоненты ЛТ до формирования кортежей.

Оценка количества  $\bar{S}(Y^{(1)}/P')$  избыточности, в среднем приходящейся на один двухкомпонентный кортеж в зависимости от степени насыщенности исходного сегмента изображения, представлена в виде диаграмм на рисунке.

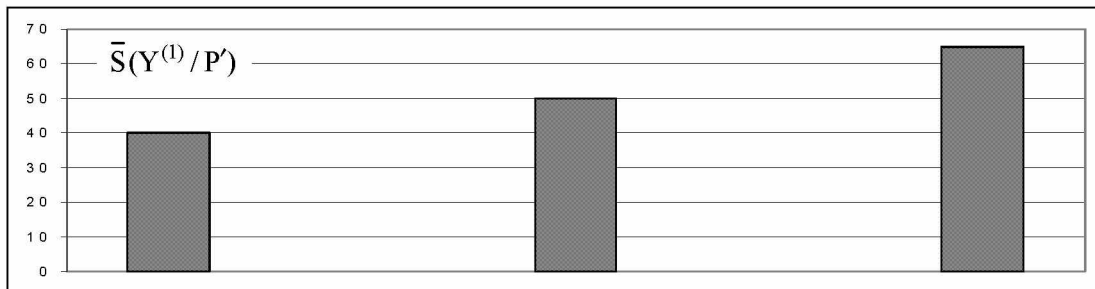


Диаграмма зависимости величины  $\bar{S}(Y^{(1)}/P')$  от степени насыщенности сегмента изображения

Как следует из анализа диаграмм на рисунке, количество сокращаемой избыточности изменяется в среднем от 40 до 60% в зависимости от степени насыщенности сегмента изображения. Увеличение количества потенциально сокращаемой избыточности соответствует случаю обработки слабонасыщенных изображений. Это достигается в результате сокращения количества кортежей.

### 3. Выводы

В результате изложенного можно заключить, что:

1) разработана модель оценки количества информации в усеченной линейаризированной трансформанте в случае формирования вектора двухкомпонентных кортежей и выявления структурных ограничений на динамический диапазон;

2) обосновано, что в результате построения вектора двухкомпонентных кортежей достигается сокращение комбинаторной избыточности, обусловленной: неравномерными значениями компонент в линейаризированной трансформанте; остаточной взаимной корреляцией между компонентами ДКП; взаимозависимостью компонент ДКП; неравномерностью распределения значений компонент ДКП;

3) показано, что среднее количество потенциально сокращаемой избыточности, приходящееся на один двухкомпонентный кортеж, изменяется в пределах от 40 до 60% в зависимости от степени насыщенности сегмента изображения.

*Научная новизна.* Впервые разработана математическая модель для оценки информативности линейаризированной трансформанты. Отличительные характеристики модели состоят в том, что вектор двухкомпонентных кортежей представляет собой двумерный комбинаторный объект. Это позволяет оценить нижнюю границу эффективности компрессии сегментов изображений.

**Список литературы:** 1. *Олифер В.Г. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы: Учебное пособие.* / В.Г. Олифер, Н.А. Олифер. СПб.: Питер, 2006. 958 с. 2. *Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений* / Р. Гонсалес, Р. Вудс. М.: Техносфера, 2005. 1072 с. 3. *Баранник В.В. Структурно-комбинаторное представление данных в АСУ* / В.В. Баранник, Ю.В. Стасев, Н.А. Королева. Х.: ХУПС, 2009. 252 с. 4. *Баранник В.В. Кодирование трансформированных изображений в инфокоммуникационных системах* / В.В. Баранник, В.П. Поляков. Х.: ХУПС, 2010. 212 с. 5. *Баранник В.В. Обоснование проблемных недостатков технологии компонентного кодирования трансформированных изображений для средств телекоммуникаций* / В.В. Баранник, Ю.В. Стасев, С.В. Туренко // Сучасна спеціальна техніка. 2013. №4. С. 17–26.