УДК 621.391

Ю. П. ЖУРАКОВСКИЙ, д-р техн. наук, *А. М. КУПРИЕНКО*

ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗЫ НА ШИРИНУ СПЕКТРА СИГНАЛОВ ФМ

При определении эффективности систем передачи данных по каналам связи, разработке новых систем и других случаях возникает проблема вычисления ширины спектра сигналов. Наибольшее распространение получил способ передачи данных сигналами в виде отрезков целого числа периодов гармонических функций. Цель работы — исследование влияния начальной фазы на ширину спектра $\Delta\Omega$ таких сигналов при дискретной фазовой модуляции (ФМ), которую определяют как интервал частот, содержащий заданную часть энергии сигнала [1—3]. Для анализа частотного распределения энергии получим выражение функции спектральной плотности сигнала с начальной фазой φ, числом периодов N при допущении, что амплитуда и круговая частота Ω_0 сигнала равны единице:

$$S(j\omega) = \int\limits_{-\pi N}^{\pi N} \sin(t+\varphi)\, e^{-j\omega t} dt = 2(-1)^N \sin\omega\pi N \times$$
$$\times (\omega \sin\varphi - j\cos\varphi)/(\omega^2 - 1). \qquad (1)$$

Запишем выражение для вычисления относительной энергии сигнала в интервале частот $[0, x]$, используя равенство Парсеваля и свойство четности модуля функции спектральной плотности

$E_p(x, N) = \int\limits_0^x |S(j\omega)|^2 d\omega/\pi E_0$ (2), где $E_0 = \pi N/2$ — полная энергия сигнала.

Вычислив интеграл

$$E_p(x, N) = \int\limits_0^x \frac{4\sin^2\omega\pi N}{\pi^2 N(\omega^2-1)} (\omega^2 \sin^2\varphi + \cos^2\varphi)\, d\omega, \qquad (3)$$

получим $E_p(x, N) = [A(x, N) - \cos 2\varphi \cdot B(x, N)]/\pi$ (4). Здесь

$$A(x, N) = \mathrm{Si}\,[2\pi N(x-1)] + \mathrm{Si}\,[2\pi N(x+1)] - \frac{2x\sin^2\pi N x}{\pi N(x^2-1)};$$

$$B(x, N) = \{S_1[2\pi N(x-1)] - S_1[2\pi N(x+1)]\}/2\pi N,$$

$\mathrm{Si}(\cdot)$ — интегральный синус; $S_1(\cdot)=\ln|\cdot|+\mathrm{Ci}(\cdot)+C$; $\mathrm{Ci}(\cdot)$ — интегральный косинус; C — постоянная Эйлера — Маскерони.

Для определения интегральных функций можно применить алгоритмы [4] либо программы прикладного матобеспечения ЭВМ.

Формула (4) дает широкие возможности для анализа распределения энергии сигнала в спектральной области: найти долю энергии E_Δ на интервале частот $[\omega_н, \omega_в]$ по выражению $E_\Delta = E_p(\omega_в, N) - E_p(\omega_н, N)$ (5), использовав свойство монотонности функции (4), построить итерационную процедуру последовательного приближения для решения обратной задачи — определения интервала $[0, \omega_x]$, содержащего заданную часть E_Δ энергии сигнала.

Для оценки ширины спектра сигналов длительностью T применяется соотношение $\Delta\Omega=4\pi/T$ [5; 6]. В этом интервале располагается главный лепесток функции спектральной плотности, содержащий основную долю энергии сигнала. Представим результаты вычислений энергии E_1 главного лепестка для различных значени φ, N:

	1	2	3	4	5	10	20	30
$\alpha=0°$	0,9893	0,9224	0,9114	0,9076	0,9059	0,9036	0,9030	0,9029
$\alpha=90°$	0,8799	0,8966	0,9000	0,9012	0,9018	0,9025	0,9027	0,9027
$\Delta\Omega$	2	1	2/3	1/2	2/5	1/5	1/10	1/15

Энергия главного лепестка при увеличении N асимптотически стремится к значению $0{,}9028\,E_0$, причем оно не зависит от фазы сигнала и числа периодов; ощутимая зависимость E_1 от фазы наблюдается лишь при $N=1$. Как следует из (4) и подтверждается расчетами, степень влияния фазы зависит только от размера ее скачка $|\sin\varphi|$.

Хотя главный лепесток функции спектральной плотности и имеет основную долю энергии E_0, величина $\Delta\Omega=4\pi/T$ недостаточно полно характеризует спектральные свойства сигналов. В работе [5] приведены данные, показывающие значительное влияние фазы на форму огибающей при передаче сигнала через идеальный полосовой фильтр, что вызывает необходимость определения ширины спектра с учетом боковых лепестков функции $S(j\omega)$.

В зависимости от цели изучения используют различные определения ширины спектра сигналов [2]. Для нахождения уровня спектральных компонент вне полосы $\Delta\Omega$, например, чтобы учесть взаимное влияние каналов, разнесенных по частоте, в качестве $\Delta\Omega$ выбирают интервал $[\omega_н, \omega_в]$. Справа и слева от него доли энергии сигнала одинаковы и равны $(1-E_\Delta)/2$. С помощью формулы парциальной энергии (4) итерационной вариацией $\omega_н$ и $\omega_в$ выполним с заданной точностью равенство $E_p(\omega_н, N)=(1-E_\Delta\ /2$; $E_p(\omega_в, N)=(1+E_\Delta)/2$, а затем вычислим $\Delta\Omega=\omega_в-\omega_н$. Если необходимо оценить минимальную полосу, содержащую заданную энергию E_Δ, например при анализе влияния ограничения спектра на межсимвольную интерференцию, в качестве $\Delta\Omega$ выбирают симметричный относительно Ω_0 интервал $[\omega_н, \omega_в]$, содержащий энергию E_Δ. Такое определение вытекает из свойств симметрии функции спектральной плотности и монотонности убывания ее огибающей. Вычисление осуществляется итерационной вариацией интервала $[\omega_н, \omega_в]$ до выполнения с заданной точностью условия (5). В случае $\omega_н \leqslant 0$ принимают $\omega_н = 0$.

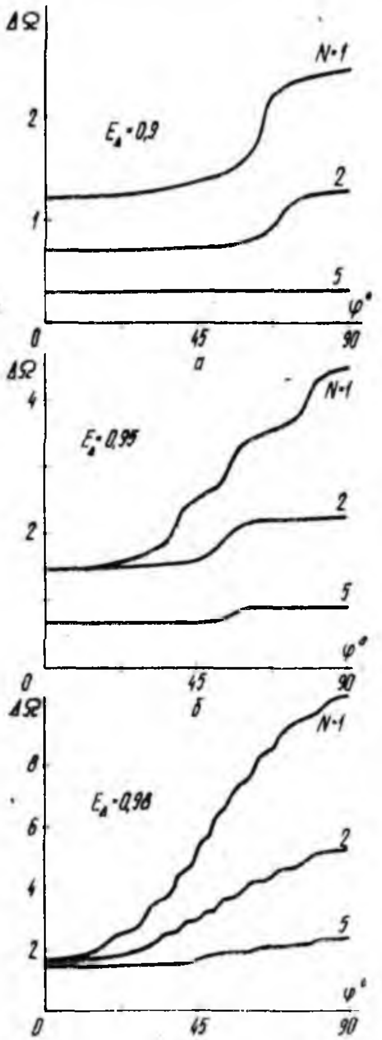

Рис. 1.

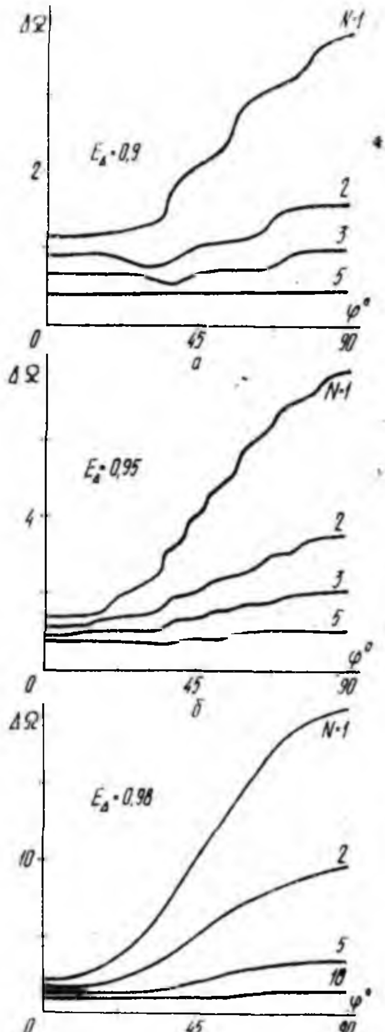

Рис. 2.

Результаты расчета зависимостей $\Delta\Omega(\varphi, N)$ при нахождении $\Delta\Omega$ по уровню энергии внеполосных компонент и по минимальной полосе, содержащей E_Δ, показаны на рис. 1, 2. Из анализа полученных данных следует, что характерная особенность зависимостей — их монотонное возрастание. Переменная скорость нарастания обусловлена наличием лепестков у функции $S^{\prime\prime}$ и уменьшением скорости убывания их интенсивности с увеличением скачка фазы.

«Провалы» графиков (рис. 1) для $N=2$ и $N=3$, $E_\Delta=0{,}9$ объясняются тем, что при таких значениях φ нижняя граница $(1-E_\Delta)/2$ достигается функцией парциальной энергии позже, чем для других φ, в результате чего уменьшается разность $\omega_в-\omega_н$. Ширина спектра при условии концентрации в нем заданной доли энергии сигнала связана монотонно возрастающей зависимостью с размером скачка фазы. Степень зависимости значительно уменьшается с ростом числа периодов сигнала. Ширина спектра зависит от способа ее определения и может различаться для одного сигнала почти в два раза в случае концентрации на этих интервалах одинаковой доли энергии сигнала. Поэтому целесообразно выбирать способ определения ширины спектра адекватным цели исследований.

Список литературы: 1. *Харкевич А. А.* Спектры и анализ. М., 1961. 236 с. 2. *Гуревич М. С.* Спектры радиосигналов. М., 1963. 311 с. 3. *Гоноровский И. С.* Радиотехнические цепи и сигналы. М., 1977. 608 с. 4. *Справочник* по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица, И. Стигана. М., 1979. 830 с. 5. *Шварцман В. О., Емельянов Г. А.* Теория передачи дискретной информации. М., 1979. 424 с. 6. *Кловский Д. Д.* Теория передачи сигналов. М., 1973. 376 с.

Поступила в редколлегию 13.11.86