

В. Ю. ТИХОВСКИЙ, Ж. Ф. ПАЩЕНКО, канд. техн. наук,
В. К. ПИРОЖЕНКО, канд. техн. наук

**АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ ВОЛНОВОДНЫХ
ЩЕЛЕВЫХ МОСТОВ. СООБЩЕНИЕ 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ЩЕЛЕВОГО E -МОСТА**

Решающим фактором при проектировании устройств СВЧ является достижение адекватности математических моделей реальным объектам. Поэтому вопрос достоверности применяемых моделей подчеркивает актуальность строгого электродинамического подхода к моделированию. Кроме того, при создании систем автоматизированного проектирования устройств СВЧ, которые имеют различную форму и конфигурацию граничных поверхностей, особое значение приобретает универсальность электродинамического подхода, дающего возможность в рамках одной математической модели рассчитывать разные типы устройств.

Такой общностью и достоверностью обладает один из проекционных подходов — матричный метод [1], основанный на методе частичных областей, разложении электромагнитного поля в областях по собственным векторным функциям, решении интегрального уравнения непрерывности методом Галеркина.

Предлагается матричный метод для создания математической модели волноводного щелевого E -моста, представленного на ри-

-сунке. Стенки волноводов считаем бесконечно тонкими и идеально проводящими, внутреннее заполнение волноводов однородное и изотропное. Предположим, что геометрические размеры отверстия связи S — произвольны, а волноводы V_1, V_2 — многомодовые.

Условие непрерывности для касательных составляющих магнитного поля на поверхности S имеет вид

$$[\vec{n}_{21} \vec{H}^{V_1} \{\vec{E}_\tau\}] + [\vec{n}_{12} \vec{H}^{V_2} \{\vec{E}_\tau\}] + [\vec{n}_{21} \vec{H}^{V_1} \{j_{\text{ср}}^{V_1}\}] = 0, \quad (1)$$

где $\vec{H}^{V_2 V_2} \{\vec{E}_\tau\}, \vec{H}^{V_2} \{j_{\text{ср}}^{V_1}\}$ — магнитные поля, возбуждаемые в волноводах V_1 и V_2 касательным электрическим полем \vec{E}_τ на поверхности S и сторонним током $j_{\text{ср}}$ в V_1 . Для решения уравнения (1) применяем метод Галеркина, выбирая полную систему векторных координатных функций \vec{e}_l и представляя искомое решение как

$$\vec{E}_\tau = \sum_{l=1}^L e_l (\vec{e}_{l_h} + \vec{e}_{l_e}), \quad l = 1, 2, \dots, m, \dots, L, \quad (2)$$

где e_l — не зависящие от координат постоянные множители, которые подлежат определению. Подставляя (2) в (1), получаем следующую систему алгебраических уравнений:

$$\|Y_{ml}^{V_1} + Y_{ml}^{V_2}\| \cdot \|e_l\| = \|h_{m\text{ср}}^{V_1}\|. \quad (3)$$

При вычислении элементов матричного уравнения (3), проводимостей Y_{ml} и задающих токов $h_{m\text{ср}}$ целесообразно выбирать последовательность координатных функций на основе решения мембранных уравнений для геометрической поверхности отверстия S согласно работе [2]. Представляя отверстие с размерами $(x_2 - x_1) \times z$, прямоугольным волноводом бесконечно малой протяженности по оси y , записываем

$$\vec{e}_{xh} = -x_0 \sqrt{\frac{(2 - \delta_{0m_{\text{сб}}})(2 - \delta_{0n_{\text{сб}}})}{a_{\text{сб}} b_{\text{сб}} x_{\text{сб}}^2}} \frac{n_{\text{сб}} \pi}{b_{\text{сб}}} \times \\ \times \cos \frac{m_{\text{сб}} \pi (x - x_1)}{a_{\text{сб}}} \sin \frac{n_{\text{сб}} \pi z}{b_{\text{сб}}};$$

$$\vec{e}_{zh} = z_0 \sqrt{\frac{(2 - \delta_{0m_{\text{сб}}})(2 - \delta_{0n_{\text{сб}}})}{a_{\text{сб}} b_{\text{сб}} x_{\text{сб}}^2}} \frac{m_{\text{сб}} \pi}{a_{\text{сб}}} \sin \frac{m_{\text{сб}} (x - x_1) \pi}{a_{\text{сб}}} \times \\ \times \cos \frac{n_{\text{сб}} \pi z}{b_{\text{сб}}};$$

$$\vec{e}_{yh} = 0;$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_{x_e} &= \vec{x}_0 \frac{2 \frac{m_{cb}\pi}{a_{cb}}}{\sqrt{a_{cb}b_{cb}x_{cb}^2}} \cos \frac{m_{cb}\pi(x-x_1)}{a_{cb}} \sin \frac{n_{cb}\pi z}{b_{cb}}; \\ \vec{E}_{z_e} &= \vec{z}_0 \frac{2n_{cb}\pi}{b_{cb}\sqrt{a_{cb}b_{cb}x_{cb}^2}} \sin \frac{m_{cb}\pi(x-x_1)}{a_{cb}} \cos \frac{n_{cb}\pi z}{b_{cb}}; \\ \vec{E}_{y_e} &= \vec{y}_0 \frac{2}{\sqrt{a_{cb}b_{cb}}} \sin \frac{m_{cb}\pi(x-x_1)}{a_{cb}} \sin \frac{n_{cb}\pi z}{b_{cb}}, \end{aligned} \quad (4)$$

где x_{cb} — собственные числа уравнения Гельмгольца, $x_{cb} = \sqrt{(m_{cb}\pi/a_{cb})^2 + (n_{cb}\pi/b_{cb})^2}$; m_{cb} , n_{cb} — количества вариаций единичных полей на отверстии по осям x и z соответственно;

$$a_{cb} = x_2 - x_1; \quad b_{cb} = z_2; \quad \delta_{0j} = \begin{cases} 1, & j = 0, \\ 0, & j \neq 0, \end{cases} \quad (j = m_{cb}, n_{cb}).$$

Проводимости волноводов V_1 и V_2 с отверстием в широкой стенке определим на основе фундаментального решения волноводных уравнений для амплитуд единичных полей, возбуждаемых полем \vec{E}_z в волноводе при $j_{ст} = 0$. Общий вид частичных проводимостей прямоугольного волновода с отверстием в его боковой поверхности получен в работе [2]. Подставив в него координатные функции на отверстии связи (4) и собственные функции прямоугольных волноводов \vec{H}^{VN} , проинтегрировав по площади отверстия S , запишем выражения для собственных и взаимных проводимостей:

$$\begin{aligned} Y_{ml}^{VN} &= \sum_m \sum_n \left\{ \frac{x}{2i\omega\epsilon [k_v^2 + (n_{cb}\pi/b_{cb})^2]} [(2C_{2l} \times \right. \\ &\times C_{2j}K_v^2/x - 2C_{1l}C_{2j}n_{cbj}\pi/b_{cb} - 2C_{1j}C_{2l}n_{cbj}\pi/b_{cb} - 2x C_{1l}C_{1j}) D_{lj} + \\ &+ (n_{cbj}\pi C_{1j}C_{2l}/b_{cb} - K_v^2 C_{2l}C_{2j}/x) K_v F_{lj} + \\ &+ (C_{1l}C_{2j}K_v - C_{1l}C_{1j}x n_{cb}\pi/K_v b_{cb}) n_{cb}\pi F_{lj}/b_{cb}] + \\ &+ C_{1l}C_{1j}D_{lj}/i\omega\epsilon + \frac{i\omega\epsilon}{2} \frac{x}{K_v^2 + (n_{cbj}\pi/b_{cb})^2}] \times \\ &\left. \times [2C_{2l}C_{2j}D_{lj}/x - K_v C_{2l}C_{2j}F_{lj}/x] \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где m , n — количества вариаций поля по осям x , y в волноводах V_1 и V_2 ; $C_{11}^{V_1} = A_1 B_1 (-1)^n$; $C_{12}^{V_2} = A_1 B_1$;

$$A_1 = A_{1h} + A_{1e} = \left(\sqrt{\frac{(2 - \delta_{0m_{cb}})(2 - \delta_{0n_{cb}})}{a_{cb}b_{cb}x_{cb}^2}} n_{cb}\pi/b_{cb} - \right.$$

$$-2m_{\text{св}}\pi/\sqrt{a_{\text{св}}b_{\text{св}}x_{\text{св}}})\sqrt{(2-\delta_{0m})(2-\delta_{0n})/ab};$$

$$B_1 = \frac{(-1)^{m_{\text{св}}} \sin \frac{m\pi x_2}{a} - \sin \frac{m\pi x_1}{a}}{(m_{\text{св}}\pi/a_{\text{св}})^2 - (m\pi/a)^2} \frac{m\pi}{a}, \quad \frac{m_{\text{св}}\pi}{a_{\text{св}}} \neq \frac{m\pi}{a};$$

$$\frac{\sin \frac{m\pi x_1}{a} - \sin \left[(x_2 + a_{\text{св}}) \frac{m\pi}{a} \right]}{4m\pi/a} + \frac{x_1 - x_2}{2} \cos \frac{m\pi x_1}{a},$$

$$\frac{m_{\text{св}}\pi}{a_{\text{св}}} = \frac{m\pi}{a}; \quad -a_{\text{св}}, m_{\text{св}} = m = 0;$$

$$C_2^{V_1} = A_2 B_2 (-1)^n; \quad C_2^{V_2} = A_2 B_2; \quad A_2 = A_{2h} + A_{2e} =$$

$$= - \left(\sqrt{\frac{(2-\delta_{0m_{\text{св}}})(2-\delta_{0n_{\text{св}}})}{a_{\text{св}}b_{\text{св}}x_{\text{св}}^2}} \frac{m_{\text{св}}\pi}{a_{\text{св}}} + \frac{2n_{\text{св}}\pi}{b_{\text{св}}x_{\text{св}}\sqrt{a_{\text{св}}b_{\text{св}}}} \right) \times$$

$$\times \left(\sqrt{\frac{(2-\delta_{0m})(2-\delta_{0n})}{abx^2}} \frac{m\pi}{a} + \frac{2n\pi}{bx\sqrt{ab}} \right);$$

$$\frac{(-1)^{m_{\text{св}}} \sin(m\pi x_2/a) - \sin(m\pi x_1/a)}{(m_{\text{св}}\pi/a_{\text{св}})^2 - (m\pi/a)^2} \frac{m_{\text{св}}\pi}{a_{\text{св}}}, \quad \frac{m_{\text{св}}\pi}{a_{\text{св}}} \neq \frac{m\pi}{a};$$

$$B_2 = \frac{x_1 - x_2}{2} \cos \frac{m\pi x_1}{a} - \frac{\sin \frac{m\pi x_1}{a} - \sin \left[(x_2 + a_{\text{св}}) \frac{m\pi}{a} \right]}{4m\pi/a}, \quad \frac{m_{\text{св}}\pi}{a_{\text{св}}} = \frac{m\pi}{a};$$

$$0, \quad m_{\text{св}} = m = 0;$$

$$D_{ij} = \begin{cases} 0, & n_{\text{св}_i} \neq n_{\text{св}_j} \\ b_{\text{св}}/2, & n_{\text{св}_j} = n_{\text{св}_i} \end{cases};$$

$$F_{ij} = \frac{1 + (-1)^{n_{\text{св}_i} + n_{\text{св}_j}} e^{-K_{\text{св}} b_{\text{св}}} [(-1)^{n_{\text{св}_j}} + (-1)^{n_{\text{св}_i}}]}{K_{\text{св}}^2 + (n_{\text{св}_i} \pi / b_{\text{св}})^2};$$

$$K_{\text{св}}^{V_{1,2}} = \sqrt{x_{\text{св}}^2 - k^2} = \sqrt{(m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0}.$$

Подводящимость (5) представляет собой квадратную матрицу, ранг которой определяется количеством учетных членов в разложении тангенциального поля на отверстиях S .

При $i=j$ проводимости собственные (диагональные члены матрицы), при $i \neq j$ — взаимные, определяющие взаимодействие единичных полей на отверстиях. Из анализа (5) следует, что единичные поля на отверстиях, имеющие количества вариаций по оси z разной четности, не взаимодействуют друг с другом. Еди-

нические поля на отверстиях создают в волноводах V_1, V_2 волны, имеющие количества вариаций по оси x такой же четности.

Задающий ток вычисляется при металлизации отверстий и согласованных нагрузках. Полное магнитное поле — сумма полей, распространяющихся в волноводе от сторонних источников. Тогда для задающих токов имеем

$$h_{m_{CT}} = \sum_{w=1}^W I_w^+ \{j_{CT}\} \int_0^{z_2} F_w^{0+} e^{-K_w z'} dz = \sum_{w=1}^W I_w^+ \{j_{CT}\} \times \\ \times \left\{ [C_2 K_w - \delta_{wh} \alpha_h C_1 n_{cb} \pi / K_h b_{cb}] \frac{e^{-K_w b_{cb}} (-1)^{n_{cb}} - 1}{K_w^2 + (n_{cb} \pi / b_{cb})^2} \right\}, \quad (6)$$

где W — общее число падающих волн; $I_w^+ \{j_{CT}\}$ — не зависящие от координат амплитуды полей w -й распространяющейся волны.

Решение матричного уравнения (3) с учетом (5), (6) относительно неизвестных амплитудных коэффициентов e_l в разложении (2) позволяет перейти к заполнению матрицы рассеяния и на основе ее элементов — к расчету переходного затухания и направленности волноводного щелевого E -моста.

Амплитуды волн в волноводах V_1, V_2 , обусловленных полем \vec{E}_τ на отверстиях связи и распространяющихся в сторону $z \leq 0$ $\times \{U_w^-(\vec{E}_\tau)\}$ и $z \geq z_2$ $\times \{U_w^+(\vec{E}_\tau)\}$ представим как

$$U_w^{V_1 \pm} \{\vec{E}_\tau\} = \mp \frac{1}{2} e^{\mp K_w z} \sum_l e_l \int_0^{z_2} F_w^{0\mp}(z') e^{\pm K_w z'} dz' = \\ = - \frac{1}{2} e^{\mp K_w z} \sum_l e_l \left\{ (e^{\pm K_w b_{cb}} (-1)^{n_{cb}} - 1) / \left(K_w^2 + \left(\frac{n_{cb} \pi}{b_{cb}} \right)^2 \right) \right\} \times \\ \times \left[C_2 K_w - \delta_{wh} \alpha_h C_1 \frac{n_{cb} \pi}{b_{cb}} \right]; \\ U_w^{V_2 \pm} \{\vec{E}_\tau\} = \frac{1}{2} e^{\mp K_w z} \sum_l e_l \left\{ \frac{e^{\pm K_w b_{cb}} (-1)^{n_{cb}} - 1}{K_w^2 + (n_{cb} \pi / b_{cb})^2} \right\} \times \\ \times [C_2 K_w - \delta_{wh} \alpha_h C_1 n_{cb} \pi / K_w b_{cb}]. \quad (7)$$

На основании (7) получим значения элементов матрицы рассеяния — коэффициента отражения S_{11} и коэффициентов передачи S_{21} , S_{31} , S_{41} :

$$S_{11} = \frac{U_w^{V_1} \{E_\tau\}_{z=0}}{U^+}; \quad S_{21} = \left| e^{-K_w z_1} + \frac{U_w^{V_1} \{E_\tau\}}{U^+} \right|_{z=z_2};$$

$$S_{31} = \frac{U_w^{V_2} \{E_\tau\}_{z=0}}{U^+}; \quad S_{41} = \frac{U_w^{V_2} \{E_\tau\}_{z=z_2}}{U^+}, \quad (8)$$

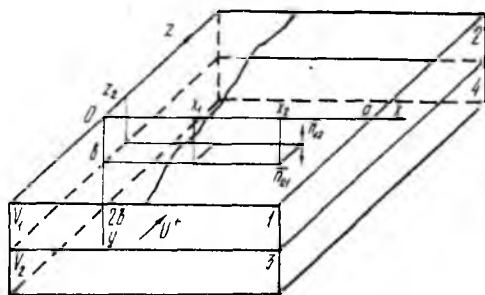
где U^+ — амплитуда падающей от стороннего источника волны.

Для проверки правильности алгоритма и заданной точности вычислений используем уравнение баланса мощности $|S_{11}|^2 = |S_{21}|^2 + |S_{31}|^2 + |S_{41}|^2 = 1$. В соответствии с критериями, сформулированными в работе [3] при получении матрицы рассеяния, математическую модель электродинамической системы (многомодового волноводного щелевого E -моста) следует считать построенной.

При расчете конкретных устройств — делителей мощности, фазовращателей и т. д. — построенная математическая модель в большинстве случаев упрощается. Например, наиболее широко применяются E -мосты на одномодовых прямоугольных волноводах. В таких случаях следует ограничиться в приведенной модели одной лишь падающей волной H_{10} , что упрощает выражения для задающих токов и амплитуд волн, распространяющихся в волноводах вне области связи.

В рассматриваемой модели стенка между волноводами считалась тонкой, но такое условие не является ограничением в применении математического аппарата. В работе [4] отмечалось, что при учете толщины стенки стандартного волновода, например сечением 23×10 мм, второй высший тип волны становится распространяющимся на частотах, выше 9,28 ГГц — середины основного диапазона прямоугольного волновода. Нами учитывались высшие типы волн во всем диапазоне волны H_{10} волновода. Как показали предварительные расчеты, диагональные элементы матрицы проводимостей, являющиеся собственными для единичных полей на отверстиях, превосходят по модулю взаимные проводимости, что характеризует устойчивость решения.

При необходимости учета толщины стенки в отверстии связи или расчета шлейфной области связи следует применять матрич-



ный метод, рассматривая область связи как резонатор прямоугольного сечения $a_{св} \times b_{св}$, который связан через отверстия, совпадающие с его поперечным сечением, с волноводами V_1 и V_2 . Матричное уравнение (3) дополняется членами взаимодействия наборов единичных полей на отверстиях связи между собой. Проводимости резонатора находятся на основе решения колебательных уравнений. Координатные функции на отверстиях выбираются исходя из решения мембранных уравнений. Количество и последовательность существования функций, а также количество учтенных типов волн в волноводах и типов колебаний в резонаторах обусловлены необходимой степенью точности вычисления элементов матрицы рассеяния, и определяются из целевой задачи.

Список литературы: 1. Коган Н. Л., Машковцев Б. М., Цибизов К. Н. Сложные волноводные системы. Л., 1963. 355 с. 2. Тихоновский В. Ю., Пащенко Ж. Ф., Пироженко В. К. Автоматизированное проектирование волноводных щелевых мостов. Сообщ. 1. Математическая модель щелевого H-моста//Радиотехника. 1988. Вып. 84. С. 97—105. 3. Автоматизированное проектирование устройств СВЧ/В. В. Никольский, В. П. Орлов, В. Г. Феокистов и др.; Под ред. В. В. Никольского. М., 1982. 272 с. 4. Горобец Н. Н., Ляховский А. Ф., Пенкин Ю. М. Влияние толщины общей стенки и формы области связи на характеристики E-плоскостных щелевых мостов//Радиотехника. 1986. Вып. 79. С. 95—101.

Поступила в редколлегию 13.07.87