

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет _____ Центр післядипломної освіти _____

(повна назва)

Кафедра _____ програмної інженерії _____

(повна назва)

АТЕСТАЦІЙНА РОБОТА
Пояснювальна записка

_____ другий (магістерський) _____

(рівень вищої освіти)

_____ Дослідження методів багатокритеріальної оптимізації _____
_____ для перетворення серійного виробництва до масового _____

(тема)

Виконав: студент 2 курсу, групи ІПЗмзд-18-1

_____ Ситник Ю.О. _____

(прізвище, ініціали)

спеціальності 121 – Інженерія програмного забезпечення
(код і повна назва спеціальності)

_____ Освітньо-наукової програми _____

(тип програми)

_____ Інженерія програмного забезпечення _____

(повна назва освітньої програми)

Керівник _____ доц. Назаров О.С. _____

(посада, прізвище, ініціали)

Допускається до захисту

Зав. кафедри _____

(підпис)

_____ Дудар З.В. _____

(прізвище, ініціали)

2020 р.

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ

Факультет _____ Центр післядипломної освіти _____

Кафедра _____ програмної інженерії _____

Рівень вищої освіти _____ другий (магістерський) _____

Спеціальність _____ 121 – Інженерія програмного забезпечення _____
(код і повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри _____
(підпис)

« _____ » _____ 20 ____ р.

ЗАВДАННЯ
НА АТЕСТАЦІЙНУ РОБОТУстудентові _____ Ситник Юлії Олексіївни _____
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Дослідження методів багатокритеріальної оптимізації для перетворення серійного виробництва до масового
затверджена наказом по університету від _____ 20__ р. № _____
2. Термін подання студентом роботи до екзаменаційної комісії
_____ 20__ р.
3. Вихідні дані до роботи електронні ресурси за обраною тематикою, план дослідження, вхідні задачі до задачі, методи аналізу, алгоритми розв'язання оптимізаційних задач, платформа розробки .NET,
4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі мета роботи, аналіз проблемної галузі і постановка задачі, огляд методів багатокритеріальної оптимізації, методи багатокритеріальної оптимізації в задачі перетворення серійного виробництва до масового, формулювання методики виконання оптимізації в умовах виробництва, програма реалізація розробленої методики, аналіз результатів дослідження

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1	Аналіз проблемної галузі	10.02.2020	виконано
2	Постановка задачі	13.02.2020	виконано
3	Дослідження існуючих методів	28.03.2020	виконано
4	Моделювання задачі	10.04.2020	виконано
5	Експериментальне застосування методів	17.04.2020	виконано
6	Формування методики оптимізації	28.04.2020	виконано
7	Експериментальне застосування методики	4.05.2020	виконано
8	Програмна реалізація	8.05.2020	виконано
9	Аналіз отриманих результатів	11.05.2020	виконано
10	Підготовка пояснювальної записки	13.05.2020	виконано
11	Підготовка презентації та доповіді	14.05.2020	виконано
12	Нормоконтроль, рецензування	15.05.2020	виконано
13	Занесення роботи до електронного архіву	20.05.2020	виконано
14	Попередній захист	23.05.2020	виконано
15	Допуск до захисту у зав.кафедри	23.05.2020	виконано

Дата видачі завдання _____ 2020 р.

Студент _____ Ситник Ю.О.
(підпис)

Керівник роботи _____ доц. Назаров О.С.
(підпис) (посада, прізвище, ініціали)

РЕФЕРАТ / ABSTRACT

Атестаційна робота магістра містить: 64 с., 4 рис., 19 табл., 4 додатки, 14 джерел.

БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА ОПТИМІЗАЦІЯ, ВИРОБНИЦТВО, КОРЕЛЯЦІЯ, КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ, МАСОВЕ ВИРОБНИЦТВО, МЕТОД ПОСЛІДОВНИХ ПОСТУПОК, МЕТОД СПРАВЕДЛИВОГО КОМПРОМІСУ, ОПТИМІЗАЦІЙНІ МОДЕЛІ, ПРИБУТОК, ПРОГНОЗУВАННЯ, ЦІЛЬОВЕ ПРОГРАМУВАННЯ, C#, .NET.

Метою роботи є дослідження методів багатокритеріальної оптимізації при переході від серійного виробництва до масового, а також формулювання методики оптимізації виробництва для конкретного підприємства.

В ході роботи було проаналізовано методи цільового програмування, лінійного програмування та методи компромісних рішень.

В результаті роботи було розглянуто методи багатокритеріальної оптимізації, сформовано методику проведення оптимізації в умовах НВФ «Карма», що поєднує у собі методи оптимізації та кореляційно-регресійний аналіз.

MULTICRITERIA OPTIMIZATION, PRODUCTION, CORRELATION, CORRELATION AND REGRESSION ANALYSIS, MASS PRODUCTION, SUCCESSIVE CONCESSIONS METHOD, FAIR COMPROMISE METHOD, OPTIMIZATION MODELS, PROFIT, FORECASTING, TARGET PROGRAMMING, C#, .NET.

The purpose of the work is to research the methods of multicriteria optimization in the conversion from batch production to mass production, and to formulate a methodology for production optimization for a particular enterprise.

During the work, the methods of target programming, linear programming and methods of compromise solutions were analyzed. As a result of the work, the methods of multicriteria optimization were considered, the method of optimization was performed under the conditions of the Karma Scientific and Production Complex, which combines optimization methods and correlation-regression analysis.

ЗМІСТ

Вступ	6
1 Аналіз проблемної області	8
1.1 Виявлення проблеми	8
1.2 Постановка задачі	11
1.3 Огляд існуючих рішень	12
2 Опис проведених досліджень	16
2.1 Формулювання задачі	16
2.2 Виконання кореляційно-регресійного аналізу.....	18
2.3 Побудова математичної моделі	22
2.4 Виконання оптимізації існуючими методами	26
2.5 Виконання оптимізації модифікованим методом	31
2.6 Аналіз результатів	37
3 Програмна реалізація	39
4 Аналіз результатів дослідження	43
4.1 Аналіз результатів підприємства.....	43
4.2 Результат проведеного дослідження.....	44
Висновки.....	47
Перелік посилань.....	49
Додаток А Поточний стан виробництва на НВФ «Карма»	51
Додаток Б Вхідні дані до задачі оптимізації	53
Додаток В Лістинг коду.....	55
Додаток Г Слайди презентації	56

ВСТУП

Розвиток індустрії напряду залежить від розвитку науки та техніки, а також від застосування методів оптимізації. Основним показником ефективності комерційних підприємств є прибуток та продуктивність праці. Наразі у зв'язку зі зростаючим рівнем використання новітніх технологій є потреба до застосування наукових методів оптимізації та налагодження діяльності підприємств з використанням інформаційних технологій.

Науково-виробнича фірма «Карма» займається виробництвом та реалізацією твердосплавної продукції різних типів. Головним джерелом здобуття прибутку є реалізація продукції власного виробництва. Фактично, працюючи по моделі «business-to-business», підприємство реалізує продукцію на замовлення для підприємств іншого профілю. Фізично виробництво не пристосоване до збільшення об'ємів виробництва, тому на підприємстві було прийнято рішення про перехід від серійного типу виробництва до масового. Після здійснення цього переходу потрібно провести оптимізацію виробництва, проаналізувати технічні, людські та фінансові ресурси підприємства, сформулювати стратегію діяльності підприємства, спрогнозувати очікувані результати та надати інструмент для виконання повторної оптимізації.

Поточний стан та цілі не дозволяють виконати оптимізацію звичайними методами з області економіки або управління, тому є необхідність використати методи багатокритеріальної оптимізації.

Метою роботи є дослідження існуючих методів оптимізації, проектування ефективної методики оптимізації виробництва при переході до масового типу виробництва, тестування в умовах конкретного підприємства та аналіз отриманих результатів. В якості результату дослідження очікується методика переходу від серійного до масового виробництва з використання методів багатокритеріальної оптимізації, а також інструмент проведення повторних оптимізаційних заходів.

Запропонована методика дозволить врахувати потреби та особливості виробництва, а також усунути недоліки більшості методів багатокритеріальної оптимізації. Згідно з аналізу результатів дослідження можна скласти прогноз результату діяльності підприємства та довести доцільність використання методів багатокритеріальної оптимізації при переході від серійного типу виробництва до масового.

Також дослідження існуючих методів оптимізації є підставою для визначення підходящих методів для розв'язання задачі оптимізації виробництва при його перетворенні від серійного типу до масового.

1 АНАЛІЗ ПРОБЛЕМНОЇ ОБЛАСТІ

1.1 Виявлення проблеми

Оптимізація – процес розв’язання математичної задачі пошуку екстремуму цільової функції з урахуванням накладених обмежень умовою задачі. Оптимізація є комплексом заходів, що включає постановку або вивчення задачі, побудову математичної моделі, вибір методу розв’язання задачі, реалізація методу, аналіз отриманих результатів та прийняття рішення про розв’язок задачі. Оптимізаційні задачі широко використовуються в багатьох сферах, вони відтворюють важливі для результату характеристики об’єкту оптимізації та подають реальні явища та процеси у математичному вигляді[1].

Існує безліч методів оптимізації, їх можна поділити по багатьох факторам. Одним з таких факторів є кількість критеріїв оптимізації: методи бувають однокритеріальні та багатокритеріальні. Всі існуючі методи мають свої переваги, недоліки та обмеження. Наприклад, деякі з методів багатокритеріальної оптимізації можна застосовувати лише у задачах з двома критеріями. Тоді такі методи називають двокритеріальними.

Так як будь-який процес чи явище можна зобразити за допомогою математичної моделі, постає питання про такі зміни у процесі, за яких процес буде відбуватися швидше або більш якісно. Наприклад, оптимізаційні методи широко використовуються в економіці, плануванні, логістиці тощо. Різноманіття методів зазвичай лякає коли передбачається оптимізація, оскільки методи принципово різні і результат їх застосування може кардинально відрізнятись. Та якщо з однокритеріальними методами не буде великих розбіжностей у результатах та складнощів під час їх аналізу, то з багатокритеріальними методами значно складніше. Багатокритеріальні методи працюють з декількома критеріями, як правило конфліктує між собою, і результат застосування більшості з них є більшою мірою результатом аналізу та прийняття рішення, ніж результатом розрахунків та чіткого слідування алгоритму.

З огляду на характеристику багатокритеріальних методів оптимізації та наявність об'єкту, що потребує оптимізації, виникає необхідність провести системне дослідження методів багатокритеріальної оптимізації, варіантів їх використання, можливості модифікації під конкретну задачу та впровадження методів у вигляді програмного забезпечення.

Для дослідження методів було обрано задачу оптимізації виробництва при переході виробництва серійного типу до масового. Тип виробництва є комплексом технічних, організаційних та економічних характеристик виробництва. Для визначення типу виробництва важливі такі фактори, як об'єм випуску продукції, широта номенклатури, регулярність випуску, коефіцієнт закріплення операцій (відношення кількості технологічних операцій до кількості робочих місць) [2].

Виділяють 3 типи виробництва:

- одиничне;
- серійне;
- масове.

Одиничне виробництво характеризується невеликим об'ємом випуску продукції певного типу, характерне для виробів, що не є витратним матеріалом.

Серійне виробництво застосовується для періодичного випуску виробів партіями. Характерне для виробів, які можуть бути витратним матеріалом, або характеристики виробу не дозволяють застосувати одиничне виробництво.

Масове виробництво відрізняється від вищезгаданих великим об'ємом випуску продукції, що виготовляється безперервно або за планом. Даний тип виробництва застосовується для виробів, що мають високий попит, потребу у великій кількості на реалізацію (більше ніж 1000 екземплярів) або являються основною продукцією, що випускається на підприємстві. Масове виробництво є виправданим коли важливо мати певні позиції постійно у наявності для збільшення продаж та налагодження клієнтського сервісу. Впровадження масового виробництва є важливим кроком для підприємства, оскільки це досить дорогий процес, але в разі складанням вірного плану виробництва та налагодження внутрішньої системи керування ресурсами таке рішення дасть більше прибутку ніж

виготовленої такої ж кількості продукції серійним виробництвом. Порівняльна характеристика типів виробництва наведена у таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Порівняння типів виробництва

Характеристика	Одиничне виробництво	Серійне виробництво	Масове виробництво
1	2	3	4
Обсяг виробництва	1-10 шт	10-1000	Від 1000
Характерні вироби	Складні вироби з індивідуальною технологією виготовлення; непопулярні вироби	Вироби без індивідуальної технології виготовлення; прості та складні вироби; популярні вироби; вироби що є витратним матеріалом.	Вироби без індивідуальної технології виготовлення; прості та складні вироби; популярні вироби; вироби, що є витратним матеріалом; вироби, що замовляються тільки крупними партіями; універсальні деталі для машин та обладнання.
Час виробництва	Тривалий	Середньої тривалості та нетривалий	Будь-який
Повторність випуску	Неповторний або рідко повторний	Часто повторний	Постійний випуск
Організація обладнання	По групам призначення	По цехам різних технологічних операцій	По ходу технологічного процесу виготовлення та обробки; на кожен верстат обмежена кількість операцій
Гнучкість виробництва	Гнучке	Частково гнучке	Лише згідно з інструкцією процесу
Коефіцієнт закріплення операцій	>40	1-40	0

Для забезпечення ефективності впровадження масового виробництва необхідно провести оптимізацію підприємства. Скорочення штату не принесе результату, тому що не буде достатньої кількості операторів зі спеціальною

освітою та досвідом. Також необхідно зберегти можливість серійного та одиничного виробництва, а це потребує розробки нового технологічного процесу. Прості методи оптимізації штату та робочих місць не спроможні дати необхідний результат, оскільки потрібно підійти комплексно до задачі.

Для проведення переходу до масового виробництва пропонуються методи багатокритеріальної оптимізації. Однокритеріальні методи не будуть ефективними у даній задачі, оскільки ефективність рішення даної задачі неможливо оцінити за допомогою одного критерія. Задача оптимізації, пов'язана з виробництвом, полягає у пошуку оптимального рішення при наявності таких критеріїв оптимальності, зведення яких є неможливим або негативно вплине на результат [3].

1.2 Постановка задачі

Необхідно провести дослідження методів багатокритеріальної оптимізації в контексті задачі перетворення виробництва від серійного до масового. Мета дослідження – вивчити існуючі методи багатокритеріальної оптимізації, виявити їх ефективність та спроможність вирішити багатокритеріальну оптимізаційну задачу перетворення серійного виробництва до масового, сформулювати методику проведення оптимізації, впровадити методику на підприємство у якості нового програмного забезпечення.

Дослідження має включати в себе теоретичне вивчення методів, виділення їх переваг та недоліків, експериментальне застосування методів, аналіз результатів, формування методики оптимізації в умовах конкретного підприємства та експериментальне застосування її, програмну реалізацію сформованої методики оптимізації, та аналіз всіх отриманих результатів з висновками щодо доцільності використання та ефективності методів багатокритеріальної оптимізації у задачі перетворення серійного виробництва до масового.

1.3 Огляд існуючих рішень

Загалом, задача оптимізації полягає у визначенні точки мінімуму або максимуму цільової функції шляхом обчислення значення функції з певного дозволеного набору значень. Задача оптимізації вважається виконаною тоді, коли стає відомий екстремум цільової функції або значення параметрів функції вийшли за дозволений діапазон. Результатом оптимізації є найкращі можливі значення цільової функції, що належать її області визначення[4].

У випадку, коли задача містить більше однієї цільової функції вибір оптимального рішення стає більше складним. Об'єктивно невідомо яке рішення буде більш правильним, так як критерії можуть бути конфліктуєчими[5]. Така ситуація може виникнути коли оптимізацію використовуються для збільшення прибутку та зменшення витрат одночасно. В такому випадку рішення задачі має бути оптимальним по Парето. Ефективних рішень, або оптимальних по Парето, може бути декілька. Рішення буде оптимальним у тому випадку, коли один з критеріїв досягне кращого результату таким чином, щоб не вплинути на погіршення інших критеріїв[6].

Постановка задачі багатокритеріальної оптимізації виглядає наступним чином:

X – множина допустимих рішень, $x \in X$ – допустиме рішення. Кожне рішення оцінюється по n критеріям ($n \geq 2$). Нехай $\Phi_i(x)$ – функція, значеннями якої є оцінки рішення $x \in X$, $i = \underline{1, n}$.

Тоді вектор $\Phi(x) = (\phi_1(x), \dots, \phi_i(x), \dots, \phi_n(x))$, $x \in X$ – набір оцінок рішення $x \in X$ по всім критеріям.

Парето-оптимальне рішення $x^* \in X$ є таким, якщо не існує іншого рішення з множини X , для якого

$$\phi_i(x) \geq \phi_i(x^*), i = \underline{1, n} \exists i_0: \phi_{i_0}(x) > \phi_{i_0}(x^*)$$

Під час дослідження розглядались методи оптимізації, що застосовувались раніше у суміжних областях та були згадані у наукових публікаціях.

Арбітражні рішення передбачають визначення певного допустимого рішення як консервативне, що підлягає покращенню при рішенні задачі багатокритеріальної оптимізації. Арбітражною схемою є правило φ , яке кожній множині оцінок $H(X)$ ставить у відповідність єдину пару

$$(\Phi^*, x^*) = \varphi(\Phi(X), \Phi(x_0)),$$

де $x^* \in X, \Phi^* = \varphi(x^*), x^*$ розуміється як оптимальне рішення[7].

До арбітражних рішень відносяться метод головного критерія та арбітражна схема Неша. Враховуючи умови задачі дослідження дані методи не будуть ефективними, оскільки специфіка методів передбачає максимальну ефективність у задачі двохкритеріальної оптимізації та їх результат спрямований на більшу ефективність одного з критеріїв.

Багатокритеріальне лінійне програмування засноване на зображенні всієї множини парето-оптимальних рішень та застосовує графічний метод розв'язання задачі водночас з аналітичним. Згідно з науковими публікаціями, існує можливість пошуку компромісного рішення задачі багатокритеріального лінійного програмування з векторною цільовою функцією[8]. Перевагою цього методу є рівні пріоритети критеріїв. Цей підхід можна застосувати до задачі з двома критеріями. Для таких задач метод є ефективним та досить простим у застосуванні. Однак для задачі, що розглядається у дослідженні, використання цього методу не є доцільним через більшу кількість критеріїв.

Цільове програмування має за основу ранжування критеріїв по ступеню важливості. Цільове програмування є одним з методів, що використовує згортку критеріїв. З декількох критеріїв формується один узагальнений – суперкритерій, що обов'язково враховує пріоритет кожного критерію. Методи цільового програмування здатні ефективно охопити задачі з більш ніж двома критеріями, тому варто розглянути їх детальніше для подальшого виконання дослідження.

Метод справедливого компромісу передбачає однакову вагу критеріїв і не потребує їх нормалізації та ранжування. Справедливим називається такий

компромiс, при виборі якого відносний рівень зниження якості рішення не перевищує відносного рівня підвищення якості прийнятого рішення з урахуванням всіх критеріїв. Даний метод було розглянуто в науковому виданні в контексті оптимізації річної виробничої програми. Автор пропонує трьохкритеріальну модель виробничої програми, у якій задачі збільшення прибутку, зменшення витрат та мінімізація використання ресурсів рівні між собою[9]. Метод справедливого компромісу ефективний для такої задачі і буде розглянутий пізніше у ході дослідження.

Метод пріоритетів полягає в тому, що цільові функції ранжуються в порядку важливості та розв'язуються по черзі відповідно до пріоритету. Метод пріоритетів можна використовувати з будь-якою кількістю критеріїв. Перевагою методу є те, що задача, яка має нижчий пріоритет не може погіршити результат задач з вищим пріоритетом[10]. Одним з таких методів є метод послідовних поступок полягає у тому, що критерії нумерують відносно їх важливості, максимізують найважливіший критерій, встановлюють припустиме зниження значення цього критерію і максимізують другий критерій за умови, що значення першого критерію не повинно відрізнятись від максимального більш ніж на величину припустимого зниження. Поступово розраховується значення кожної цільової функції з поступками до кожного критерія. Метод послідовних поступок вже застосовувався у задачі підвищення рентабельності виробництва, опис алгоритму було описано у праці «Використання методу послідовних поступок для розв'язування задачі підвищення рентабельності виробництва малого підприємства» за авторством М.Я. Марко та Г.Г. Цегелик. В статті наведена математична модель задачі підвищення рентабельності та розв'язання задачі засобами методу, зокрема з використанням симплекс методу[11]. Критеріями оптимальності автори встановили класичну пару критеріїв – максимальний прибуток і мінімальні витрати на виробництво. До переваг методу відносяться простота у використанні, гнучкий інструмент аналізу отриманих результатів, проте симплекс-метод доцільно застосовувати лише для однокритеріальних задач. Планом дослідження передбачений більш детальний розгляд методу.

Всі описані методи рішення задачі багатокритеріальної оптимізації мають один спільний недолік – суб'єктивність при визначенні важливості критеріїв оптимізації та прийнятті рішення про розв'язок задачі. У оглянутих наукових працях згадується цей недолік, проте способу його усунення не було запропоновано.

Пропонується використати декілька методів на одних і тих же вхідних даних для порівняння та аналізу результатів, а також спрогнозувати фінансовий результат підприємства для кожного набору вихідних даних.

2 ОПИС ПРОВЕДЕНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

2.1 Формулювання задачі

Дослідження виконується з урахуванням умов виробництва науково-виробничої фірми «Карма». НВФ «Карма» займається виготовленням та реалізацією твердосплавної продукції на замовлення вітчизняних заводів, підприємств-виробників іншого профілю, учбових закладів, ремонтних станцій, тощо. Окрім виробництва, НВФ «Карма» має потужну наукову базу та можливості для проведення досліджень, експериментів та розробки нових методів у сфері ЧПУ. У зв'язку з тенденцією до «діджиталізації» суспільства підприємство залучає спеціалістів зі сфери інформаційних технологій для підвищення ефективності підприємства та забезпечення можливості отримання більшого прибутку.

Підприємство має необхідність переходу від серійного типу виробництва до масового. Така потреба зумовлена збільшенням об'ємів виробництва, підвищення попиту на продукцію та розвитком індустрії в Україні. Після трансформації виробництва підприємство зіткнулось з рядом проблем:

- відсутність плану виробництва, який враховує деталі технологічного процесу та забезпечить максимальний економічний ефект;
- продукцію, що виготовляється серійно, досить складно ввести в робочий графік через завантаженість цехів;
- простежується нераціональне розподілення персоналу між робочими місцями та ланками технологічного процесу;
- відсутня можливість запуску масової лінії паралельно з серійним випуском на замовлення, і внаслідок втрата фінансової вигоди та нераціональне розподілення фінансового ресурсу.

Оскільки номенклатура виробництва НВФ «Карма» нараховує більше 100 позицій різного типу та призначення, для дослідження та виконання оптимізації як еталонний виріб для масового виробництва було прийнято пластину твердосплавну п'ятигранну 10114-110408. Цей виріб в першу чергу буде запущено у масове

виробництво через надзвичайний попит та призначення у якості витратного матеріалу. Також для ефективного проведення оптимізації необхідно врахувати можливість збереження серійного виробництва для деяких позицій. Як еталонний виріб для серійного виробництва прийнято пластину для обробки залізничних колісних пар LNUX 301940.

Підприємство випускає два види пластин (п'ятигранник та залізнична пластина) з трьох видів сплаву. Для п'ятигранника використовується сплав марок Т5К10 та ВК8, а для залізничної пластини – ТТ10К8Б. Запас сировини поповнюється постійно, проте в певні періоди року деякі марки сплаву бувають дефіцитні. Запас сировини у цеху, де виготовляють вказані вироби завжди підтримується у кількості 200 кг сплаву кожної марки, проте 100 кг сплаву ТТ10К8Б є зарезервованими під індивідуальне виробництво.

Залізнична пластина виготовляється у невеликій кількості, зазвичай до 500 штук. П'ятигранник має виготовлятися у найбільш можливій кількості, але не менше ніж 5000 штук (згідно з попитом). Показники підприємства до проведення оптимізації наведені у додатку А. Дані подані у форматі таблиць та описують стан виробництва на підприємстві до виконання оптимізації.

Штат робітників нараховує 20 осіб. Тривалість робочої зміни – 8 годин. Відповідно максимальний робочий час 1 робітника на місяць – 160 годин, а всього штату – 3200 годин. Після перетворення серійного виробництва до масового спостерігається неповне завантаження штату, що є небажаним для фінансових показників підприємства.

Необхідно провести оптимізацію таким чином, щоб підвищити продуктивність праці, збільшити прибуток та зменшити витрати. Вхідні дані задачі наведені у додатку Б. Дані були отримані в ході аналізу поточного стану підприємства.

Контрольний період – один місяць, відповідно план складається на місяць. Після виконання оптимізації оцінюється місячний та річний прогноз діяльності підприємства.

2.2 Виконання кореляційно-регресійного аналізу

Для виконання багатокритеріальної оптимізації з найкращими результатами спочатку необхідно визначити домінуючі критерії, які напряму впливають на прибуток підприємства або не впливають зовсім. Згідно з результатом аналізу моделі отримання прибутку можна точніше сформулювати задачу багатокритеріальної оптимізації і об'єктивно встановити пріоритети цільових функцій. Таким чином буде усунуто головний недолік всіх існуючих методів багатокритеріальної оптимізації – суб'єктивність при встановленні пріоритетів та визначенні домінуючої цільової функції.

Для цього доцільно використати метод кореляційно-регресійного аналізу моделі параметричного ціноутворення. Метод кореляційно-регресійного аналізу поєднує у собі кореляційний і регресійний аналізи. Кореляційний аналіз визначає зв'язок між параметрами та його вагу, а регресійний – емпіричну формулу залежності вартості продукції від її параметрів[12]. Залежність можна представити у вигляді:

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

де $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$ – факторні ознаки,

y – результативна ознака.

Задача кореляційно-регресійного аналізу – виявити характер впливу аргументів (факторних ознак) на функцію y (результативну ознаку). Параметри, що впливають на вартість продукції і відповідні їм змінні наведені у таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Параметри вартості продукції

Змінна	Параметр
x1	Витрати на сировину
x2	Накладні витрати
x3	Витрати на механічну обробку
x4	Заробітна плата
x5	Собівартість
x6	Прибуток
y	Ціна виробу

Побудуємо модель з використанням узагальненої багатфакторної лінійної регресійної залежності. Невідомі параметри – константи, випадкова величина не спостерігається, відповідно точно визначити закон її розподілення неможливо, але можна зробити припущення, що вона розподілена за нормальним законом.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_p x_p + \varepsilon$$

де y – залежна змінна,

$x_1, x_2, x_3 \dots x_p$ – незалежні змінні,

$\beta_0, \beta_1, \beta_2 \dots \beta_p$ – константи, які потрібно оцінити,

ε – неспостережувана випадкова величина.

Проведемо аналіз зв'язків між кожною парою факторних значень і кожного факторного значення з результативними. Для проведення аналізу підприємством були надані попередні дані по виробам 10114-110408 та LNUX 301940, які не впливають на хід дослідження методів оптимізації, проте дозволяють встановити пріоритети критеріїв оптимізації. Відповідно до умов у регресійну модель включаються факторні ознаки, що пов'язані з залежною змінною, але не пов'язані між собою. Для аналізу необхідно знайти коефіцієнт кореляції для кожної пари (фактору x_1, x_2, \dots, x_6 та результату y):

$$\tau_{y x_1}, \tau_{y x_2}, \dots, \tau_{y x_6}$$

$$\tau_{y x_i} = \frac{\sum (y x_i - y' x'_i)}{(n - 1) s_y s_{x_i}}$$

$$\tau_{y x_1} = 0,99$$

$$\tau_{y x_2} = -0,95$$

$$\tau_{y x_3} = 0$$

$$\tau_{y x_4} = 0,27$$

$$\tau_{y x_5} = 0,99$$

$$\tau_{y 6} = 0,99$$

Коефіцієнт кореляції коливається між -1 та 1. Чим ближче значення коефіцієнту до його граничних значень – тим сильніший зв'язок. Виходячи з отриманих коефіцієнтів можна виключити параметри x_3 та x_4 . Отримуємо кореляційну матрицю, матриця наведена у таблиці 2.2.

Таблиця 2.2 – Кореляційна матриця

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	y
x1	1,0						
x2	0,0005	1,0					
x3	0	0,27	1,0				
x4	0	0	0	1,0			
x5	0,99	0,99-	0,33	0,27	1,0		
x6	0,99	0,95	0	0,86	0,99-	1,0	
y	0,99	-0,95	0	0,27	0,99	0,99	1,0

Отримавши кореляційну матрицю можна перейти до побудови регресійної моделі. Модель ціноутворення необхідна більш точної побудови математичної моделі оптимізаційної задачі.

Залежність між ціною виробу та параметрами, що впливають на неї, лінійна, тому обираємо лінійну модель:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2$$

$$a_1 = \frac{\tau_{yx_1}^2 \tau_{yx_2}^2 - \tau_{yx_2}^2 \tau_{x_1x_2}^2}{\tau_{yx_1}^2 \tau_{yx_2}^2 - (\tau_{x_1x_2}^2)^2}$$

$$a_2 = \frac{\tau_{yx_2}^2 \tau_{yx_1}^2 - \tau_{yx_1}^2 \tau_{x_1x_2}^2}{\tau_{yx_1}^2 \tau_{yx_2}^2 - (\tau_{x_1x_2}^2)^2}$$

$$a_1 = 1,78$$

$$a_2 = -7,95$$

$$a_0 = 35,61 - 1,78 \cdot 18,96 + 7,95 \cdot 0,68 = 7,27$$

$$y = 7,27 + 1,78x_1 - 7,95x_2$$

Наступним етапом аналізу необхідно зробити висновки щодо зв'язку ознак та їх впливу на прибуток підприємства. Висновки щодо сили зв'язку будуть зроблені шляхом порівняння визначених коефіцієнтів на основі таблиці Чеддока[13]. Економічно інтерпретована інформація наведена у таблиці 2.3.

Таблиця 2.3 – Економічна інтерпретація таблиці Чеддока

Значення коефіцієнтів кореляції	Вплив параметрів на ціну
$0 \leq \tau_{yx} < 0,2$	Відсутній
$0,2 \leq \tau_{yx} < 0,5$	Дуже слабкий, не рекомендується використовувати цей параметр
$0,5 \leq \tau_{yx} < 0,75$	Значний вплив, необхідність використання визначається в процесі залежно від цілей
$0,75 \leq \tau_{yx} < 0,95$	Сильний вплив, повинен враховуватись при розрахунках
$0,95 \leq \tau_{yx} < 1$	Прямий вплив, повинен враховуватись при розрахунках

Як видно з результатів аналізу, такі фактори як витрати на сировину, накладні витрати на виробництво, собівартість та прибуток мають прямий вплив на ціну виробу. Для отримання коректного розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації надалі будуть враховуватись лише витрати на сировину, накладні витрати, заробітна плата, та прибуток.

Для багатокритеріальної оптимізації визначені такі цілі:

- максимізувати місячний прибуток від реалізації п'ятигранників та залізничних пластин;
- мінімізувати витрати на виробництво;
- мінімізувати робочий час (тим самим, підвищити продуктивність шляхом збільшення кількості виготовлених виробів на одиницю часу).

Результатом кореляційно-регресійного аналізу є встановлення пріоритетів на цільові функції. Так як заробітна плата має найнижчий коефіцієнт кореляції, що означає дуже слабкий зв'язок заробітної плати з відпускною ціною, тому

підвищення продуктивності матиме останній пріоритет. Коефіцієнт кореляції накладних витрат з ціною виробу від'ємний, а це значить, що збільшення значення цього параметру може спричинити зменшення інших параметрів. Оскільки фактори, на які можуть вплинути накладні витрати, присутні у цільовій функції максимізації прибутку, то в першу чергу необхідно саме підвищити прибуток підприємства (перший пріоритет), а потім і зменшити витрати (другий пріоритет).

Отримавши формулювання задачі та цілі маємо повноцінну задачу на оптимізацію. Дослідження методів багатокритеріальної оптимізації при переході від серійного до масового типу виробництва потребує уточнення обмежень задачі та побудови такої математичної моделі, яка підійшла б до кожного з досліджуваних методів.

2.3 Побудова математичної моделі

Отримавши умову задачі та цілі виконання оптимізації можна побудувати математичну модель задачі. Математична модель – система співвідношень, що описує певне явище математичними засобами [14].

Побудуємо математичну модель. Позначимо обсяг виробництва як x_1 , x_2 , x_3 – обсяг виробництва п'ятигранників зі справу Т5К10, ВК8 та залізничних пластин зі сплаву ТТ10К8Б відповідно. Оптимізаційна модель матиме наступний вигляд:

$$\Phi_1(x) = \sum_{i=0}^3 (p_i - c_i)x_i - t_i R l_i x_i \rightarrow \max \quad (2.1)$$

$$\Phi_2(x) = \sum_{i=1}^3 (u_i k_i x_i + m_i x_i) \rightarrow \min \quad (2.2)$$

$$\Phi_3(x) = \sum_{i=1}^3 t_i l_i x_i \rightarrow \min \quad (2.3)$$

з обмеженнями:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^3 p_i x_i \geq P \\ \sum_{i=1}^3 t_i l_i x_i \leq T \end{array} \right. \quad (2.4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^3 t_i l_i x_i \leq T \\ k_i x_i \leq K_i, \quad i = \overline{1,3} \end{array} \right. \quad (2.5)$$

$$k_i x_i \leq K_i, \quad i = \overline{1,3} \quad (2.6)$$

$$x_i \geq V_i, \quad i = \overline{1,3} \quad (2.7)$$

$$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3} \quad (2.8)$$

де p_i – відпускна ціна виробу,

c_i – собівартість виробу,

k_i – норми витрат сировини,

K_i – запаси сировини,

u_i – вартість сировини,

t_i – витрати часу 1 робітника,

T – обмеження витрат часу,

l_i – кількість робітників,

R – годинна ставка оплати праці робітників,

P – поточний дохід від реалізації продукції,

m_i – накладні витрати,

V_i – обмеження обсягу виробництва.

Критерії впорядковані за важливістю згідно з результатом кореляційно-регресійного аналізу. Цільові функції (2.1-2.3) моделі спрямовані на максимізацію прибутку підприємства від реалізації продукції, мінімізацію витрат на виробництво та підвищення продуктивності роботи шляхом мінімізації робочого часу на виготовлення якомога більшої кількості продукції відповідно. Обмеження враховують необхідність підвищення прибутку порівняно з поточним станом (2.4), витрати часу згідно з внутрішнім розпорядком на виробництві (2.5), витрати сировини (2.6) та потреби підприємства у певному об'ємі виробництва (2.7).

З урахуванням вхідних даних задачі, що наведені у додатку Б, задача набуває наступного вигляду:

$$\begin{aligned} \phi_1(x) &= 22,604 x_1 + 20,874 x_2 + 83,88 x_3 \rightarrow \max \\ \phi_2(x) &= 12,074 x_1 + 13,796 x_2 + 38,115 x_3 \rightarrow \min \\ \phi_3(x) &= 0,0156 x_1 + 0,0156 x_2 + 2,4 x_3 \rightarrow \min \\ &\left\{ \begin{array}{l} 35,61 x_1 + 35,61 x_2 + 290 x_3 \geq 527540,00 \\ 0,0156 x_1 + 0,0156 x_2 + 2,4 x_3 \leq 3200 \\ 0,0112 x_1 \leq 200 \\ 0,0128 x_2 \leq 200 \\ 0,0165 x_3 \leq 100 \\ x_1 \geq 5000 \\ x_2 \geq 5000 \\ x_3 \leq 500 \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Оскільки вхідні дані спираються на стан підприємства до проведення оптимізації є необхідність побудови моделі додаткової задачі однокритеріальної оптимізації для визначення оптимальної кількості робітників у цеху. Передбачається, що дана оптимізація буде виконана у модифікованій методиці проведення оптимізації при перетворенні виробництва від серійного до масового. Вхідні дані для проведення оптимізації штатного розкладу наведені у додатку Б. Для оптимізації штатного розкладу в першу чергу враховується кількість робочих годин. Позначимо кількість робітників на виробництво п'ятигранників та залізничних пластин як x_1 та x_2 відповідно. Модель матиме наступний вигляд:

$$\Phi(x) = \sum_{i=0}^2 T k_i x_i \rightarrow \max \quad (2.9)$$

з обмеженнями:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^2 x_i \leq M & (2.10) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^2 tx_i \leq TM & (2.11) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_i \geq m_i, & j = \overline{1,2} & (2.12) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_j \geq 0, & j = \overline{1,2} & (2.13) \end{cases}$$

де t – робоча зміна 1 робітника,

T – кількість робочих годин на місяць 1 робітника,

k_i – частка роботи 1 робітника в 1 годину (кількість виробів),

m_i – граничні значення кількості робітників в цеху,

M – величина штату.

Цільова функція (2.9) спрямована на максимізацію кількості виготовлених виробів на місяць. Щоб уникнути максимального завантаження штату були введені обмеження на кількість робітників (2.10), що не може перевищувати число штатних робітників, на робочий час (2.11), оскільки кожен робітник може відпрацювати лише одну зміну протягом доби, та обмеження на базову кількість робітників у цеху. Після підстановки у модель вхідних даних задача виглядає наступним чином:

$$\Phi(x) = 1680 x_1 + 96 * x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 20 \\ 8x_1 + 8x_2 \leq 3200 \\ x_1 \geq 8 \\ x_2 \leq 4 \\ x_j \geq 0, & j = \overline{1,2} \end{cases}$$

Отримані математичні моделі готові до розв'язання задачі багатокритеріальної оптимізації. Моделі приведені до симетричного вигляду. Встановлені на даному етапі обмеження моделі повністю покривають обмеження, що визначені умовами задачі.

2.4 Виконання оптимізації існуючими методами

Оскільки припускається, що застосування класичних методів багатокритеріальної оптимізації буде недостатньо ефективним в умовах задачі перетворення серійного виробництва до масового. Досліджувані методи мають декілька спільних рис, що суттєво впливають на ефекти оптимізації:

- суб'єктивність при встановленні пріоритетів цільових функцій;
- вплив людського фактору при прийнятті рішення про результат оптимізації;
- розв'язання лише однієї оптимізаційної задачі в рамках методики проведення оптимізації.

Загалом очікується, що досліджувані методи багатокритеріальної оптимізації продемонструють більш-менш однакові результати, проте час розв'язання задачі та кількість ітерацій безумовно будуть відрізнятися. Можна припустити, що метод справедливого компромісу буде найшвидшим через відсутність необхідності проведення кореляційно-регресійного аналізу, але не дуже ефективним, а метод послідовних поступок – найдовшим через те, що метод передбачає виконання ітеративних розрахунків, проте надійним. Дане припущення буде підтверджено або спростовано після завершення дослідження.

2.4.1 Застосування методу справедливого компромісу

Метод справедливого компромісу не потребує встановлення пріоритетів на цільові функції. Суть методу полягає у почерговому розв'язанні однокритеріальних оптимізаційних задач (в даному випадку, трьох) та переборі множини отриманих рішень для визначення множини рішень вихідної задачі. Отримавши результати перебору необхідно проаналізувати значення та прийняти один з сценаріїв як оптимальний.

Варто зауважити, що жодне з рішень, отримане після використання методу справедливого компромісу не буде оптимальним, оскільки кожен з варіантів є певним компромісом.

Для розв'язання трьох однокритеріальних задач було використано симплекс-метод. Результати розв'язання задач наведено у таблиці 2.4.

Таблиця 2.4 – Результати розв'язання однокритеріальних задач

Показник	Задача №1	Задача № 2	Задача № 3
Об'єм випуску п'ятигранника Т5К10	17857	5742	9000
Об'єм випуску п'ятигранника ВК8	15625	5000	5000
Об'єм випуску залізничної пластини ТТ10К8Б	500	500	100
Цільова функція $\Phi_i(X)$	771739,11	157372,30	458

Як видно з розрахунків, значення змінних у кожній задачі кардинально різняться, тому прийняти рішення по отриманим даним не є можливим. Через досить великі значення проведення перебору всіх значень множини (включаючи ті, що не ввійшли в план, але належать множині та задовольняють обмеження задачі) є досить тривалим та непродуктивним процесом, тому перебір проводиться лише по отриманим даним. Результати розрахунків після перебору наведено у таблиці 2.5.

Таблиця 2.5 – Альтернативні плани виробництва

Показник	Альтернатива 1	Альтернатива 2	Альтернатива 3	Альтернатива 4
Об'єм випуску п'ятигранника Т5К10	17857	5742	9000	9000
Об'єм випуску п'ятигранника ВК8	15625	5000	5000	15600
Об'єм випуску залізничної пластини ТТ10К8Б	500	500	100	500
Прибуток, грн	771739,11	276102,17	316194,00	571010,40
Витрати, грн	450225,40	157372,30	181457,50	342941,10
Робочий час, год	1722	1367	458	1583

Проаналізувавши отримані альтернативи було прийнято рішення про прийняття альтернативи №4 як оптимального плану. Фінальні результати задачі наведені у таблиці 2.6.

Таблиця 2.6 – Результат виконання оптимізації

Показник	Значення
Об'єм випуску п'ятигранника Т5К10	9000
Об'єм випуску п'ятигранника ВК8	15600
Об'єм випуску залізничної пластини ТТ10К8Б	500
Прибуток	571010,40
Витрати	342941,10
Робочий час	1583
Кількість використаного сплаву Т5К10	100,8
Кількість використаного сплаву ВК8	174,72
Кількість використаного сплаву ТТ10К8Б	5,6

Після використання методу справедливого компромісу було отримано план, за яким прибуток підприємства на місяць складає 571 010 гривень 40 копійок при витратах 342 941 гривень 10, при цьому робочий час на виготовлення визначеного об'єму продукції складає 1583 годин. Жоден зі сплавів не використовується повністю.

2.4.2 Застосування методу цільового програмування

Метод цільового програмування є одним з видів методу згортки критеріїв. Метод полягає у зведенні всіх критеріїв в один узагальнений. Узагальнений критерій враховує пріоритет α та векторну оцінку до недосяжної ідеальної точки β і має наступний вигляд:

$$\Phi(x) = \sum_{i=1}^M \alpha_i (f_i(x) - b_i^*)$$

Оскільки ідеальний результат оптимізації не встановлено приймаємо $\beta=0$, а $\alpha=0,33$, оскільки для цього методу встановлюємо рівні пріоритети для кожної цільової функції. Згортка критеріїв приводить цільову функцію до наступного вигляду:

$$\Phi(x) = 11,449 x_1 + 11,446 x_2 + 41,05x_3 \rightarrow \max$$

Отриманий результат значно кращий, ніж отриманий після оптимізації методом справедливого критерію. Результат оптимізації методом цільового програмування наведений у таблиці 2.7.

Таблиця 2.7 – Результат оптимізації

Показник	Значення
Об'єм випуску п'ятигранника Т5К10	17857
Об'єм випуску п'ятигранника ВК8	15625
Об'єм випуску залізничної пластини ТТ10К8Б	500
Прибуток	771739,11
Витрати	450227,14
Робочий час	1722
Кількість використаного сплаву Т5К10	200
Кількість використаного сплаву ВК8	200
Кількість використаного сплаву ТТ10К8Б	8,25

Проаналізувавши отримані результати, можна зробити висновок, що за даним планом прибуток підприємства на місяць складатиме 771 739 гривень 11 копійок при витратах рівних 450 227 гривень 14 копійок, а робочий час складає

1722 години. При такому плані сировина марок Т5К10 та ВК8 витрачається повністю.

Даний метод є простим у використанні, досить швидким, оскільки використовує симплекс-метод для однієї узагальненої задачі, а результат є задовільним для цілей підприємства.

2.4.3 Застосування методу послідовних поступок

Метод послідовних поступок застосовується якщо критерії впорядковані по спадаючій важливості. Метод полягає у розділенні задачі багатокритеріальної оптимізації на декілька задач однокритеріальної оптимізації. Задачі розв'язуються у порядку важливості критеріїв.

Спочатку розв'язується задача з найвищим пріоритетом, потімзначається величина поступки Δ і наступна задача розв'язується таким чином, щоб результат першої відхилився від максимального значення не більше ніж на величину Δ . Поступка назначається перед кожною наступною задачею, відповідно у кожній задачі вводиться додаткове обмеження. Результат, отриманий в останній задачі, вважається оптимальним для задачі багатокритеріальної оптимізації.

Для розв'язання задачі значення Δ рівне 30000 для першого критерія та 20000 для другого. Значення поступки зазвичай встановлюється експертами інтуїтивно на основі знань про задачу. За результатами оптимізації прибуток підприємства на місяць складатиме 742 748 гривень 97 копійок при витратах у розмірі 436 590 гривень 77 копійок, а робочий час складає 865 години. При такому плані сировина марок Т5К10 та ВК8 витрачається повністю, а марки ТТ10К8Б менше ніж на 3%.

Результат оптимізації з використанням методи послідовних поступок наведений у таблиці 2.8. Даний метод дає гарні результати, проте головним його недоліком є суб'єктивність при встановленні величини поступки. Так як поступка

вводить додаткові обмеження у задачу, невірно прийняте значення може суттєво вплинути на результат підприємства.

Таблиця 2.8 – Результат оптимізації

Показник	Значення
Об'єм випуску п'ятигранника Т5К10	17857
Об'єм випуску п'ятигранника ВК8	15623
Об'єм випуску залізничної пластини ТТ10К8Б	143
Прибуток	741748,97
Витрати	436590,77
Робочий час	865
Кількість використаного сплаву Т5К10	200,00
Кількість використаного сплаву ВК8	199,97
Кількість використаного сплаву ТТ10К8Б	2,36

2.5 Виконання оптимізації модифікованим методом послідовних поступок

2.5.1 Опис методу

Класичний метод послідовних поступок є досить ефективним, що підтверджують результати розрахунків. Проте він має ряд недоліків:

- не враховуються зміни на виробництві посеред робочого процесу;
- поступка визначається суб'єктивно експертами з огляду на отримане значення критерію та знання про предмет задачі.

Для усунення цих недоліків пропонується модифікація методу, що поєднує у собі розв'язання основної оптимізаційної задачі з уточненням деяких параметрів, а також визначення величини поступок аналітичним способом з урахуванням потреб

підприємства та мінімізацією суб'єктивних оцінок. Порядок розв'язання задачі модифікованим методом наступний:

- розділення задачі з трьома критеріями на 3 скалярні задачі оптимізації;
- розв'язання задачі за найважливішим критерієм на всій множині допустимих значень;
- розрахунок значення першої поступки та введення нового обмеження, за яким значення першого критерія буде не більшим(меншим) від його різниці з поступкою;
- розв'язання задачі за другим критерієм;
- розрахунок значення другої поступки та введення нового обмеження;
- побудова додаткової моделі для уточнення деяких з параметрів;
- розв'язання додаткової оптимізаційної задачі для уточнення деяких параметрів основної моделі;
- уточнення основної моделі;
- розв'язання задачі за третім критерієм;
- розрахунок значення третьої поступки та введення нового обмеження;
- повторне розв'язання задачі за найважливішим критерієм з урахуванням уточнених параметрів та всіх поступок.

Припускається, що застосування модифікованого методу послідовних поступок матиме кращі результати та вищу ефективність ніж у вище розглянутих методах.

2.5.2 Застосування модифікованого методу послідовних поступок

Для виконання оптимізації модифікованим методом послідовних поступок необхідно розділити задачу на 3 скалярні задачі з одним критерієм. Кожен критерій є відповідною задачею, система обмежень актуальна для кожної з трьох задач.

Результат розв'язання задачі з найважливішим(перший) критерієм зображений у таблиці 2.9:

Таблиця 2.9 – Результат розв'язання першої задачі

Показник	Значення
Об'єм випуску п'ятигранника Т5К10	17857
Об'єм випуску п'ятигранника ВК8	15625
Об'єм випуску залізничної пластини ТТ10К8Б	500
Прибуток , грн	771735,88
Витрати, грн	450225,42
Робочий час, год	1722

Наступний етап – визначення величини поступки та розв'язання другої задачі. Перша поступка є часткою кожного робітника у грошовому еквіваленті, що входить до собівартості, але не входить до заробітної плати. Поступка визначається виходячи з значень, що були отримані на попередньому етапу. Значення поступки та результат розв'язання подані у таблиці 2.10.

Таблиця 2.10 – Результат розв'язання другої задачі

Показник	Значення
Перша поступка	27741,50
Об'єм випуску п'ятигранника Т5К10	17852
Об'єм випуску п'ятигранника ВК8	14302
Об'єм випуску залізничної пластини ТТ10К8Б	500
Прибуток , грн	744006,56
Витрати, грн	431912,94
Робочий час, год	1701

Оскільки результат третьої задачі безпосередньо впливає від розподілу робітників в цеху, то є потреба уточнити цей параметр. Для уточнення було побудовано додаткову модель (наведена у п.2.3). Це проста однокритеріальна задача, для її розв'язання було використано симплекс-метод. Умови задачі та результат наведено у таблиці 2.11.

Таблиця 2.11 – Умови та результат оптимізації штату

Показник	П'ятигранник	Залізнична пластина
Частка роботи 1 робітника в 1 годину, шт	10,5	0,6
Робота зміна 1 працівника, год	8	8
Гранична кількість робітників на цех	від 8	до 4
Визначена кількість робітників	18	2

Після визначення оптимальної кількості робітників в цехах з врахуванням того, що має бути задіяний весь штат, виникла необхідність уточнити модель основної оптимізаційної задачі. Уточнена модель приймає наступний вигляд:

$$\Phi_1(x) = 22,136 x_1 + 20,406 x_2 + 180,59 x_3 \rightarrow \max$$

$$\Phi_2(x) = 12,074 x_1 + 13,796 x_2 + 38,115 x_3 \rightarrow \min$$

$$\Phi_3(x) = 0,0234 x_1 + 0,0234 x_2 + 1,2 x_3 \rightarrow \min$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 35,61 x_1 + 35,61 x_2 + 290 x_3 \geq 527540,00 \\ 0,0234 x_1 + 0,0234 x_2 + 1,2 x_3 \leq 3200 \\ 0,0112 x_1 \leq 200 \\ 0,0128 x_2 \leq 200 \\ 0,0165 x_3 \leq 100 \\ x_1 \geq 5000 \\ x_2 \geq 5000 \\ x_3 \leq 500 \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,3} \end{array} \right.$$

Подальші етапи виконувались по уточненій моделі. Перед розв'язанням третьої задачі необхідно визначити величину другої поступки. Друга поступка є значенням накладних витрат на ресурс, що не був використаний. Таке значення має пряме відношення до витрат, а так як значення накладних витрат можуть змінитись в ході технологічного процесу варто врахувати різницю врахованих накладних витрат з витратами на вироби, які не були виготовлені на попередньому етапі. Значення поступки та результат розв'язання третьої задачі наведено у таблиці 2.12.

Таблиця 2.12 – Результат розв’язання третьої задачі

Показник	Значення
Перша поступка	27741,50
Друга поступка	28259,49
Об’єм випуску п’ятигранника Т5К10	17852
Об’єм випуску п’ятигранника ВК8	14302
Об’єм випуску залізничної пластини ТТ10К8Б	500
Прибуток , грн	744006,56
Витрати, грн	431912,94
Робочий час, год	1701

Оскільки після уточнення моделі змінилися кількість робітників в цехах, відповідно і величина заробітної плати по кожній з позицій, то третя поступка є різницею величини заробітної плати. Для отримання фінальних результатів необхідно повторити розв’язання задачі по першому критерію, але з врахуванням уточнених параметрів та трьох поступок. Значення третьої поступки та результат останнього етапу оптимізації наведені у таблиці 2.13.

Таблиця 2.13 – Результат повторного розв’язання першої задачі

Показник	Значення
Перша поступка	27741,50
Друга поступка	28259,49
Третя поступка	26330,42
Об’єм випуску п’ятигранника Т5К10	17857
Об’єм випуску п’ятигранника ВК8	15625
Об’єм випуску залізничної пластини ТТ10К8Б	500
Прибуток , грн	804421,30
Витрати, грн	450225,42
Робочий час, год	1383

Останні розрахунки є фінальними у оптимізації модифікованим методом послідовних поступок. При порівнянні результатів кожного з етапів видно, що позитивний ефект фінальних розрахунків більше залежить від розподілу робітників у цехах, ніж від виробничих параметрів. При мінімізації робочого

часу помітно зменшився прибуток, а витрати зросли. Проте варто прийняти до уваги, що мінімізація робочого часу виконувалась після уточнення кількості робітників. Тому можна припустити, що при незмінній кількості робітників результат етап не буде більш ефективним. Для підприємства не вигідно використовувати план виробництва, складеним після розв'язання третьої задачі. Фінальний план виробництва та результати оптимізаційної задачі наведені у таблиці 2.14.

Таблиця 2.14 – Результат оптимізації

Показник	Значення
Об'єм випуску п'ятигранника Т5К10	17857
Об'єм випуску п'ятигранника ВК8	15625
Об'єм випуску залізничної пластини ТТ10К8Б	500
Прибуток	804421,30
Витрати	450225,42
Робочий час	1383
Кількість використаного сплаву Т5К10	200,00
Кількість використаного сплаву ВК8	200,00
Кількість використаного сплаву ТТ10К8Б	8,25

При застосуванні отриманого плану прибуток підприємства на місяць складатиме 804421 гривень 30 копійок при витратах у розмірі 450225 гривень 42 копійки. Робочий час складає 1383, що дає змогу додати навантаження робітникам у інших цехах. Дані результати відповідають кількості робітників рівній 20 особам, серед 18 виготовляються п'ятигранники, а 2 – залізничні пластини. Заявлений запас сплаву марок Т5К10 та ВК8 був використаний повністю, а марки ТТ10К8Б – менше ніж 10% від запасів. Отримані результати потребують порівняння з результатами класичних методів та аналізу ефективності кожного з них, а також аналізу результату оптимізації на підприємстві при перетворенні серійного виробництва до масового.

2.6 Аналіз результатів

В результаті розв'язання оптимізаційної задачі різними способами було отримано 4 набори вихідних даних, що наведені у таблиці 2.15. Дана таблиця включає в себе план виробництва на місяць, значення цільових функцій та прогноз річного прибутку з урахуванням витрат підприємства, що безпосередньо не впливають на ціноутворення.

Таблиця 2.15 – Результат розв'язання оптимізаційної задачі

Показники	Метод справедливого компромісу	Метод цільового програмування	Метод послідовних поступок	Модифікований метод послідовних поступок
Об'єм випуску п'ятигранника Т5К10	9000	17857	17857	17857
Об'єм випуску п'ятигранника ВК8	15600	15625	15623	15625
Об'єм випуску залізничної пластини ТТ10К8Б	500	500	143	500
Прибуток	571010,40	771739,11	741748,97	804421,30
Витрати	342941,10	450227,14	436590,77	450225,42
Робочий час	1583	1722	865	1383
Прогноз річного прибутку	2736831,6	3858143,64	3661898,4	4250350,56

Як видно з таблиці, найгіршим виявився результат застосування методу справедливого компромісу. Його застосування є досить незручним та суб'єктивним, оскільки метод не передбачає наявності оптимального результату. Метод цільового програмування в цілому дав гарний результат у порівнянні з методом послідовних поступок, але значення робочого часу за цим методом майже вдвічі більший від результату методу послідовних поступок. При цьому різниця фінансових цілей невелика. Модифікований метод надає найбільше значення прибутку, але і найбільше значення витрат (як і метод цільового програмування), проте час роботи у порівнянні з вищезгаданими методами значно кращий.

Класичний метод послідовних поступок надає найнижче значення часу роботи, але і найнижче значення прибутку на місяць.

Результати оптимізації чотирма способами демонструють, що найкращий ефект буде досягнуто коли метод позбавлений суб'єктивних оцінки наскільки це можливо. Модифікований метод послідовних поступок використовує аналітичний спосіб визначення величини поступок, на відміну від класичного метода, де поступки визначаються експертами або інтуїтивно. Це також підтверджує другий по величині результат використання методи цільового програмування, оскільки метод використовує мінімум інтуїтивних значень і використовує коефіцієнти важливості критеріїв.

3 ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ

Після проведення дослідження та формування методики проведення багатокритеріальної оптимізації для перетворення серійного виробництва до масового необхідно спроектувати та розробити програмний додаток, що дасть змогу виконувати оптимізацію без підготовчих робіт та витрат часу. Додаток розробляється для платформи Windows згідно з потреб підприємства. Для реалізації застосовано мови програмування C#, що входить до платформи .NET.

Програмний додаток розроблено на платформі UWP (Universal Windows Platform) для ОС Windows 10. Інтерфейс додатку інтуїтивно зрозумілий. Стартове вікно виглядає відповідно до рисунка 3.1.

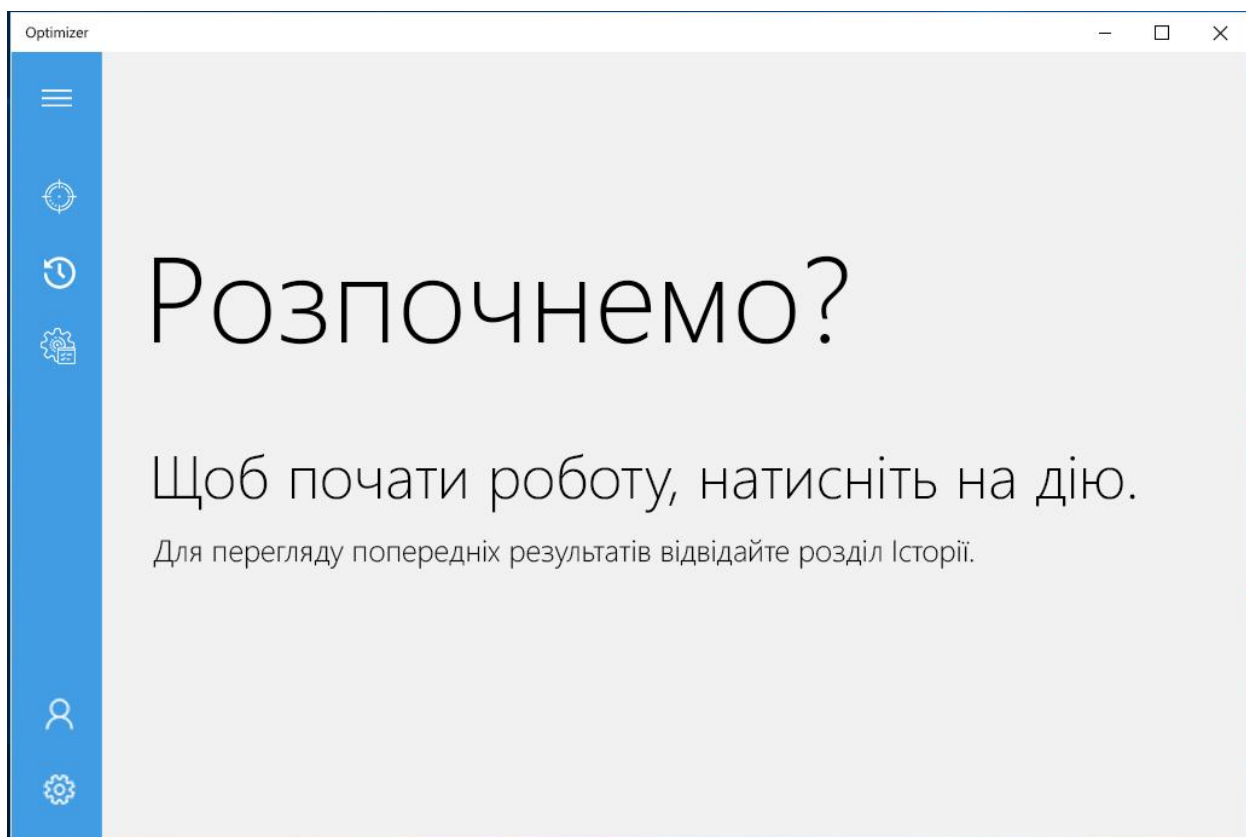


Рисунок 3.1 – Стартове вікно додатку

Оператором на підприємстві необхідно ввести значення вхідних даних та натиснути кнопку початку оптимізації. Вхідні дані вводяться у декілька кроків відповідно до рисунка 3.2.

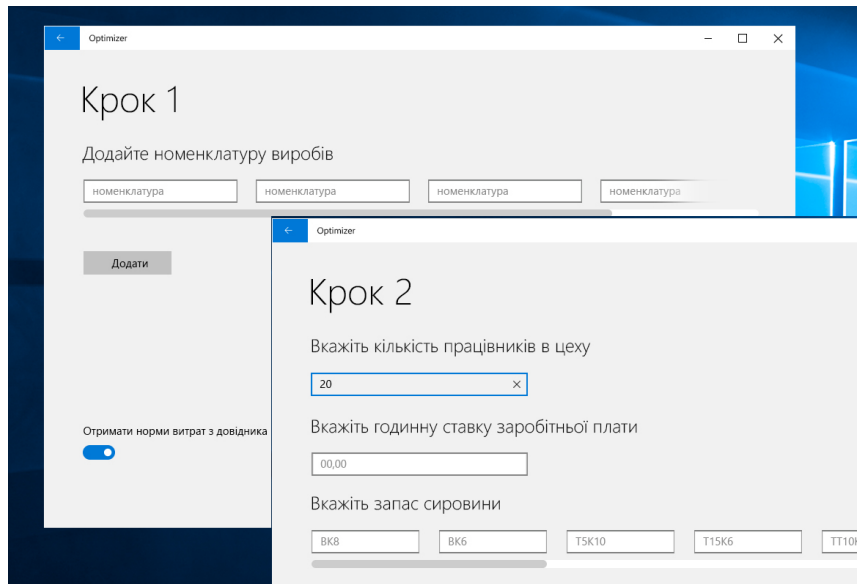


Рисунок 3.2 – Введення вхідних даних

Вікно з початковими даними змінюється вікном результатів, де відображаються план виробництва на місяць, очікувані значення прибутку, витрат та робочого часу, а також такі значення як розподіл робітників по цеху, об'єм використаної сировини та її залишків та інші додаткові значення.

Для забезпечення гнучкості при використанні даної методики оптимізації у програмному коді алгоритму число i не є сталим, на відміну від аналітичного дослідження, кількість змінних задачі є динамічним значенням і встановлюється оператором залежно від потреб підприємства. Відповідно кількість обмежень також динамічна. Дана можливість забезпечується шляхом використання динамічних масивів даних. Псевдокод визначення змінних наведено нижче:

```
int i=0;
ArrayList index = new ArrayList();
ArrayList values = new ArrayList();
подія ClickOnButton ->      index.Add(i);
                             values.Add( номер виробу );
                             i++
```

Кожен етап задачі розв’язується симплекс-методом, тому в програмному кодї виділена окрема функція застосування симплекс-методу. У додатку В наведено лістинг коду.

Результат виконання оптимізації у розробленому додатку зображено на рисунку 3.3. На кожному етапі у полі результату відображається результат відповідного етапу, кожен набір «логується» в історії. Історію можна переглянути після завершення оптимізації та отримання фінальних даних.

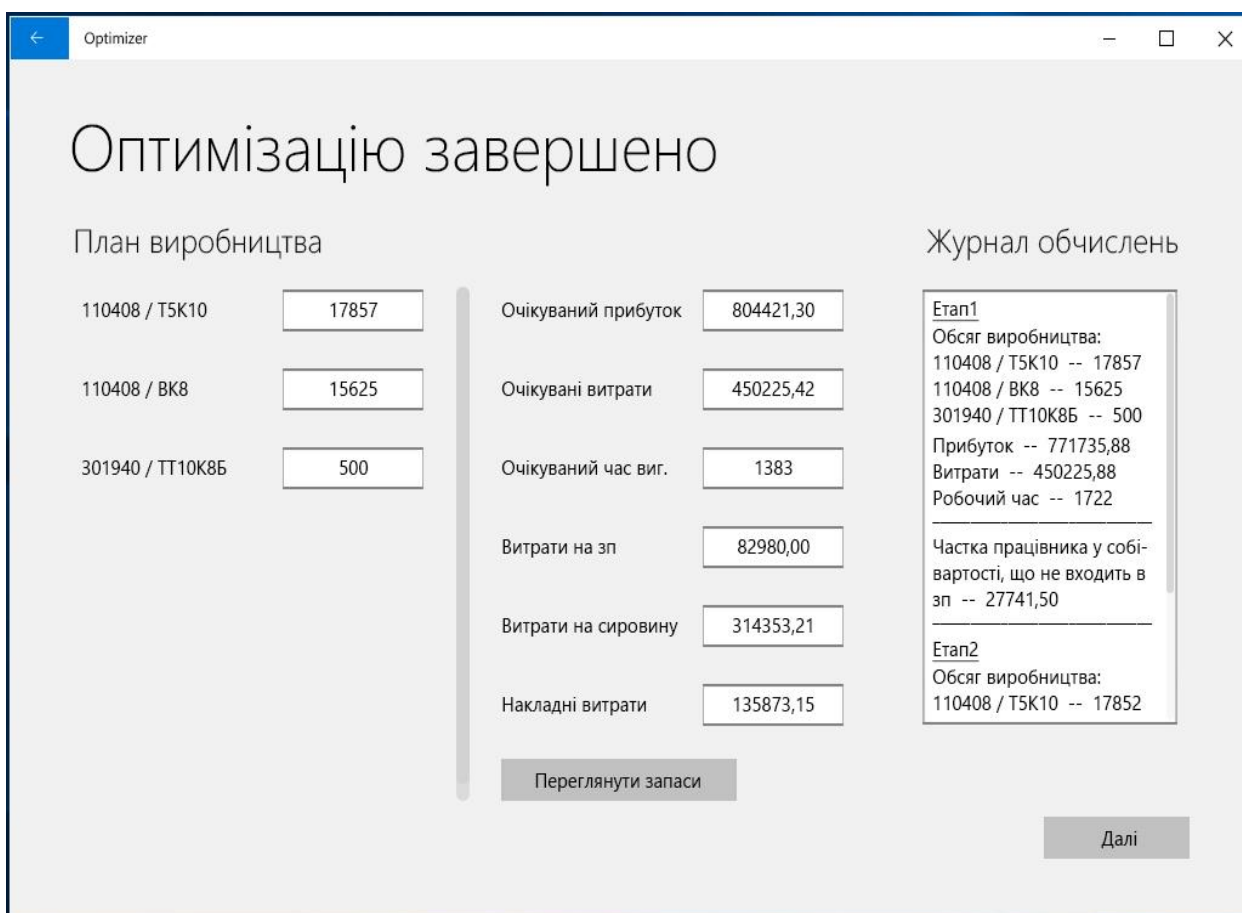


Рисунок 3.3 – Результат виконання оптимізації

Програмний додаток є простим у використанні з точки зору користувача, проте необхідно дослідити час та складність його роботи зі сторони технологій. Метрики запрограмованого алгоритму наведені у таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Метрики

Показник	Значення
Складність алгоритму	$O(2^n)$
Час виконання	2,4 сек
Використаний об'єм пам'яті	2 Мб

Після програмної реалізації модифікованого методу оптимізації можна впровадити сформовану методику на підприємстві і використовувати її незалежно від рівня математичної та економічної підготовки спеціаліста на підприємстві. Додаток спроектовано таким чином, що параметри моделі встановлюються вручну та автоматично уточнюються. Така реалізація є можливою через правильно побудовану математичну модель, яку можна застосувати не лише для позицій, які було прийнято за еталонні для проведення дослідження.

4 АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

4.1 Аналіз результатів підприємства

Для визначення ефективності оптимізації на підприємстві необхідно порівняти показники підприємства до проведення оптимізації та після. Варто зазначити, що початкові показники масового виробництва визначені на підприємстві за параметрами серійного виробництва, але після побудови системи масового виробництва у цеху. Для повноцінного порівняння також наведені показники за серійним та одиничним виробництвом. У таблиці 4.1 подані показники до та після оптимізації, а також прогноз річного прибутку та додаткові та коефіцієнт продуктивності праці.

Таблиця 4.1 – Порівняння показників підприємства

Показники	Значення показнику		Відсоток підвищення
	До оптимізації	Після оптимізації	
Обсяг виробництва на цех	14100	33982	241%
Кількість робітників	16	20	-
Час виробництва	300	1383	-
Кількість витраченої сировини	170	408,25	-
Вартість витраченої сировини	130900,00	314352,50	-
Вартість оплати праці	18000,00	82980,00	-
Прибуток підприємства за місяць	497540,00	804421,30	162%
Прогноз річного прибутку	5970480,00	9653055,62	162%

Як видно з таблиці, при підвищенні обсягу виробництва еталонних виробів на 241% прибуток збільшується на 162%. З огляду на результат оптимізації можна зробити висновок, що модифікований метод багатокритеріальної оптимізації мав

позитивний ефект та перевершив очікування підприємства: при очікуваному збільшенні річного прибутку 1 200 000 гривень отримали приріст прибутку на 3 682 575 гривень 62 копійки. Наглядно приріст фінансових показників підприємства після оптимізації наведено на рисунку 4.1.



Рисунок 4.1 – Діаграма порівняння приросту фінансових показників.

Як видно з рисунку, за результатом застосування методу економічних поступок приріст прибуток більше ніж вдвічі перевищує очікувану величину.

4.2 Результат проведеного дослідження

Для аналізу технічної сторони досліджуваних методів необхідно визначити метрики кожного з них в контексті задачі оптимізації виробництва НВФ «Карма». Було визначено час виконання алгоритмів, кількість ітерації та ефективність кожного методу. Під ефективністю розуміється коефіцієнт, що є зворотним до часу виконання однієї ітерації. Метрики методів наведені у таблиці 4.2.

Таблиця 4.2 – Метрики досліджуваних методів

Метод оптимізації	Час виконання, сек	Кількість ітерацій обчислення	Ефективність
Метод справедливого компромісу	0,6355	18	0,96
Метод цільового програмування	0,2233	8	0,97
Метод послідовних поступок	0,6699	6	0,89
Модифікований метод послідовних поступок	1,1939	10	0,88

Не зважаючи на те, що застосування модифікованого методу послідовних поступок дало найвищий фінансовий результат, значення його метрик виявилось найгіршим. Однак варто зауважити, що скалярні задачі в усіх методах були розв'язані симплекс-методом, кількість ітерацій за яким завжди різна відповідно до умов задачі. Тому значення вищевказаних метрик є актуальними лише в умовах задачі, яка була розв'язана під час дослідження.

Але найвищий час виконання для модифікованого методу виправданий наявністю додаткової оптимізаційної задачі та аналітичного пошуку величини поступок, що збільшує час виконання приблизно на 0,2-0,3 секунди, а також необхідністю повторного розв'язання задачі за найважливішим критерієм, що також додатково збільшує час виконання на 0,2-0,3 секунди. Якщо від величини часу виконання відняти припущені значення часу розв'язання двох додаткових задач та розрахунок поступок, то отримане значення буде приблизно рівне часу виконання класичного методу послідовних поступок. При цьому, згідно з метриками, ефективність класичного та модифікованого методів майже однакова. Можна припустити, що при зменшенні часу виконання модифікованого методу його ефективність значно зросте і перевершить ефективність класичного методу послідовних поступок. Виходячи з цього можна стверджувати, що вибір на користь класичного методу виправданий тоді, коли є обмеження на час або час зможе негативно вплинути на роботи алгоритмів всередині програмних систем. Коли на

практиці більший пріоритет у кінцевого результату, а не часу виконання, використання класичного методу послідовних поступок є недоцільним.

Цікаве спостереження, що метод справедливого компромісу виконується за 18 ітерацій. Це найбільша кількість ітерацій серед досліджуваних методів, проте час виконання всього 0,6355 секунди. Не дивлячись на високе значення ефективності, результат, отриманий під час застосування методу, є недостатньо задовільним. З огляду на це можна зробити висновок, що метод справедливого компромісу у класичній інтерпретації не варто застосовувати у задачі оптимізації для перетворення серійного виробництва до масового.

Найефективнішим методом, згідно з метриками, є метод цільового програмування і такі значення виправдані алгоритмом використання методу. Оскільки метод розв'язує лише одну задачу, на відміну від інших методів, які розв'язують по 3-4 задачі, то і час виконання є часом розв'язання однієї скалярної задачі. Не дивлячись на високу ефективність та швидкість, метод не враховує гнучкості виробництва, яку враховує модифікований метод послідовних поступок. Проаналізувавши результати оптимізації та метрики, можна зробити висновок, що метод доцільно використовувати під час проектування програмних систем та застосовувати в додатках як частину функціоналу. Саме висока швидкість, низька складність та близький до максимального результат оптимізації забезпечує найкращу ефективність роботи програмних системи, а також високу якість та ефективність програмного коду. Практичне застосування методу можливе у тих умовах, коли гнучкі фактори відсутні або їх кількість мінімальна, інакше при найвищих значеннях змінних значення цільової функції не буде максимальним через неможливість змінення деяких параметрів.

Під час дослідження було висунуто припущення, що методи дадуть близькі один до одного результати, час виконання методу справедливого компромісу буде найменший, а послідовних поступок – найвищим при найкращому результаті. В цілому, дане припущення підтверджене, крім пункту щодо часу виконання методу справедливого компромісу – даний метод при гіршому результаті продемонстрував час більший, ніж у методів що спрацювали швидше, але з кращими результатами.

ВИСНОВКИ

В ході виконання роботи було досліджено методи багатокритеріальної оптимізації різних видів. Для дослідження була сформульована задача оптимізації виробництва для перетворення серійного виробництва до масового. Дослідження проводилось в умовах науково-виробничої фірми «Карма», що займається випуском твердосплавної продукції у різних об'ємах та здійснило перехід до масового типу виробництва у зв'язку з підвищенням попиту на деякі види продукції. Тестові дані були взяті з виробничого відділу підприємства.

Було сплановано та проведено аналіз проблемної області, проаналізовано різні методи багатокритеріальної оптимізації та сформульовано задачу. Виходячи з умов було отримано оптимізаційну задачу з трьома критеріями, тому деякі з методів оптимізації були виключені з подальшого плану дослідження через обмеження кількості критеріїв. Експериментальна оптимізація проводилась ітеративно з використанням досліджених методів на один і той же набір вхідних даних.

Під час виконання атестаційної магістерської роботи були використані знання та навички з таких областей як теорія оптимізації, теорія прийняття рішень, емпіричні методи програмної інженерії, економетрика, математичні методи дослідження операцій.

Після апробації модифікованого методу оптимізації було розроблено його програмну реалізацію, що являє собою програмний додаток для операційної системи Windows. Додаток дозволяє автоматизовано проводити оптимізаційні заходи з динамічною кількістю невідомих. Таке рішення надає практичну цінність проведеного дослідження для НВФ «Карма».

Наприкінці дослідження було здійснено комплексний аналіз всього дослідження з висновками щодо ефективності розглянутих методів, ефективності запропонованої методики, порівняння результатів підприємства до та після оптимізації, доцільності використання методів багатокритеріальної оптимізації при

переході від серійного до масового типу виробництва. Результатом дослідження є сформована методика проведення оптимізації та відповідна модифікація методу послідовних поступок, впровадження кореляційно-регресійного аналізу у методику оптимізації в якості допоміжного інструменту, а також виявлення слабких місць існуючих методів багатокритеріальної оптимізації, які мінімізує сформована методика.

Згідно з результатами дослідження використання модифікованого методу послідовних поступок є найбільш ефективним для практичного використання, оскільки надає найкращий розв'язок задачі. Проте найбільшу ефективність з технічної точки зору продемонстрував метод цільового програмування. Саме цей метод рекомендується для застосування в програмних системах.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Кузьмичов А. І. Оптимізаційні методи і моделі: практикум в Excel: Навч. пос. – К.: ВПЦ АМУ, 2013. – 438 с.
2. Т.В. Алесинская. Основы логистики. Функциональные области логистического управления. Часть 3. Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2010. 116 с.
3. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления и приложения. М.: Радио и связь, 1992. 504 с.
4. [Электронный ресурс] Режим доступа: URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Оптимізація_\(математика\)](https://uk.wikipedia.org/wiki/Оптимізація_(математика)). (Дата звернення: 23.03.2020)
5. Таха, Хэмди, А. Теория игр и принятия решений / Таха, А. Хэмди // Введение в исследование операций: Пер. с англ. / Таха, А. Хэмди. – 6-е издание. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. – Гл. 14. – С. 549–555.
6. Подиновский В.В. Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1982.
7. Кузютин Д.В. Арбитражные решения в задачах выбора: Методические указания. СПб.: Изд-во СПбГУ. 1995.
8. Носков С.И., Быкова О.В., Некипелова О.Е., Соколова Л.Е. Возможный способ поиска компромиссного решения в задаче линейного программирования с векторной целевой функцией // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 6-3. – С. 502-505; URL: <http://www.fundamental-research.ru/ru/article/view?id=34189> (дата обращения: 26.03.2020).
9. Мицель А.А., Ночёвкина В.О. Многокритериальная оптимизация годовой производственной программы предприятия // Региональная экономика: теория и практика. – 2018. – Т. 16, № 12. – С. 2369–2382.
10. Зайченко Ю.П. Исследование операций. 2-изд. Киев: Изд-во «Вища школа», 1979.

11. Марко М.Я., Цегелик Г.Г. Використання методу послідовних поступок для розв'язування задачі підвищення рентабельності виробництва малого підприємства // Наукові записки. – 2017. - №1(54). – С. 141-146.

12. Бессалов А. В. Эконометрика : [учеб. пособие для вузов] / А. В. Бессалов. – К. : Кондор, 2007. – 196 с.

13. Бараз В.Р. Корреляционно-регрессионный анализ связи показателей коммерческой деятельности с использованием программы Excel : учебное пособие / В.Р. БАРАЗ. – Екатеринбург : ГОУ ВПО «УГТУ–УПИ», 2005. – 102 с.

14. [Електронний ресурс] Режим доступу: URL: https://uk.wikipedia.org/wiki/Математична_модель. (Дата звернення: 25.04.2020)