

УДК 621.317

В. В. БАВЫКИНА, Ю. А. КОВАЛЬ, канд. техн. наук, А. В. ПОПОВИЧ

**ВЫБОР ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ КВАЗИОПТИМАЛЬНОГО ФИЛЬТРА
ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА ПОГРЕШНОСТИ ФИКСАЦИИ
ВРЕМЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ РАДИОСИГНАЛА**

Потенциальную оценку среднеквадратичной погрешности определения временного сдвига сигнала находят на основе теории статистических решений по максимуму апостериорной вероятности. Такой оценкой является временное положение максимума выходного эффекта оптимального фильтра, обеспечивающее наибольшее отношение сигнал-помеха. Временные и частотные характеристики указанного фильтра согласованы с временным и спектральным представлениями сигнала.

Практически определение временного положения простых сигналов ведется в приемном устройстве без оптимального фильтра с использованием полосового фильтра. Обоснуем выбор полосы пропускания такого фильтра при фиксации временного сдвига сигнала.

Исследуем точность фиксации временного положения радиопульса с немодулированным гармоническим заполнением

й прямоугольной огибающей при обработке фильтром, имеющим прямоугольную амплитудно-частотную (АЧХ) и линейную фазочастотную (ФЧХ) характеристики. Предполагаем, что фильтр настроен на несущую частоту сигнала. Пара сигнал — фильтр имеет характеристики, не удовлетворяющие требованиям оптимальной фильтрации по критерию максимума сигнал-помеха.

Полосовой фильтр с неоптимальной прямоугольной АЧХ, но «оптимальной» полосой $2\Delta f_{\text{п}} = \frac{1,37}{\tau_{\text{н}}}$ дает для рассматриваемого сигнала в виде прямоугольного радиоимпульса проигрыш в энергетическом отношении сигнал-помеха 17 %, или в 1,2 раза [1], так как максимальное отношение сигнал-помеха составляет 0,83 q^2 .

Для устройств, оценивающих неэнергетический параметр сигнала — время запаздывания, в качестве критерия оптимальности логично использовать минимум средней квадратической ошибки фиксации временного положения сигнала [2]:

$$\sigma_{\tau} = [(1 - P_{\text{ош}}) \sigma_{\text{н}}^2 + P_{\text{ош}} \sigma_{\text{а}}^2]^{1/2}, \quad (1)$$

где $P_{\text{ош}}$ — вероятность ошибки, называемая в работе [1] коэффициентом ненадежности измерения,

$$P_{\text{ош}} = 1/[1 + \exp(q^2/2)/q^2 M]; \quad (2)$$

$\sigma_{\text{а}}^2, \sigma_{\text{н}}^2$ — дисперсии ошибок при аномальном и нормальном приеме решений.

Решим задачу квазиоптимальной фильтрации по критерию минимума погрешности фиксации временного положения сигнала для выбранной пары сигнал — фильтр. Вначале установим оптимальное соотношение полос пропускания фильтра и длительности импульса, при котором достигается максимальная точность в определении времени прихода радиосигнала по пересечению его огибающей порогового уровня. Дисперсия ошибки измерения времени запаздывания [3]

$$\sigma_{\text{н}}^2 = \sigma_{\text{ш}}^2 / S^2. \quad (3)$$

Здесь $\sigma_{\text{ш}}^2$ — дисперсия шума; S^2 — квадрат крутизны огибающей сигнала на выходе фильтра в момент фиксации. Это справедливо, если детектор, включенный после полосового фильтра перед фиксатором для выделения огибающей радиосигнала, является линейным [3]. Дисперсия ошибки определения временного положения при аномальном приеме [2]

$$\sigma_{\text{а}}^2 = M^2 \tau_{\text{н}}^2 / 6, \quad (4)$$

где $\tau_{\text{н}}$ — длительность принимаемого радиосигнала; M — число элементов разрешения на интервале наблюдения T , $M = T/\tau_{\text{н}}$.

Временное представление рассматриваемого радиосигнала

$$u(t) = U_0 \operatorname{rect}\left(\frac{t}{\tau_n}\right) \cos 2\pi f_0 t, \quad |t| < \frac{\tau_n}{2}, \quad (5)$$

спектральное представление

$$S(2\pi f) = \frac{U_0}{2} \left[\frac{\sin \pi(f-f_0)\tau_n}{\pi(f-f_0)} + \frac{\sin \pi(f+f_0)\tau_n}{\pi(f+f_0)} \right]. \quad (6)$$

Комплексный коэффициент передачи выбранного полосового фильтра

$$K(j2\pi f) = \operatorname{rect}\left(\frac{f-f_0}{2\Delta f_n}\right) \exp(-j2\pi f t_0), \quad |f-f_0| \leq \Delta f_n. \quad (7)$$

Здесь $2\Delta f_n$ — полоса пропускания фильтра; t_0 — время задержки. Импульсная характеристика фильтра

$$g(t) = 2\Delta f_n \frac{\sin \pi 2\Delta f_n (t-t_0)}{\pi 2\Delta f_n (t-t_0)} \cos 2\pi f_0 (t-t_0). \quad (8)$$

При записи характеристик фильтра учтено, что полосовой фильтр настроен на несущую частоту радиоимпульса.

Определим максимальное значение крутизны огибающей сигнала на выходе рассматриваемого приемного фильтра. Огибающая радиосигнала на выходе полосового фильтра с прямоугольной АЧХ и линейной ФЧХ имеет вид [1]

$$U_{\text{вых}}(t) = \frac{1}{\pi} \left[\operatorname{Si} \pi 2\Delta f_n \left(t-t_0 + \frac{\tau_n}{2} \right) - \operatorname{Si} \pi 2\Delta f_n \left(t-t_0 - \frac{\tau_n}{2} \right) \right], \quad (9)$$

где $\operatorname{Si} y$ — интегральный синус, $\operatorname{Si} y = \int_0^y \frac{\sin x}{x} dx$. Используем обозначение $\operatorname{sinc} x = \sin x/x$. Крутизна огибающей сигнала

$$S = 2\Delta f_n \left[\operatorname{sinc} \pi 2\Delta f_n \left(t-t_0 + \frac{\tau_n}{2} \right) - \operatorname{sinc} \pi 2\Delta f_n \left(t-t_0 - \frac{\tau_n}{2} \right) \right] \quad (10)$$

является функцией времени. Она достигает максимального значения при $t-t_0 = -\tau_n/2$:

$$S_{\text{макс}} = 2\Delta f_n (1 - \operatorname{sinc} \pi 2\Delta f_n \tau_n). \quad (11)$$

Крутизна огибающей выходного сигнала увеличивается с ростом полосы пропускания фильтра, стремясь к максимальной крутизне входного сигнала. Для рассматриваемого сигнала рост крутизны выходного сигнала с полосой не ограничен из-за прямоугольной огибающей входного сигнала. Второй множитель $\eta = 1 - \operatorname{sinc} \pi t$ в формуле (11) — осциллирующая вокруг едини-

ды функция m , причем размах осцилляций убывает пропорционально m . При $m=1,5$, $m=3,5$, $m=5,5$ сомножитель η принимает наибольшие значения 1,21; 1,09; 1,05 соответственно. Здесь $m=2\Delta f_n \tau_n$.

Дисперсия шума прямо пропорциональна полосе пропускания фильтра $\sigma_{ш}^2 = N_0 2\Delta f_n$ (12), где N_0 — спектральная плотность мощности шума. Считая детектор линейным, подставим формулы (10), (12) в выражение (3) и найдем дисперсию ошибки фиксации временного положения сигнала по максимуму крутизны при большом отношении сигнал-помеха на выходе фильтра:

$$\sigma_{ш}^2 = m/q^2 [2\Delta f_n (1 - \text{sinc} \pi m)]^2. \quad (13)$$

Здесь q — предельное отношение сигнал-помеха, реализуемое при оптимальной фильтрации. Для радиоимпульса с единичной амплитудой $q^2 = \tau_n/N_0$.

При решении задачи об оптимальном соотношении полосы пропускания фильтра и длительности сигнала следует различать две постановки.

1. Полоса пропускания фильтра задана и ограничена. Энергия сигнала постоянна, следовательно, гарантируется заданное и неизменное при варьировании длительности импульса соотношение сигнал-помеха. Подбором длительности импульса добиваемся минимума средней квадратической ошибки фиксации, связанной с обобщенным безразмерным точностным коэффициентом

$$\xi = \sigma_{\tau} q 2\Delta f_n = \sqrt{m}/(1 - \text{sinc} \pi m). \quad (14)$$

Зависимость точностного параметра от произведения длительности импульса на полосу пропускания фильтра m показана на рис. 1. Оптимальная длительность импульса $\tau_{н \text{ опт}} = 1,228/2 \Delta f_n$, тогда $\xi = \sigma_{\tau} q 2\Delta f_n = 0,947$.

При заданных полосе пропускания фильтра и пиковой мощности сигнала обобщенный безразмерный точностной коэффициент

$$\xi = \sigma_{\tau} \sqrt{\frac{P_c}{P_{ш}}} 2\Delta f_n = 1/\sqrt{2} (1 - \text{sinc} \pi m)$$

фактически не зависит от длительности сигнала.

2. Параметры сигнала — длительность, энергия, мощность — заданы и неизменны. Подбором полосы пропускания фильтра находим минимум дисперсии ошибки в определении временно-го положения сигнала, т. е. минимум выражения (1).

Рассчитывая вероятность ошибки по формуле (2), учтем уменьшение отношения сигнал-помеха на выходе квазиоптимального фильтра [1]:

$$q = q^2 \text{Si}^2 (\pi m/2)/(\pi^2 m/4). \quad (15)$$

Пронормируем выражение (1) относительно длительности импульса, учтем формулы (13), (4), (2), получим расчетное соотношение

$$\sigma_{\tau}/\tau_{\text{н}} = [(1 - P_{\text{ош}})/(q^2 m (1 - \text{sinc}^2 \pi m)^2) + P_{\text{ош}} M^2/6]^{1/2}. \quad (16)$$

Минимум вероятности ошибки при постоянном числе элементов разрешения приходится на максимум отношения сигнал-помеха на выходе квазиоптимального фильтра, т. е. на $m=1,37$, когда $q'^2=0,83 q^2$ (по В. И. Сифорову). Проигрыш в надежно-

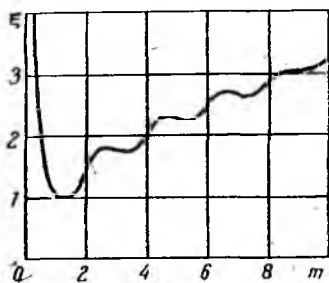


Рис. 1

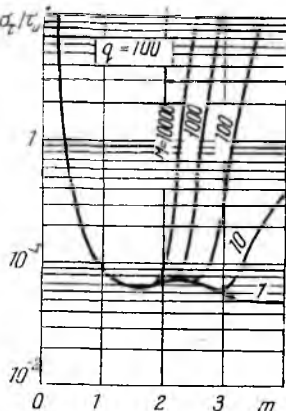


Рис. 2

сти обнаружения является функцией полосы пропускания фильтра и оказывается тем значительнее, чем она шире [см. формулу (15)]. Если при $2\Delta f_{\text{п}}=4\tau_{\text{н}}$ он составляет $q'^2/q^2=0,203$, значит, отношение сигнал-помеха по напряжению на выходе исследуемого фильтра уменьшается по сравнению с сигналом на входе в $\sqrt{5}=2,23$ раз. Такое снижение помехоустойчивости во многих случаях недопустимо. Например, при сверке вторичных эталонов времени по метеорному каналу применение в аппаратуре входного фильтра с полосой пропускания $2\Delta f_{\text{п}}=4/\tau_{\text{н}}$ и прямоугольной АЧХ приведет к существенному (в 2,23 раза) уменьшению численности метеоров, которые можно использовать для этих целей. Взвешенное среднее квадратическое отклонение ошибки измерения временного сдвига сигнала, определяемое формулой (1), а в нормированном виде — выражением (16), ведет себя по-разному в зависимости от значений q , M . Если сигналы слабые ($q < q_{\text{порог}}$), погрешность определения временного положения сигнала в функции от полосы пропускания фильтра имеет минимум. Но даже при таком оптимальном выборе полосы вклад аномальных ошибок в точность измерения времени задержки превосходит вклад так называемых нормальных ошибок [2]. Расчеты позволили определить пороговое отношение сигнал-помеха, соответствующее $\sigma_{\text{а}}/\sigma_{\text{н}} \approx 0,1$. При слабых помехах ($q > 20$) расширение полосы пропускания фильтра ведет

к снижению погрешности фиксации временного положения импульса из-за малых вероятностей ошибок измерения. Этот путь повышения точности оценки параметра сигнала можно рекомендовать в тех случаях, когда с проигрышем в надежности обнаружения по причине снижения отношения сигнал-помеха можно не считаться. Существует диапазон средних значений отношения сигнал-помеха $6 < q < 20$, когда расширение полосы пропускания для $m > 1,6$ ведет к резкому росту погрешности измерения времени запаздывания. Чем больше число элементов разрешения M , тем при меньших значениях m проявляется этот рост погрешности.

Представление о поведении зависимости нормированной средней квадратической ошибки измерения временного положения сигнала от полосы пропускания фильтра при $q = 10$ дает рис. 2. На основании анализа и расчетов рекомендуем в качестве оптимального выбирать значение полосы пропускания фильтра, в 1,63 раза превосходящее значение частоты первого нуля спектра огибающей, т. е. $1,63/\tau_{\text{к}}$. Для средних q и $m = 1,63$ имеет место минимум погрешностей фиксации временного положения радиоимпульса при любых практически используемых M . Расширение полосы пропускания фильтра допустимо, если величины q очень велики, но нецелесообразно, так как обработка сигнала ведется в условиях изменяющейся помеховой обстановки.

Формула (13) для дисперсии ошибки фиксации временного положения сигнала по максимуму его крутизны, когда $m \gg 1$, приводит к значению, в $\sqrt{2}$ раз большему, чем приближенная формула (12.4.20) в работе [3], оценивающая временное положение по максимуму выходного сигнала оптимального (согласованного) фильтра при тех же ограничениях.

Список литературы: 1. *Теоретические основы радиолокации*/Под ред. Я. Д. Ширмана. М., 1970. 560 с. 2. Бавыкина В. В., Коваль Ю. А. К вопросу о потенциальной точности фиксации временного положения сигнала при сличении шкал хранителей времени//Радиотехника. 1980. Вып. 57. С. 100—106. 3. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М., 1966. 678 с.

Поступила в редколлегию 20.12.85.