УДК 62.506.2

Ю. И. ЗОЗУЛЯ

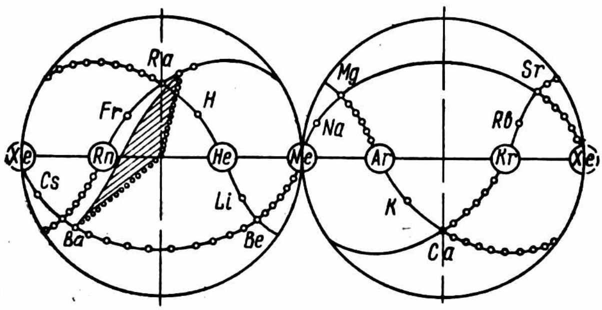
ОБОБЩЕННАЯ ГАРМОНИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

История открытий в искусстве, науке и технике свидетельствует о том, что переход от множества жизненных ситуаций, экспериментальных фактов к их художественному образу, математической или физической модели, и обратно, подчиняется единому закону гармонии, свободно контролируемому творческим человеком [1]. При этом человек выступает в роли некой обобщенной гармонической системы, устанавливающей соответствие класса систем — реально существующих вне сознания человека, их идеальному образу, модели; системы, способной гармонически замыкаться во всех доступных ей средах.

Фактический материал. При формировании системы фактов мы руководствовались методом многоуровневого анализа [2], который предполагает сопоставление фактических данных, полученных на трех уровнях экспериментальных исследований обобщенной гармонической системы: уровне исходных элементов, основных структур и целостной системы. Свойства структур желательно выводить из свойств исходных элементов, а исследование основных структур — направлять на объяснение свойств целостной системы.

В качестве исходных элементов обобщенной гармонической системы достаточно принять множество химических элементов, составляющих материальную основу биологических структур человеческого тела. Связи между свойствами химических элементов, отраженные в плоской периодической таблице Менделеева, для упрощения сопоставлений фактов представим с помощью эквивалентной сферической (объемной) таблицы (см. рис.), в которой лантоноиды и актиноиды вынесены на соответствующие радикальные линии. Химическим элементам, входящим в сложные биохимические соединения, при обмене веществ характерны процессы присоединения или отдачи электронов. Поэтому для описания свойств химических элементов необходимо использовать две сходные сферические таблицы, одна из которых характеризует электронную оболочку, а другая — ядро атома.

Основными структурами живого организма являются молекулы ДНК и соответствующие им молекулы РНК и белков. Первые в нормальном состоянии имеют вид правильной двойной спирали и несут в своей структуре полную информацию о всех производных структурах живого организма, в том числе и о структуре тела целого организма, его зародыша и плодов.



Благодаря сознательной общественно значимой психонервной деятельности организм человека в отличие от животного способен выступать в природе как отдельное целое. Поэтому именно в особенностях этой деятельности и в свойствах соответствующих ей психических состояний можно искать и найти признаки искомой обобщенной гармонической системы. Однако как раз в этой области знаний имеется наименьшая ясность. Правда, психические состояния, как и разновидности сознательной психонервной деятельности, можно представить компактным множеством точек в трехмерном пространстве симптомокомплексов [3] (ψ — пространстве) с тремя осями обобщенных координат, отражающих основные свойства нервной системы. Психофизиологические опыты показывают, что в норме эквивалентные психические состояния представлены в ψ-пространстве точками на поверхностях, сечения которых плоскостями имеют вид окружности [4]. Кроме того, различение внутреннего мира и маски личности требует для отражения ее известных состояний пары сходных сферических поверхностей, но уже в некотором парном ψ пространстве.

Теоретические предпосылки. Каково бы ни было многомерное отношение S, возникающее в циклах взаимодействия между элементами абстрактной системы, являющейся моделью класса реальных систем, путем декомпозиции это отношение без каких-либо дополнительных ограничений можно свести к набору трехестных отношений, связанных между собой также трехместным тношением — законом композиции [5]. Иначе говоря, минимальная размерность пространства, в котором можно мыслить об отношениях между элементами произвольной системы, равна рем. Простейшей математической моделью такого пространства вляется трехмерное линейное векторное пространство над произвольным полем P.

Замыкание этого векторного пространства относительно умножения трехмерных векторов приводит к линейной алгебре кватернионов над полем P. А процедура удвоения кватернионов [6] дает возможность перейти к замечательной по своим войствам линейной алгебре Кэли — Диксона над полем P [7].

С другой стороны, используя принцип перенесения [8], фиксирующий переход от пространства дуг на сферу к пространству винтовых линий, можно породить алгебру двойных чисел ад алгеброй Кэли — Диксона, определенной над произвольным олем P. Остается только показать, что эта алгебра, отражающая цикличность и поступательность эволюции реальных систем геометрию молекул ДНК, составляет основу модели обобщенной гармонической системы.

Необходимо установить, при каких условиях в цикле взаимодействия организма человека с объектом возникают гармонические отношения и не связаны ли они с элементами названой алгебры. При этом качественное изменение класса объектов, взаимодействующих с организмом человека, должно отражаться в изменении поля P.

Теория согласования. Отношения, которые устанавливаются между элементами обобщенной гармонической системы, обеспечивают сохранение ее целостности и согласованности функций отдельных элементов, т. е. «обобщенная система есть замкнутая система, остающаяся замкнутой во всех возможных средах» [9, с. 185].

В работе [10] показано, что отношение S_{ii} в любом i-ом цикле преобразования сигналов обобщенной гармонической системой может мыслиться лишь как некоторое обобщение отношения эквивалентности R_i, которое обладает свойствами рефлексивности, симметричности и транзитивности. Расширение набора этих свойств, отражающееся в прибавлении к названым четким терминам приставок не- и анти-, позволяет охватить множество базисных отношений [11], которые выступают качестве исходных элементов и бинарных отношений между ними. Стало быть, для базисной системы отношений понятия «элемент» и «бинарное отношение» соединяются в одно целое, в некоторое «элементоотношение», близкое к понятию «число».

Рассмотрим множество X элементоотношений такое, что $\forall x,$ $y: (x \in X) \wedge (y \in X) \Rightarrow [(x, y) \in X] \wedge [(y, x) \in X] \wedge [x, x] \in X] \wedge [(y, y) \in X]$.

Поскольку путем расстановки скобок любой конечный набор элементоотношений можно свести к иерархии их пар, множество X должно также включать в себя любой конечный набор элементоотношений. Однако в случае однородных конечных наборов структура элементов множества становится несколько проще. Так, любой конечный набор может быть представлен в виде ассоциативной композиции троек [5].

Например: $(a, b, c, d, e) = (a, b, x) \cdot (x, c, y) \cdot (y, d, e)$, где закон композиции сводится к операции умножения бинарных отношений $(a, b, x) \cdot (x, c, y) = ((a, b), x) \cdot (x, (c, y)) = ((a, b), (c, y)) = (a, b, c, y)$; $(x, c, y) \cdot (y, d, e) = ((x, c), y) \cdot (y, (d, e)) = ((x, c), (d, e)) = (x, c, d, e)$.

В случае циклических конечных наборов элементоотношений, характерных для замкнутых систем, возможно более простое представление закона композиции в виде

$$(a, b, c, d, e) = (a, b, b) \cdot (b, c, c) \cdot (c, d, d) \cdot (d, e, e)(e, a, a);$$

$$(a, b, c, d, e) = (a, a, b) \cdot (b, b, c) \cdot (c, c, d) \cdot (d, d, e) \cdot (e, e, a), \quad (1)$$

где

$$(a, b, b) \cdot (b, c, c) = (a, b, c, c); \; (a, a, b) \cdot (b, b, c) = (a, a, b, c) \quad (2)$$

при

$$(a, b, b) = (a, (b, b)) = ((a, b), b); \; (b, b, c) = (b, (b, c)) = ((b, b), c). \quad (3)$$

Из соотношения (2) следует, что рассматриваемый закон композиции, кроме переноса связывающей пары элементов идеала (a, a) или (c, c), задает переход $(a, \ldots, \ldots) \cdot (b, \ldots, \ldots) = ((a, b), \ldots, \ldots)$; $(\ldots, \ldots, b) \cdot (\ldots, \ldots, c) = (\ldots, \ldots, (b, c))$

Но, так как тройки тоже представляют собой элементоотношения, из выражения (3) получим $(a, \ldots, \ldots) \cdot [(b, \ldots, \ldots) \times (b, \ldots, \ldots)] = [(a, \ldots, \ldots) \cdot (b, \ldots, \ldots)] \cdot (b, \ldots, \ldots)$; $(\ldots, \ldots, b) \cdot [(\ldots, \ldots, b) \cdot (\ldots, \ldots, c)] = [(\ldots, \ldots, b) \cdot (\ldots, \ldots, b)] \cdot (\ldots, \ldots, c)$, т. е. закон композиции в общем случае является не ассоциативным, а альтернативным [7]. Известно, что существует единственная конечномерная альтернативная действительная (линейная) алгебра с делением, алгебра Кэли; ее естественное расширение — алгебра Кэли—Диксона над произвольным полем P [7]. Замечательно то, что алгебра Кэли предельна по размерности конечномерной действительной алгеброй с делением.

Каждый элемент такой алгебры может быть выражен через специальную тройку элементов i, j, k [12], которые в случае исходного множества X с операциями умножения и сложения элементоотношений можно отождествить с тремя свойствами отношения эквивалентности: i — рефлексивность, j — симметричность, k — транзитивность.

Возможны две эквивалентные формы представления элементоотношения x: $x = \alpha + \beta i + \gamma j + \delta k + \varepsilon ij + \lambda ik + \mu jk + \nu ijk$; $x =$

$=(\alpha+\beta i+\gamma j+\delta k)+(\varepsilon+\lambda i+\mu j+\nu k)e$, $e^2=-1$, где α, β, γ, δ, ε, λ, μ, $\nu \in P$.

Последняя форма может быть рассмотрена как обобщенное представление парного трехмерного вектора вида $\vec{x}+\vec{y}e$, $\vec{x}, \vec{y} \in R^3$. В общем случае основное поле P может быть произвольным, например, полем матриц, функций или интегральных преобразований.

Для того, чтобы включить во множество элементоотношений X бесконечные эволюционные последовательности, учитывающие цикличность и поступательность движения объектов действительности, необходимо расширить поле P до алгебры дуальных чисел над полем P с элементами вида $\alpha_1+\alpha_2\omega$, $\omega^2=0$, $\alpha_1, \alpha_2 \in P$, которые используются для описания движения твердого тела в прикладной механике [8].

Изменение поведения эволюционно развивающейся системы в критической точке траектории ее движения может быть описано дифференциальным уравнением [13] $\frac{dx}{dt}=ax+bx^2+cx^3$, с помощью которого моделируются не только эволюционные, но и революционные (релаксационные) изменения системы. При этом траектории движения развивающейся целостной системы могут быть представлены в соответствующем фазовом пространстве эволюционных кривых (в нем возможен количественный и качественный анализ динамики системы).

В частном случае наблюдается экспоненциальное развитие системы в соответствии с уравнением $\frac{dx}{dt}=ax$; $a>0$, характерным, например, для отдельных фаз экологических, экономических, идеологических и других видов кризисов. Представляет интерес математическое моделирование этих форм кризисов для выработки стратегии поведения человека в естественной критической ситуации [14].

В случае пространственно распределенных динамических систем, описываемых в циклах взаимодействия интегральным уравнением

$$P(x,\ t)=P_0(x)+\varphi\int_\Omega G(x-x',\ t-t')\,P(x',\ t')\,dt'dx'=$$
$$=P_0(x)+\varphi G(x,\ t)\cdot P(x,\ t) \qquad (4)$$

с ядром [15]

$$G(x,\ t)=G_0(x,\ t)=(a_\varepsilon+b_\varepsilon\Box_v)\,\omega_\varepsilon(x,\ t), \qquad (5)$$

условие согласования имеет вид $\Box_v\omega_\varepsilon(x,\ t)=0$, $a_\varepsilon=1$, $P_0(x)=0$, $\varphi=1$, т. е. согласованной является физическая среда с нулем и без источников. Любые возмущения в среде могут быть учтены в уравнении $\Box_v\omega_\varepsilon(x,\ t)=f(x,\ t)$, описывающем волновые процессы в естественных средах, широко распространенном в физических теориях. Функция $\omega_\varepsilon(x,\ t)$ в идеальном случае согласования ($\varepsilon\to 0$) может принимать форму корпускулы $\delta(x,\ t)$ или форму волны $\exp i(\omega t - kx)$. При этом в цикле взаимодействия преобразование (4) сводится к тождественному или голографическому.

Модель обобщенной гармонической системы. Интерпретация соотношения (5) применительно к системам восприятия и действия психики человека [15] привела нас к дополнению их системой ассоциативной памяти, расширяющей функциональные возможности обобщенной гармонической системы. Формально этот переход может быть представлен этапами преобразования уравнения (5) через $G_0(x, t)[\Box_v\omega_\varepsilon(x, t)]^{-1} = a_\varepsilon\omega_\varepsilon(x, t)[\Box_v\omega_\varepsilon(x, t)]^{-1} + b_\varepsilon\delta(x, t)$ к соотношению:

$$\frac{a_\varepsilon}{b_\varepsilon}\left\{a_\varepsilon^{-1}G_0(x, t)\cdot[\Box_v\omega_\varepsilon(x, t)]^{-1} - \Box_v^{-1}\delta(x, t)\right\} = \delta(x, t).$$

Далее, рассматривая ядро преобразования (4) как сложное, в любом j-ом состоянии согласования состоящее из инвариантной части $G_0(x, t)$ и индивидуальной, присущей данному единичному состоянию, $G_j(x, t)$ так, что $G(x, t) = G_0(x, t) + G_j(x, t)$ и, сохраняя условие (5), получим из (6)

$$\frac{a_\varepsilon}{b_\varepsilon}\left\{a_\varepsilon^{-1}G(x, t)\cdot[\Box_v\omega_\varepsilon(x, t)]^{-1} - \Box_v^{-1}\delta(x, t) - a_\varepsilon^{-1}G_j(x, t)\times\right.$$
$$\left.\times[\Box_v\omega_\varepsilon(x, t)]^{-1}\right\} = \delta(x, t).$$

Состояние $P(x, t)$ связано с действием $Q(x, t)$ в интерпретации [15] уравнением $P(x, t) = [\Box_v\omega_\varepsilon(x, t)]\cdot Q(x, t)$.

В более общем случае ядро в (4) является многозначной функцией, каждая j-ая ветвь $G_j(x, t)$ которой сопряжена с определенным известным состоянием $P_j(x, t)$, поэтому

$$P_j(x, t) = P_0(x) + \varphi\int_\Omega G(x, x', t, t')\,P_j(x', t')\,dt'dx',$$

$$G(x, x', t, t') = G_0(x - x', t - t') + \sum_{i,k} g_{ik}[P_j(x', t')]\,G_i(x, t)\,G_k(x',$$
$$t') = G_0(x - x', t - t') + G_j(x - x', t - t').$$

Если же структура памяти $g_{ik}[P_j(x', t')]$ не выдерживает испытаний времени и появляется состояние $\tilde{P}(x, t)$, существенно отличающееся от известных $P_j(x, t)$, $j = \mathrm{var}$, отраженных в системах действия и ассоциативной памяти, возникает необходимость существенной перестройки всей системы памяти. Прежде всего, не разрушая согласованности, целостности нейронных структур, можно сделать ее более многомерной, преобразуя всякое прежнее состояние $P_j(x, t)$ в очищенное $P_j^*(x, t)$ и в его новое дополнение $P_j^{**}(x, t)$, рассматривая их в рамках алгебры Кэли—Диксона с элементами $P(x, t) = P^*(x, t) + P^{**}(x, t)e$, $e^2 \in \{-1, 0 1\}$. Значит, в общем случае состояния, как и связи между ними, представляются гиперкомплексными (альтернативными) функциями гиперкомплексного переменного. Следующим шагом является выведение альтернативных свойств функции $P(x, t)$ из альтернативных свойств ее аргумента, что равнозначно наполнению исходного множества X, его элементов новым содержанием. Последнее отражает характер возможных неразрушающих изменений отношений между психическими состояниями (темперамент) человека, живущего в этом мире, отношений между материальными сущностями, соответствующими этим состояниям и определяющими эти состояния.

От скорости переосмысливания этих изменяющихся отношений зависят индивидуальные возможности становления человека совместно с дополняющими его, но не всегда согласованными с ним общественными и техническими системами.

Список литературы: 1. *Мещеряков В. Т.* Гармония и гармоническое развитие. Л., Наука, 1976. 119 с. 2. *Зозуля Ю. И.* Метод многоуровневого анализа нелинейных динамических систем мозга.— В кн.: Проблемы бионики. Харьков, 1974, вып. 13, с. 3—14. 3. *Мерлин В. С.* Проблемы экспериментальной психологии личности (главы из монографии). Пермь, 1970, вып. 6. 117 с. 4. *Аллагулов Р. И.* О возрастной и типологической структуре свойств темперамента в подростковом возрасте.— В кн.: Экспериментальные исследования личности и темперамента. Пермь, 1971, вып. 7, с. 45—70. 5. *Месарович М.* Основания общей теории систем.— В кн.: Общая теория систем. М., Мир, 1966, с. 15—48. 6. *Кантор И. Л., Солодовников А. С.* Гиперкомплексные числа. М., Наука, 1973. 144 с. 7. *Курош А. Г.* Лекция по общей алгебре. М., Наука, 1973. 399 с. 8. *Диментберг Ф. М.* Метод винтов в прикладной механике. М., Машиностроение, 1971. 264 с. 9. *Черчмен Ч.* Один подход к общей теории систем.— В кн.: Общая теория систем. М., Мир, 1966, с. 183—186. 10. *Зозуля Ю. И.* Согласование элементов бионической системы в циклах взаимодействия.— В кн.: Проблемы бионики. Харьков, 1977, вып. 18, с. 10—20. 11 *Бугай Ю. П.* Свойства отображения и бионическое моделирование нервной системы. Сообщение 6.— В кн.: Проблемы бионики. Харьков, 1977, вып. 17, с. 21—29. 12. *Скорняков Л. А.* Альтернативные тела.— Укр. мат. журнал, 1950, т. 2, № 1, с. 70—85. 13. *Молчанов А. М.* Критические точки биологических систем (математические модели).— В кн.: Математическое моделирование в биологии. М., Наука, 1975 с. 142—153. 14. *Молчанов А. М.* Математические модели в экологии. Роль критических режимов.— В кн.: Математическое моделирование в биологии. М., Наука, 1975, с. 133—141. 15. *Зозуля Ю. И.* О степени согласования элементов в системе.— В кн.: Проблемы бионики. Харьков, 1976, вып. 16, с. 44—48.

Поступила 1 ноября 1978 года