

## ЗАДАЧИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ВЫБОРА ОПТИМАЛЬНЫХ МАРШРУТОВ В СЕТЯХ НОВЫХ ПОКОЛЕНИЙ

### Введение

Задачи маршрутизации разнородного трафика в сетях новых поколений, отделения речевого трафика от трафика данных чрезвычайно актуальны. Только благодаря успешному внедрению оборудования программной коммутации удалось добиться разгрузки сетей операторов от трафика Интернет, отвода трафика коммутируемого доступа из городских сетей. Применение программной коммутации позволило решить проблему неучтенного трафика Интернет, от которого буквально задыхались все операторы.

Программный коммутатор в сети новых поколений невозможно представить без узла маршрутизации и базы данных таблиц маршрутизации. При этом одновременно учитываются несколько критериев выбора оптимального маршрута, таких как скорость передачи, качество услуги, средние значения и среднеквадратические отклонения задержки доставки, стоимость канала передачи и др.

Ясно, что большинство критериев являются противоречивыми, а их относительная важность не всегда очевидно. Задача оптимизации маршрута является векторной, а ее математическое обоснование – довольно сложным. Однако достаточный оптимизм внушает тот факт, что основой концепции сетей новых поколений является принцип отделения организации услуг от коммутации. С самого начала эта концепция стала средством глобального нагнетания вычислительных мощностей в коммутационное оборудование сетей связи общего пользования. Поэтому задачи выбора оптимального маршрута как задачи многокритериальной оптимизации можно решать на уровне коммутационных узлов второго и третьего уровней.

В настоящее время среди методов решения задач многокритериального выбора, имеющих, с одной стороны, признанную теоретическую обоснованность, а с другой стороны, удовлетворяющих требованию универсальности, наибольшее распространение получили методы анализа иерархий (МАИ), в частности, метод, предложенный Саати [1]. Он основан на парных сравнениях альтернативных вариантов по различным критериям с использованием девятибалльной шкалы отношений и последующим ранжированием набора альтернатив по всем критериям и целям. Взаимоотношения между критериями учитываются путем построения иерархии критериев и применением парных сравнений для выявления важности критериев и подкритериев. Метод отличается сравнительной простотой и дает хорошее соответствие интуитивным представлениям о физической природе решаемых задач [2, 3].

Получаемые от экспертов мнения часто выражены в порядковой шкале, т.е., эксперт может сказать (и обосновать), что один тип продукции будет более привлекателен для потребителей, чем другой, один показатель качества продукции более важен, чем другой, первый технологический объект более опасен, чем второй, и т.д. Но он не в состоянии сказать, во сколько раз или насколько более важен, соответственно – более опасен. Поэтому эксперты дают ранжировку (упорядочение) объектов экспертизы, т.е. располагают их в виде убывающей по выбранному критерию качества последовательности характеристик объекта. Попытки искусственно установить некие количественные оценки, как правило, не имеют успеха. Из-за нарушения условий транзитивности (а иногда и рефлексивности) результатов парных сравнений выводы, полученные в результате обработки данных, могут не иметь отношения к реальности. Поэтому при построении алгоритма обработки результатов экспертизы в рассматриваемых задачах необходимо использовать номинальные или порядковые шкалы. В этом смысле девятибалльная шкала превосходства одного параметра (критерия, показателя) над другим, по существу, представляет собой порядковую шкалу парных сравнений, известных качественно: равный, слабый, сильный, очень сильный и абсолютный, вместе с промежуточными суждениями между каждой последовательной парой этих значений. Прак-

тический метод, часто используемый для оценки отдельных предметов, заключается в классификации стимулов в трихотомии зон: неприятия, безразличия, принятия. Для более тонкой классификации в каждую из этих зон заложен принцип трихотомии – деление на низкую, умеренную и высокую степени. Таким образом, получается девять оттенков значимых особенностей. Поэтому и берется не более 9 градаций. Психологический предел  $7 \pm 2$  предметов при одновременном сравнении подтверждает, что если взять  $7 \pm 2$  отдельных предметов, удовлетворяющих описанию, и если все они слегка отличаются друг от друга, то понадобится 9 точек, чтобы различить их.

Отметим, что использование шкалы парных сравнений в диапазоне от 0 до  $\infty$  может оказаться бесполезным, так как в этом случае молчаливо предполагается, что человеческое суждение каким-то образом способно оценить относительное превосходство любых двух объектов, что совсем не так. Как хорошо известно из опыта, наша способность различать находится в весьма ограниченном диапазоне и когда имеется значительная несоразмерность между сравниваемыми объектами или действиями, наши предположения тяготеют к тому, чтобы быть произвольными, и обычно оказываются далекими от действительности. Это подтверждает мысль о том, что наши шкалы должны иметь конечный диапазон. Действительно, пределы должны быть довольно близкими в диапазоне, который отражает нашу действительную возможность производить относительные сравнения.

### Постановка задачи. Групповая оценка объекта экспертизы

Рассматривается задача выбора топологий сетей и соответствующих пучков маршрутов. В данной задаче приходится выбирать между экономичностью и качеством сервиса на основе субъективных суждений экспертов и математических моделей достоверности информации о состоянии сети.

Общие альтернативы, упомянутые выше, распадаются на группы частных альтернатив. В каждую группу могут входить надежность, эффективность, стоимость, точность, помехоустойчивость, располагаемые и потребные ресурсы и другие показатели. Поэтому общим для рассматриваемых групп является тот факт, что можно частично или полностью упорядочить объекты на основе системы предпочтений, которой обладает эксперт. Здесь с использованием порядковых шкал можно различать объекты и в тех случаях, когда фактор (критерий) не задан в явном виде, т.е. когда признак сравнения не известен точно [4].

Рассмотрим алгоритмы обработки результатов экспертизы объектов. Пусть  $m$  экспертов произвели оценку  $n$  объектов по  $l$  показателям. Результаты оценки представлены в виде величин  $x_{ij}^h$ , где  $j$  – номер эксперта,  $i$  – номер объекта,  $h$  – номер показателя (признака) сравнения. Если оценка объектов произведена методом ранжирования, то величины  $x_{ij}^h$  представляют собой ранги. Если оценка объектов выполнена методом непосредственной оценки или методом последовательного сравнения, то величины  $x_{ij}^h$  представляют собой числа из некоторого отрезка числовой оси, или баллы. Обработка результатов оценки существенно зависит от рассмотренных методов измерения.

Пусть величины  $x_{ij}^h (i=1, \dots, n; j=1, 2, \dots, m; h=1, 2, \dots, l)$  получены методами непосредственной оценки или последовательного сравнения, т.е.  $x_{ij}^h$  являются числами, или баллами. Для получения групповой оценки объектов в этом случае можно воспользоваться средним значением оценки для каждого объекта [3]  $x_i = \sum_{h=1}^l \sum_{j=1}^m q_h x_{ij}^h k_j$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ), где  $q_h$  – коэффициенты весов показателей сравнения объектов,  $k_j$  – коэффициенты компетентности экс-

пертов. Коэффициенты весов показателей и компетентности объектов являются нормированными величинами [5]  $\sum_{h=1}^l q_h = 1; \sum_{j=1}^m k_j = 1$ .

Коэффициенты весов показателей могут быть определены экспертным путем. Если  $q_{hj}$  – коэффициент веса  $h$ -го показателя, даваемый  $j$ -м экспертом, то средний коэффициент веса  $h$ -го показателя по всем экспертам [3]  $q_h = \sum_{j=1}^m q_{hj} k_j$  ( $h = 1, 2, \dots, l$ ).

### Результаты исследований

Были рассмотрены следующие варианты классов маршрутов.

1. Кольцевой маршрут (КМ) с различными протоколами маршрутизации.
2. Линейно-ломаный маршрут (ЛЛМ) с одним и тем же протоколом маршрутизации (OSPF).
3. Маршрут с транспортом по "чистой" IP-сети (IP-M).
4. Маршрут с транспортом по "чистой" АТМ-сети (АТМ-M).

Выбор маршрута проводится по следующим критериям: быстродействие, помехоустойчивость, надежность, случайная задержка доставки (далее – задержка), оцениваемая через среднеквадратическое отклонение задержки доставки отдельных пакетов, а также стоимость.

На основании этих данных составлены матрица парных сравнений для критериев, по которым определяется наиболее важный (табл. 1), а также 5 матриц парных сравнений альтернатив относительно каждого критерия: быстродействие (табл. 2), помехоустойчивость (табл. 3), надежность (табл. 4), задержка (табл. 5), стоимость (табл. 6).

Таблица 1

Матрица парных сравнений для критериев

Критерии	1	2	3	4	5	$W_i$	$X_i$
1. Быстродействие	1	3	1/5	1/5	3	0,815	0,125
2. Помехоустойчивость	1/3	1	1/3	1/3	3	0,644	0,099
3. Надежность	5	3	1	3	5	2,954	0,454
4. Задержка	5	3	1/3	1	3	1,719	0,264
5. Стоимость	1/3	1/3	1/5	1/3	1	0,375	0,058
Сумма ( $\sum_j$ )	11,667	10,333	2,067	4,867	15,000	6,507	1
$(\lambda_{\max})_j$	1,461	1,023	0,938	1,285	0,864		

Здесь  $W_i$  – вектор собственных значений;  $X_i$  – весовой вектор.

Рассчитаем отношение согласованности ( $r_c$ ) по формуле

$$r_c = \text{ИС} / \text{СС},$$

где ИС =  $(\lambda_{\max} - n) / (n - 1)$  – индекс регулярной согласованности, т.е. среднее отклонение от идеально согласованной матрицы приоритетов;  $\lambda_{\max}$  – главное (максимальное) собственное значение; СС – случайная согласованность (индекс согласованности сгенерированной случайным образом по шкале от 1 до 9 обратно-симметричной матрицы с соответствующими обратными величинами элементов). Зависимости индекса СС от порядка матрицы приведены в [1]. Там же отмечено, что при значениях  $r_c$ , которые не превышают некоторые допустимые величины, выбираемые, исходя из физического смысла задачи, оценки относительной важности не пересматриваются. Обычно допустимые значения  $r_c$  берут в пределах от 0,1 до 0,2.

$$n = 5; \text{СС} = 1,12;$$

$$\lambda_{\max} = \sum X_i * \sum y_{ij} = 1,461 + 1,023 + 0,938 + 1,285 + 0,864 = 5,573;$$

$$\text{ИС} = (5,573 - 5) / (5 - 1) = 0,143;$$

$$r_c = 0,143 / 1,12 = 0,128 < 0,2; \text{следовательно, оценки пересматривать не нужно.}$$

$$r_c < 0,2; \text{следовательно, оценки пересматривать не нужно.}$$

## Быстродействие

Класс маршрута	1	2	3	4	$W_i$	$X_i$
1. КМ	1	3	1/3	1/5	0,669	0,115
2. ЛЛМ	1/3	1	1/3	1/7	0,355	0,061
3. IP-М	3	3	1	1/5	1,158	0,199
4. АТМ-М	5	7	5	1	3,637	0,625
Сумма ( $Y_j$ )	9,333	14,000	6,667	1,543	5,819	1
$(\lambda_{\max})_j$	1,073	0,854	1,327	0,964		

Рассчитаем отношение согласованности  $r_c$ :

$$n=4; \text{СС}=0,9$$

$$\lambda_{cl} = \sum X_i * \sum y_{ij} = 4,218;$$

$$\text{ИС} = (4,218 - 4)/(4 - 1) = 0,073;$$

$r_c = 0,073/0,9 = 0,081 < 0,2$ ; следовательно, оценки пересматривать не нужно.

Таблица 3

## Помехоустойчивость

Класс маршрута	1	2	3	4	$W_i$	$X_i$
1. КМ	1	3	5	1/3	1,495	0,306
2. ЛЛМ	1/3	1	1/3	1/3	0,439	0,090
3. IP-М	1/5	3	1	1/3	0,669	0,137
4. АТМ-М	3	3	3	1	2,280	0,467
Сумма ( $Y_j$ )	4,533	10,000	9,333	2,000	4,882	1
$(\lambda_{\max})_j$	1,388	0,899	1,278	0,934		

Рассчитаем отношение согласованности  $r_c$ :

$$n=4; \text{СС}=0,9$$

$$\lambda_{cl} = \sum X_i * \sum y_{ij} = 4,499;$$

$$\text{ИС} = (4,499 - 4)/(4 - 1) = 0,166;$$

$r_c = 0,166/0,9 = 0,185 < 0,2$ ; следовательно, оценки пересматривать не нужно.

Таблица 4

## Надежность

Класс маршрута	1	2	3	4	$W_i$	$X_i$
1. КМ	1	1/3	1/3	1/5	0,386	0,076
2. ЛЛМ	3	1	3	1/3	1,316	0,261
3. IP-М	3	1/3	1	1/3	0,760	0,150
4. АТМ-М	5	3	3	1	2,590	0,513
Сумма ( $Y_j$ )	12,000	4,667	7,333	1,867	5,052	1
$(\lambda_{\max})_j$	0,917	1,216	1,103	0,957		

Рассчитаем отношение согласованности  $r_c$ :

$$n=4; \text{СС}=0,9$$

$$\lambda_{cl} = \sum X_i * \sum y_{ij} = 4,193;$$

$$ИС = (4,193 - 4)/(4 - 1) = 0,064;$$

$r_c = 0,064/0,9 = 0,071 < 0,2$ ; следовательно, оценки пересматривать не нужно.

Таблица 5

## Задержка

Класс маршрута	1	2	3	4	$W_j$	$X_j$
1. КМ	1	3	3	3	2,280	0,475
2. ЛЛМ	1/3	1	3	3	1,316	0,275
3. IP-М	1/3	1/3	1	1/3	0,439	0,092
4. АТМ-М	1/3	1/3	3	1	0,760	0,158
Сумма ( $Y_j$ )	2,000	4,667	10,000	7,333	4,794	1
$(\lambda_{\max})_j$	0,951	1,281	0,915	1,162		

Рассчитаем отношение согласованности  $r_c$ :

$$n=4; \text{CC}=0,9$$

$$\lambda_{cl} = \sum X_i * \sum y_{ij} = 4,309;$$

$$ИС = (4,309 - 4)/(4 - 1) = 0,103;$$

$r_c = 0,103/0,9 = 0,115 < 0,2$ ; следовательно, оценки пересматривать не нужно.

Таблица 6

## Стоимость

Класс маршрута	1	2	3	4	$W_j$	$X_j$
1. КМ	1	1/3	1/3	1/5	0,386	0,076
2. ЛЛМ	3	1	3	1/3	1,316	0,261
3. IP-М	3	1/3	1	1/3	0,760	0,150
4. АТМ-М	5	3	3	1	2,590	0,513
Сумма ( $Y_j$ )	12,000	4,667	7,333	1,867	5,052	1
$(\lambda_{\max})_j$	0,917	1,216	1,103	0,957		

Рассчитаем отношение согласованности  $r_c$ :

$$n=4; \text{CC}=0,9$$

$$\lambda_{cl} = \sum X_i * \sum y_{ij} = 4,193;$$

$$ИС = (4,193 - 4)/(4 - 1) = 0,064;$$

$r_c = 0,064/0,9 = 0,071 < 0,2$ ; следовательно, оценки пересматривать не нужно.

Глобальный приоритет для каждой альтернативы вычисляется как сумма произведений локальных приоритетов на соответствующий взвешивающий коэффициент. Глобальные приоритеты приведены в табл. 7, из которой видно, что целесообразно остановить свой выбор на классе маршрута по чистой АТМ-сети, которому соответствует максимальное значение глобального приоритета.

Отметим, что пример носит иллюстративный характер и приведен для того, чтобы продемонстрировать сравнительную простоту, наглядность и эффективность метода. При практической реализации метода число приоритетов и их относительная важность, конечно, будут варьироваться в зависимости от конкретной задачи, внешних и внутренних факторов. Тем не менее, интуитивно ясно, что при выбранных соотношениях важности приоритетов результат получился вполне ожидаемым. Физически это объясняется развитостью системы контроля и управления качеством в сетях АТМ, стандартным и сравнительно малым размером ячейки АТМ, вследствие чего обеспечиваются минимальные потери и повторные передачи. Поэтому четвертый вариант и имеет наибольший глобальный приоритет.

Глобальные приоритеты

Класс маршрута	Критерии					Глобальные приоритеты
	Быстродей- ствие	Помехо- устойчивость	Надежность	Задержка	Стоимость	
	Численное значение вектора приоритета					
	0,125	0,099	0,454	0,264	0,058	
КМ	0,115	0,306	0,076	0,475	0,076	0,209
ЛЛМ	0,061	0,090	0,261	0,275	0,261	0,223
IP-M	0,199	0,137	0,150	0,092	0,150	0,140
АТМ-M	0,625	0,467	0,513	0,158	0,513	0,429

Рассмотрим для данной задачи функции чувствительности решений по выбору класса маршрутов к ошибкам задания исходных данных. Причины ошибок могут быть как объективного, так и субъективного характера [6]. Заметим, что в классическом методе анализа иерархий вообще используется грубая оценка наибольшего собственного вектора матрицы – среднее геометрическое по строкам, а для оценки наибольшего собственного значения – функция следа матрицы. Вследствие этого возникают погрешности вычисления собственных значений и собственных векторов, что может привести к неверному выбору наилучшего решения, получаемого методом анализа иерархий. Другими словами, из-за ошибочного задания (измерения, вычисления, экспертной оценки) исходных данных возникает риск выбора неверного или не самого эффективного маршрута. Для уменьшения влияния ошибок из-за приближенных оценок вполне логично применить прямое вычисление собственных векторов и собственных значений матрицы, используя соответствующим образом адаптированные для данной задачи вычислительные методы.

Вычислительная задача заключается в нахождении собственного значения матрицы приоритетов системы

$$Ax = \lambda x. \quad (5)$$

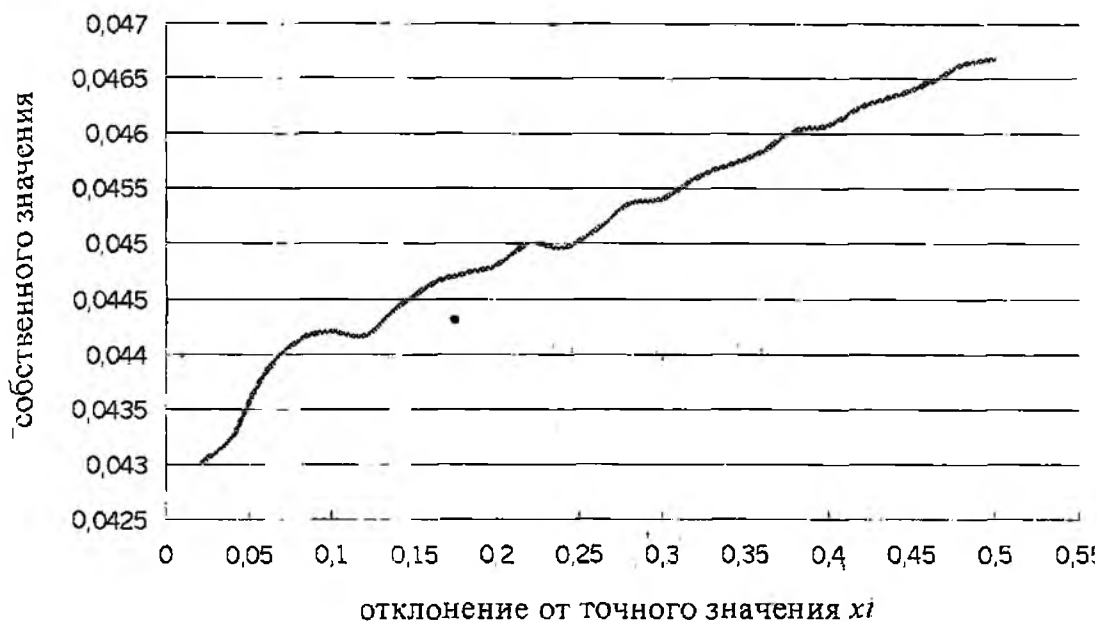
Для вычисления собственных значений и собственных векторов матрицы парных сравнений как обратно-симметричной матрицы последняя приводится к верхней почти треугольной форме Гессеиберга. Использован достаточно простой и эффективный метод Хаусхолдера приведения матрицы к верхней почти треугольной форме. Затем методом QR-итераций со сдвигом вычисляются собственные значения и собственные векторы (в рассматриваемой задаче нас, в первую очередь, интересует наибольшее собственное значение и соответствующий ему собственный вектор). Программы на языке низкого уровня или проблемно-ориентированном языке (Фортран, Си) занимают всего несколько десятков килобайт оперативной памяти и могут быть легко размещены в вычислителях коммутационных узлов типа программного коммутатора. Функция чувствительности собственных значений к вариациям различных параметров системы

$j = Au$  имеет вид  $\frac{\partial \lambda_j}{\partial p} = \frac{((\partial A / \partial p)x, u_j)}{(x, u_j)}$ . Эту формулу удобно использовать для оценки чувствительности метода решения к вариациям исходных данных [7]. Была исследована зависимость максимального собственного значения от погрешности точного значения одного из элементов матрицы приоритетов, выбираемых на основе парных сравнений.

На рисунке изображен график функции чувствительности, вычисленной для случая возникновения возмущений в элементах матрицы (метод Гессенберга и QR-алгоритм).

Отметим, что колебания решения носят слабо выраженный характер. Это объясняется возможностью дополнительной настройки программ вычислений и регулирования шага итераций. Кроме того, при изменениях величины элементов матрицы приоритетов до 50 %

отклонение даже наибольшего собственного значения от точной величины не превышает 5–10 % величины спектрального радиуса матрицы – Евклидовой нормы максимального собственного значения. Следовательно, средний риск перескока на неверное решение является величиной второго порядка малости, а само такое событие может быть отнесено к классу редких событий или грубых промахов.



### Выводы

Метод анализа иерархий может применяться для решения широкого круга прикладных задач выбора класса оборудования, топологий сети, программного обеспечения и пр. При использовании эффективных численных методов для точной оценки собственных значений матриц приоритетов чувствительность решения к ошибкам задания исходных данных оказывается достаточно низкой. Можно утверждать, что сбои процедуры выбора наилучшего решения будут весьма редкими событиями, а вероятности таких событий – величинами второго порядка малости.

Список литературы: 1. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1989. 396 с. 2. Виноградов М. А., Черныш О. О. Оптимизация класса архитектуры программного обеспечения комплексных тренажеров // Проблемы информатизации та управління. К.: НАУ, 2006. № 3(18). С. 41-46. 3. Лисовая И. В., Мишарин И. В., Черныш О. А. Системный анализ прикладных задач многокритериальной оптимизации методом анализа иерархий // Проблемы информатизации та управління. К.: НАУ, 2007. № 3(21). С. 99-103. 4. Бешелев С. Д., Гурвич Ф. Г. Математико-статистические методы экспертных оценок. М.: Статистика, 1980. 263 с. 5. Евланов Л. Г., Кутузов В. А. Экспертные оценки в управлении. М.: Экономика, 1978. 133 с. 6. Моисеев Н. Н. Математические задачи системного анализа. М.: Наука, 1981. 487 с. 7. Томович Р., Вукобратович М. Общая теория чувствительности. М.: Сов. радио, 1972. 240 с.

Харьковский национальный  
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 05.11.2008