

Міністерство освіти і науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Електронної та біомедичної інженерії
(повна назва)

Кафедра Фізичних основ електронної техніки
(повна назва)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА Пояснювальна записка

рівень вищої освіти другий (магістерський)
ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ АДАПТИВНОЇ
РІДИННОЇ ЛІНЗИ ДЛЯ СИСТЕМ КОРЕКЦІЇ ЗОРУ
(тема)

Виконала:
здобувачка 2 року навчання,
групи ЛОЕТм-24-1
Мілана ЛУЦЕНКО
(Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

Спеціальність 175 Інформаційно-вимірювальні
технології
(код і повна назва спеціальності)

Тип програми освітньо-професійна
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма «Лазерна і оптоелектронна
техніка»
(повна назва освітньої програми)

Керівник зав. каф. ФОЕТ Олександр ГНАТЕНКО
(посада, Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

Допускається до захисту

Завідувач кафедри ФОЕТ _____
(підпис)

Олександр ГНАТЕНКО
(Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

2025 р.

Харківський національний університет радіоелектроніки

Факультет Електронної та біомедичної інженерії

Кафедра Фізичних основ електронної техніки

Рівень вищої освіти другий (магістерський)

Спеціальність 175 Інформаційно-вимірювальні технології
(код і повна назва)

Тип програми освітньо-професійна
(освітньо-професійна або освітньо-наукова)

Освітня програма «Лазерна і оптоелектронна техніка»
(повна назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ:
Зав. кафедри _____
(підпис)

«____» _____ 20 ____ р.

ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

здобувачі Луценко Мілані Ігорівні
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи «Інформаційно-вимірювальне дослідження адаптивної рідинної лінзи для систем корекції зору»

затверджена наказом університету від « 10 » листопада 2025 р. № 1024 Ст

2. Термін подання здобувачем роботи до екзаменаційної комісії 16 грудня 2025 р.

3. Вихідні дані до роботи: 1 Тип лінзи: electrowetting-on-dielectric (EWOD) з двома незмішуваними рідинами. 2 Керувальний параметр: напруга U ; моніторинг режиму: струм I . 3 Модельні співвідношення: Young–Lippmann ($\theta(U)$) з насиченням; сферична апроксимація меніска; $D = \Delta n/R$. 4 Розрахункові дані: калібрувальні залежності $\theta(U)$, $D(U)$, $S(U)$, $U(D)$, динаміка (τ) та оцінювання невизначеності (поширення похибок/Монте-Карло

4. Перелік питань, що потрібно опрацювати в роботі _____

1 Вступ. 2 Аналітичний огляд адаптивних оптичних елементів та EWOD-лінз.

3 Теоретична модель EWOD-рідинної лінзи ($\theta(U)$, $D(U)$, $S(U)$, $U(D)$, динаміка).

4 Імітаційне моделювання та оцінювання невизначеності. 5 Висновки.

5. Перелік графічного матеріалу із зазначенням креслеників, схем, плакатів, комп'ютерних ілюстрацій
Демонстраційний матеріал – 12 слайдів.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№	Назва етапів роботи	Терміни виконання етапів роботи	Примітка
1	Інформаційно-тематичний пошук та огляд літературних джерел про лінзи з корекцією оптичної сили	02.09.25–18.09.25	Виконано
2	Проведення теоретичних досліджень	23.09.25–03.10.25	Виконано
3	Виконання розрахунків характеристик рідинних лінз	08.10.25–17.10.25	Виконано
4	Проведення додаткових теоретичних досліджень	23.10.25–02.11.25	Виконано
5	Оформлення пояснювальної записки	05.11.25–13.11.25	Виконано
6	Оформлення демонстраційних матеріалів	14.11.25–20.11.25	Виконано
7	Проходження нормоконтролю та перевірки тексту КвР на унікальність	26.11.25–08.12.25	Виконано
8	Отримання відгуку та рецензії	10.12.25–13.12.25	Виконано
9	Підготовка та захист кваліфікаційної роботи	14.12.25–17.12.25	Виконано

Дата видачі завдання 02 вересня 2025 р.

Здобувачка _____
(підпис)

Керівник роботи _____ зав. каф. ФОЕТ Олександр ГНАТЕНКО
(підпис) (посада, Власне ім'я, ПРІЗВИЩЕ)

РЕФЕРАТ

Пояснювальна записка кваліфікаційної роботи: 35 с., 18 рис., 1 додаток, 23 джерела.

ВИПРОМІНЮВАННЯ, ДІАФРАГМА, ДІОПТРИЧНА СИЛА, ЛІНЗА, МЕМБРАНА, РІДИНА, ФОКУСНА ВІДСТАНЬ.

Об'єкт дослідження – адаптивна рідинна лінза зі змінною кривизною межі двох рідин під дією електричного поля.

Предмет дослідження — інформаційно-вимірювальна модель перетворення керувальної напруги в оптичну силу лінзи, а також оцінювання похибок/невизначеності й динамічних параметрів цієї ланки для застосування в системах корекції зору.

Мета роботи – розробити теоретичну інформаційно-вимірювальну методику дослідження лінзи, отримати аналітичну залежність $D(U)$, сформувати віртуальний вимірювальний канал для оцінювання оптичної сили та визначити точнісні й динамічні характеристики (чутливість, нелінійність, гістерезис/насичення, швидкодія).

Методи дослідження: аналітичне моделювання на основі рівняння Young–Lippmann для опису електрозмочування; геометрична оптика та сферична апроксимація меніска для зв'язку контактного кута з радіусом кривизни і оптичною силою; побудова динамічної моделі першого порядку для перехідних процесів; чисельна ідентифікація параметрів моделі (регресійне наближення залежності $D(U)$); оцінювання похибок і невизначеності методами поширення похибок та/або Монте-Карло; комп'ютерне моделювання (імітаційні розрахунки) для отримання калібрувальних характеристик.

У роботі сформовано математичну модель, що пов'язує керувальну напругу з оптичною силою electrowetting-лінзи через зміну контактного кута та кривизни межі рідин. Запропоновано структуру віртуального інформаційно-

вимірювального стенду (модель об'єкта + модель вимірювача + шумові/похибкові складові) для оцінювання точності визначення D і стабільності керування. Для розрахункових сценаріїв прийнято типові параметри комірки electrowetting-лінзи (апертура порядку кількох міліметрів) і показано реалізацію керованої зміни оптичної сили в діапазоні, придатному для формування “добавки” корекції в системах оптики з базовими статичними елементами. Отримані результати дозволяють формувати калібрувальні залежності $D(U)$, оцінювати чутливість і обмеження керування (насичення контактного кута), а також задавати вимоги до похибки керовальної напруги для забезпечення заданої точності по діоптріях.

Короткий опис роботи: у першому розділі наведено огляд адаптивних рідинних лінз і вимог систем корекції зору до керованої оптики; у другому розділі подано фізико-математичну модель electrowetting-ефекту, геометрію меніска та виведено аналітичний зв'язок $D(U)$; у третьому розділі виконано імітаційні розрахунки, отримано калібрувальні характеристики, проаналізовано точність/невизначеність і динамічні властивості моделі.

ABSTRACT

Explanatory note to the qualification thesis: 35 pages, 18 figures, 1 appendix, 23 references.

APERTURE STOP, FOCAL LENGTH, LENS, LIQUID, MEMBRANE, OPTICAL POWER, RADIATION.

The object of the study is an adaptive liquid lens with variable curvature of the interface between two liquids under the action of an electric field.

The subject of the study is an information-and-measurement model for converting the control voltage into the lens optical power, as well as the evaluation of errors/uncertainty and the dynamic parameters of this link for use in vision-correction systems.

The aim of the work is to develop a theoretical information-and-measurement methodology for investigating the lens, obtain an analytical dependence $D(U)$, form a virtual measurement channel for estimating optical power, and determine accuracy and dynamic characteristics (sensitivity, nonlinearity, hysteresis/saturation, response speed).

Research methods: analytical modeling based on the Young–Lippmann equation to describe electrowetting; geometrical optics and a spherical approximation of the meniscus to relate the contact angle to the radius of curvature and optical power; development of a first-order dynamic model for transient processes; numerical identification of model parameters (regression approximation of the $D(U)$); error and uncertainty evaluation using error-propagation and/or Monte-Carlo methods; computer simulation (imitation calculations) to obtain calibration characteristics.

A mathematical model has been developed that relates the control voltage to the optical power of an electrowetting lens through changes in the contact angle and the curvature of the liquid interface. A structure of a virtual information-and-measurement test bench (object model + measurement model + noise/error components) is proposed

to estimate the accuracy of determining D and the stability of control. For computational scenarios, typical parameters of an electrowetting-lens cell (aperture on the order of several millimeters) are adopted, and the implementation of a controlled change in optical power within a range suitable for forming an additional “correction increment” in optical systems with baseline static elements is demonstrated. The obtained results make it possible to form calibration dependences $D(U)$, evaluate sensitivity and control limitations (contact-angle saturation), and specify requirements for the control-voltage error to ensure a prescribed dioptric accuracy.

Brief description of the work: Chapter 1 provides an overview of adaptive liquid lenses and the requirements of vision-correction systems for controllable optics; Chapter 2 presents the physicomathematical model of the electrowetting effect, the meniscus geometry, and derives the analytical relation D ; Chapter 3 performs simulation calculations, obtains calibration characteristics, and analyzes accuracy/uncertainty and the dynamic properties of the model.

ЗМІСТ

Вступ.....	9
1 Аналітичний огляд адаптивних оптичних елементів для корекції зору	12
1.1 Діоптрійний опис і критерії керованості	12
1.2 Адаптивні оптичні елементи та місце EWOD-лінз	12
1.3 Напруга, як керування та струм, як моніторинг режиму.....	13
2 Теоретична модель ewod-рідинної лінзи	18
2.1 Рівняння Young–Lippmann та параметр α	18
2.2 Геометрія меніска та зв'язок $a-R-h-\theta$	19
2.3 Оптична сила $D(U)$ та калібрувальна характеристика	21
2.4 Чутливість $S(U) = dD/dU$	23
2.5 Інверсія $U(D)$ у монотонній області.....	24
2.6 Динамічна модель встановлення.....	25
2.7 Віртуальний інформаційно-вимірювальний стенд.....	26
3 Імітаційне моделювання та оцінювання невизначеності.....	28
3.1 Параметри модельного прикладу	28
3.2 Поширення нестабільності напруги у ΔD	28
3.3 Невизначеність від розкиду параметрів (Монте-Карло).....	29
3.4 Апроксимація калібрувальної залежності та залишки.....	30
3.5 Узагальнена структура невизначеності	31
Висновки	33
Перелік джерел посилання	34
Додаток А Демонстраційний матеріал.....	36

ВСТУП

Адаптивна оптика зі змінною оптичною силою є ключовою технологічною основою для сучасних систем корекції зору, персональних візуальних пристроїв, компактних офтальмологічних модулів та оптоелектронних систем зі змінним фокусуванням. На відміну від класичних оптичних рішень з механічним переміщенням лінзових груп, адаптивні елементи потенційно забезпечують менші габарити, нижчу інерційність та ширші функціональні можливості. Серед адаптивних елементів особливу увагу привертають electrowetting-рідинні лінзи, у яких зміна форми межі рідин керується електричним полем через зміну змочування. Такий принцип дозволяє перебудовувати фокус без механіки, однак водночас створює низку фундаментальних і прикладних проблем, що прямо впливають на можливість використання в задачах корекції зору [1–5, 19–23].

Перша група проблем пов'язана з нелінійністю та неоднозначністю зв'язку між керувальним сигналом і оптичним результатом. Electrowetting-ефект має квадратичну залежність від напруги та характеризується явищем насичення контактного кута, через що приріст оптичної сили не зберігається пропорційним зростанню напруги. Для корекційних систем це означає, що «керувати діоптріями» без каліброваної моделі неможливо: одна й та сама зміна напруги в різних ділянках робочого діапазону дає різну зміну оптичної сили, наближення лінійною характеристикою призводить до систематичних помилок [19–23].

Друга група проблем стосується стабільності та повторюваності. У рідинних системах існують фактори, що викликають дрейф параметрів у часі: температурна залежність міжфазного натягу й в'язкості, старіння гідрофобних покриттів, повільні релаксаційні процеси на межі фаз, а також зміни електричних властивостей діелектричного шару. Навіть у суто теоретичній постановці ці ефекти необхідно враховувати як джерела невизначеності,

оскільки система корекції зору вимагає відтворюваності оптичної сили на рівні часток діоптрії [1–4].

Третя група проблем — динамічні обмеження. Перехідні процеси electrowetting-лінзи визначаються гідродинамікою, в'язким тертям і електричною природою навантаження (ємнісний характер комірки). Унаслідок цього при зміні напруги оптична сила встановлюється не миттєво, а із затримкою, можливими перерегулюваннями та коливаннями форми меніска. Для корекційних застосувань важливими стають час встановлення, флуктуації у перехідному режимі та допустимі частоти перебудови. Без моделі динаміки неможливо обґрунтувати вимоги до алгоритму керування та до швидкодії системи [19–23].

Четверта група проблем пов'язана з якістю оптичного поля. Навіть при досягненні потрібної оптичної сили корекційні системи критично залежать від рівня аберацій, просторової однорідності оптичної сили та чутливості до децентрування. Сферична апроксимація меніска зручна для аналітики, однак реальна форма межі рідин може відхилятися від ідеальної сфери через крайові ефекти, неоднорідність змочування, гравітаційні деформації або мікронерівності покриттів. У результаті оптична сила стає “ефективною”, а не строго геометричною, і виникає задача кількісного опису: у якому діапазоні керування допущення сферичності є прийнятним та які похибки воно породжує [18-20].

П'ята група проблем — обмеження керувального електричного режиму. Electrowetting-лінзи (EWOD-лінзи) часто потребують відносно високих напруг (залежно від товщини діелектрика та матеріалів), а струм має переважно реактивний (ємнісний) характер, що ускладнює трактування енергоспоживання, формування сигналу та оцінювання електричних втрат. Для систем корекції зору важливими є також надійність ізоляції, електробезпека, а також стабільність режимів при довготривалій експлуатації. Навіть у теоретичній роботі ці фактори слід відобразити як технічні обмеження, що визначають припустиму область керування [19–20].

Перелічені проблеми формують центральне протиріччя: electrowetting-лінза є привабливим елементом керованої оптики, однак її поведінка як керованого оптичного перетворювача не є очевидною та “прямою”; вона потребує інформаційно-вимірювального опису — у вигляді моделі перетворення «керування → оптична сила», її калібрувальної характеристики, оцінювання похибок і динамічних обмежень. Саме тому задачі побудови математичної залежності $D(U)$, введення режимів насичення, аналізу чутливості до параметрів матеріалів та формування віртуального вимірювального каналу є принципово важливими для обґрунтування придатності electrowetting-лінзи до застосування в системах корекції зору [19–23].

Таким чином, актуальність кваліфікаційної роботи визначається потребою у системному теоретичному дослідженні electrowetting-рідинної лінзи з позицій інформаційно-вимірювальних підходів: не тільки отримання керованої оптичної сили, а й кількісного опису нелінійності, обмежень керування, джерел похибок і динамічних факторів, що визначають точність відтворення корекції в діоптріях.

1 АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД АДАПТИВНИХ ОПТИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ КОРЕКЦІЇ ЗОРУ

1.1 Діоптрійний опис і критерії керованості

Оптична сила D визначається як $D = 1/f$ (f у метрах). Така форма вводить зручну шкалу, у якій збільшення оптичної сили відповідає зменшенню фокусної відстані. Для корекції зору важливо оперувати саме діоптріями, оскільки вони є практичною одиницею, у якій задають «потрібну» зміну оптичної дії системи [1–2].

Для керованого елемента критерії працездатності зводяться до характеристики $D(U)$ та її властивостей. Монотонність $D(U)$ у робочій області забезпечує однозначне відображення між напругою та діоптріями. Наявність насичення або гістерезису змінює цю однозначність, тому в моделюванні виділяється робочий діапазон, у якому характеристики відповідають однозначності та повторюваності.

Похідна dD/dU описує режимну чутливість: вона задає, наскільки швидко змінюються діоптрії при зміні напруги. У вимірювальній інтерпретації цей параметр перетворює нестабільність керування δU у діоптрійний еквівалент ΔD . Тому рівномірність або керована зміна dD/dU по діапазону є елементом системного аналізу, навіть якщо сама лінза розглядається без реального експериментального стенду.

Кінцева апертура та реальна форма меніска можуть спричиняти аберації. У теоретичній роботі це узагальнюється через еквівалентний фокус (ефективну оптичну силу), що дозволяє пов'язати стан лінзи з однією величиною D для побудови калібрування та інверсії керування.

1.2 Адаптивні оптичні елементи та місце EWOD-лінз

Адаптивна оптика для перебудови фокуса може реалізовуватися механічною деформацією лінз, зміною взаємного положення профільованих

елементів, керованими заломлювальними індексами (наприклад, у рідких кристалах), а також використанням рідинних оптичних поверхонь. Для кожного підходу характерні власні обмеження за швидкістю, діапазоном перебудови, технологічною складністю і стабільністю параметрів [19–23].

Рідинні лінзи виділяються тим, що оптична поверхня створюється межею фаз, а зміна кривизни може відбуватися без традиційних механічних приводів. Це дає можливість компактного виконання та потенційно високої швидкодії. У контексті корекції зору важливим є те, що перебудова оптичної сили може бути організована у діоптрійній шкалі, що сумісно з прикладною постановкою задачі.

EWOD-лінзи реалізують керування через electrowetting-ефект на діелектрику. Вони містять електрод, діелектричний і гідрофобний шар, а також дві рідини або рідину та газ. Електричне поле змінює змочуваність, що проявляється у зміні контактного кута θ . Технологічні параметри шару (товщина, ε_r) та міжфазні властивості (γ) визначають коефіцієнт α у моделі Young–Lippmann, тобто форму калібрування. Наявність насичення θ обмежує корисну робочу область і впливає на вибір алгоритму керування [19–20].

1.3 Напруга, як керування та струм, як моніторинг режиму

У EWOD-лінзі напруга U є основним керувальним параметром, оскільки саме вона визначає інтенсивність електричного поля в діелектрику та зміну поверхневої енергії на межі фаз. У квазістатичній моделі зміна змочуваності описується через $\cos\theta(U)$, що прямо залежить від U^2 . Струм I у таких структурах виникає через витоки та діелектричні втрати. На рівні інформаційно-вимірювального опису I є супровідною вимірюваною величиною, що характеризує режим. Підвищення I може означати зростання втрат або деградацію діелектрика, що потенційно супроводжується зміною ефективності electrowetting-перетворення та дрейфом параметра α [17–19].

Тому віртуальний стенд доцільно описувати як канал, у якому U формує стан лінзи, а I уточнює стан режиму. Такий підхід узгоджується з вимірювальною логікою: керування задає номінальний стан, а додаткові сигнали забезпечують інтерпретацію зміни параметрів перетворення у часі.

На рисунку 1.1 зображено схему, що показує формування показника заломлення на міжфазній поверхні та зміну ефективного фокуса при перебудові кривизни. Діоптрійна інтерпретація зводиться до еквівалентної зміни фокусної відстані [5–10].

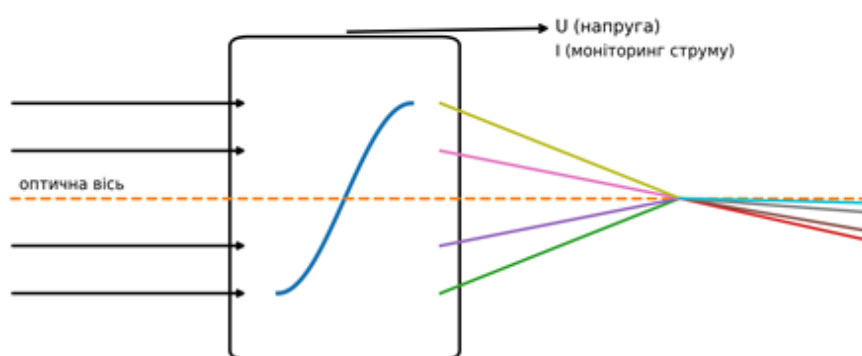


Рисунок 1.1 – EWOD-рідинна лінза: принципова схема та хід променів

Зміна контактного кута змінює радіус кривизни та положення фокуса. Поблизу $\theta \approx 90^\circ$ зміна знака кривизни інтерпретується як зміна знака оптичної сили (рис. 1.2).

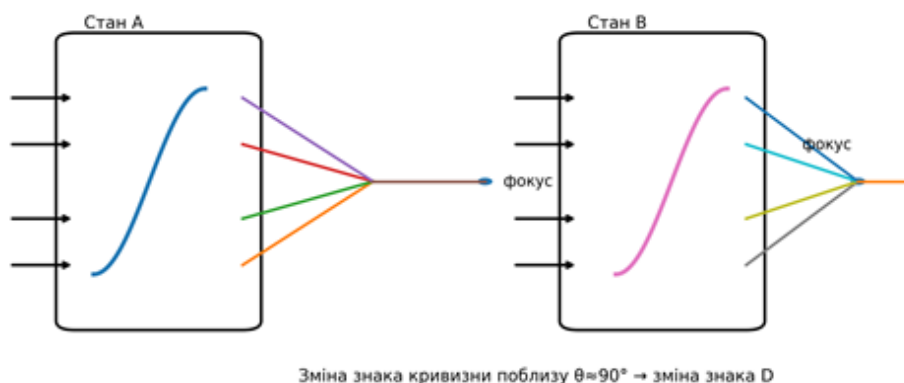


Рисунок 1.2 – Дві конфігурації меніска: різні положення фокуса

Шарова структура EWOD-лінзи показана на рисунку 1.3.

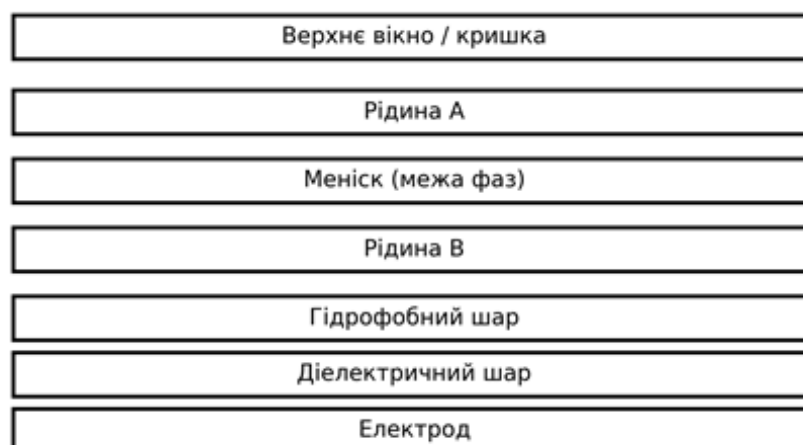


Рисунок 1.3 – Шарова структура EWOD-лінзи (спрощено)

Шари визначають електричні та капілярні умови electrowetting-ефекту. Струм I відповідає втратам/витокам у діелектрику та може супроводжувати зміну параметрів перетворення (рис. 1.4).

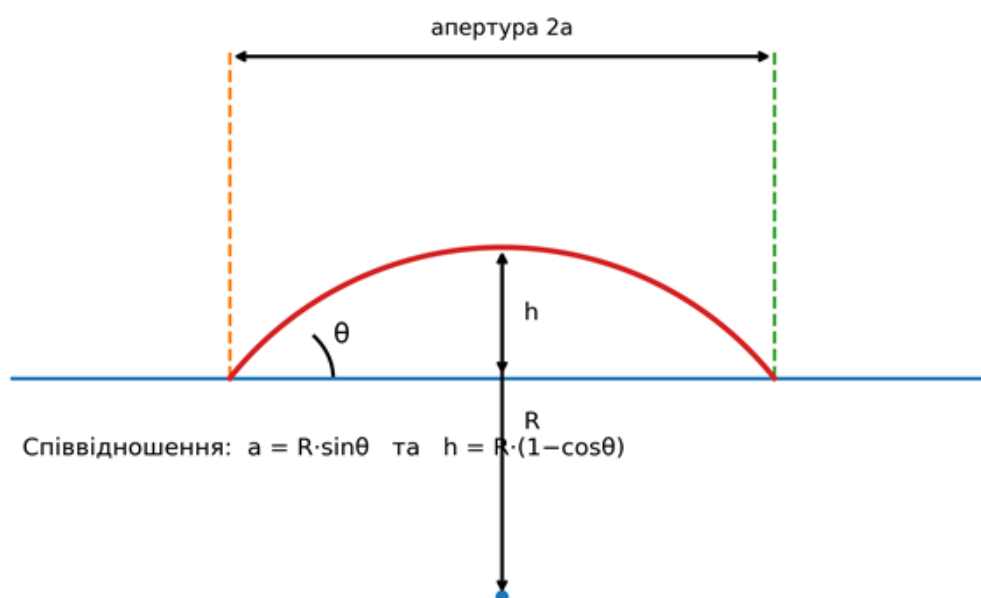


Рисунок 1.4 – Геометрія меніска та контактний кут: параметри a , R , h , θ

Означення параметрів створює зв'язок між змочуваністю та кривизною. Подальше моделювання оптичної сили спирається на $R(\theta)$ і Δn .

Закон керування та робоча область

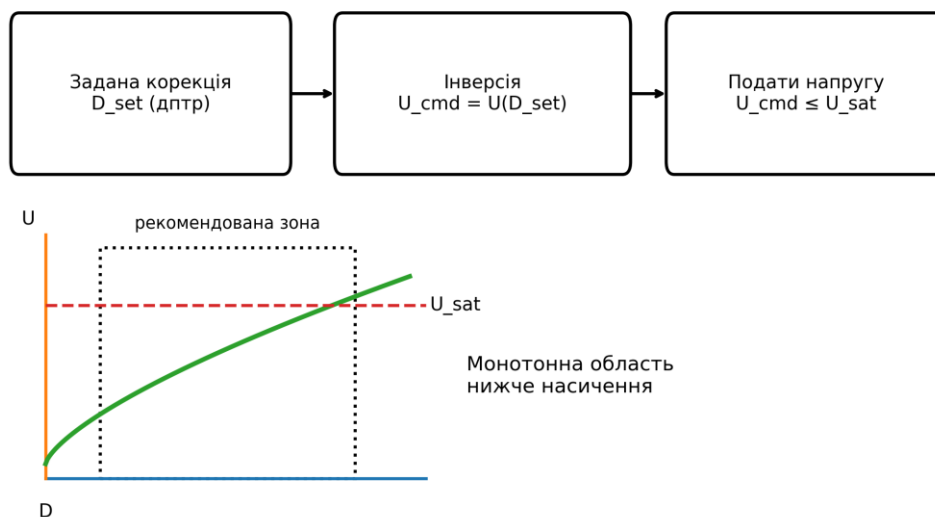
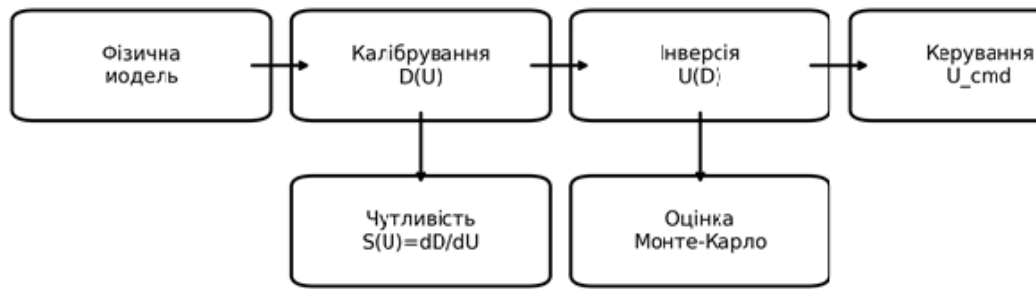


Рисунок 1.5 – Ланцюжок керування $D_{set} \rightarrow U_{cmd}$ та робоча область $U_{cmd} \leq U_{sat}$

Обмеження $U_{cmd} \leq U_{sat}$ фіксує область, де калібрування є однозначним. Інверсія $U(D)$ переводить задачу керування в діоптрійній шкалі у задачу формування напруги.

Структура невизначеності показує внески від нестабільності керування, параметричних відхилень і процедур оцінювання. Режимна роль чутливості $S(U)$ узгоджується з лінеаризованим перерахунком $\delta U \rightarrow \Delta D$.

На рисунку 1.6 представлено алгоритм еквіваленту структурної моделі стенду.



Вимірюється/моніториться: U, I ; Оцінюється: $D_{\text{hat}}, \Delta D$

Рисунок 1.6 – Алгоритм: модель \rightarrow калібрування \rightarrow інверсія \rightarrow оцінювання

Послідовність відображає перехід від фізичного опису до керування та оцінювання. У рамках теоретичної роботи це є еквівалентом структурної моделі стенду.

2 ТЕОРЕТИЧНА МОДЕЛЬ EWOD-РІДИННОЇ ЛІНЗИ

2.1 Рівняння Young–Lippmann та параметр α

У першому наближенні electrowetting-ефект описується рівнянням Young–Lippmann, яке пов'язує контактний кут з напругою через квадратичний закон [5–9, 19]:

$$\cos \theta(U) = \cos \theta_0 + \alpha U^2 . \quad (2.1)$$

Параметр α визначається електрофізичними та капілярними властивостями структури:

$$\alpha = (\varepsilon_0 \varepsilon_r) / (2 \times \gamma d) , \quad (2.2)$$

де ε_0 – електрична стала;

ε_r – відносна діелектрична проникність;

γ – міжфазний натяг;

d – товщина діелектрика.

Залежність від d , ε_r та γ задає інженерний сенс параметра α як коефіцієнта «ефективності» перетворення напруги в змочуваність у межах моделі.

У реальних EWOD-структурах характерним є насичення: контактний кут не зменшується нижче θ_{\min} (рис. 2.1). У моделі це задається обмеженням $\theta(U) \geq \theta_{\min}$. Межа насичення відповідає рівності:

$$\cos \theta_{\min} = \cos \theta_0 + \alpha U_{\text{sat}}^2 . \quad (2.3)$$

Звідси отримується вираз для напруги насичення:

$$U_{\text{sat}} = \sqrt{((\cos \theta_{\min} - \cos \theta_0) / \alpha)} . \quad (2.4)$$

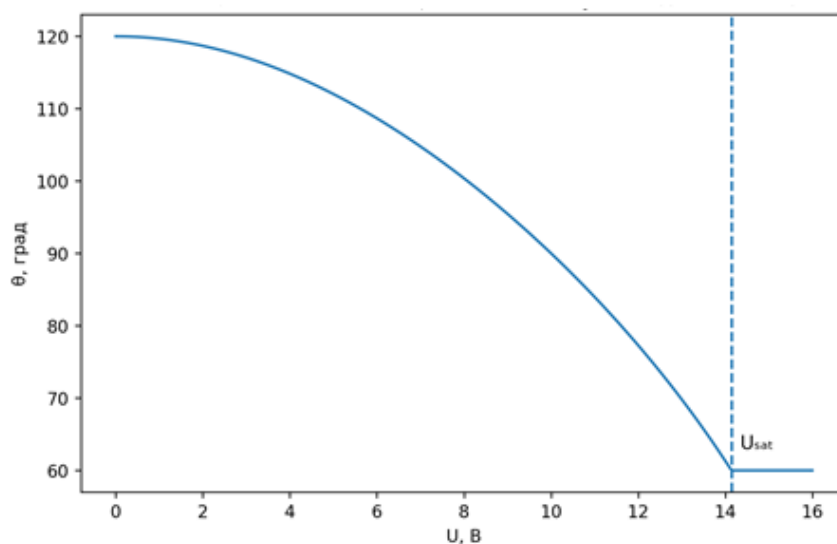


Рисунок 2.1 – Залежність контактного кута $\theta(U)$ з урахуванням насичення

Крива $\theta(U)$ відтворює закономірність electrowetting-ефекту: у робочій області зростання U приводить до зміни $\cos\theta$ пропорційно U^2 , що проявляється як плавне зменшення θ . Поблизу U_{sat} спостерігається перехід до режиму насичення, де θ наближається до θ_{min} і подальше збільшення напруги практично не змінює кут. Така структура характеристики задає природну межу керованості змочування та обмежує ділянку, у якій перетворення « $U \rightarrow \theta$ » зберігає достатню градієнтність. Виділення U_{sat} у цьому вигляді узгоджується з подальшим визначенням робочого діапазону для калібрування $D(U)$ та побудови інверсії $U(D)$, оскільки в області насичення зміна U не супроводжується еквівалентною зміною оптичного стану [19, 20].

Форма кривої відповідає квадратичному закону до U_{sat} та плато після нього. Така поведінка відображає перехід від «керованої» ділянки змочуваності до ділянки, де додаткова напруга не змінює контактний кут суттєво.

2.2 Геометрія меніска та зв'язок $a-R-h-\theta$

Міжфазна поверхня в теоретичному описі наближено подається сферичним сегментом. Нехай a – апертурний радіус, R – радіус кривизни,

h – стріла прогину, θ – контактний кут. З геометрії кола випливають співвідношення [19]:

$$\alpha = R \cdot \sin \theta, \quad h = R \cdot (1 - \cos \theta). \quad (2.5)$$

Звідси отримується $R(\theta) = a / \sin \theta$. Таким чином, θ визначає радіус кривизни, а через нього – оптичну силу. Нелінійність $\sin \theta$ формує режимну нелінійність перетворення навіть при гладкій залежності $\cos \theta(U)$ (рис. 2.2).

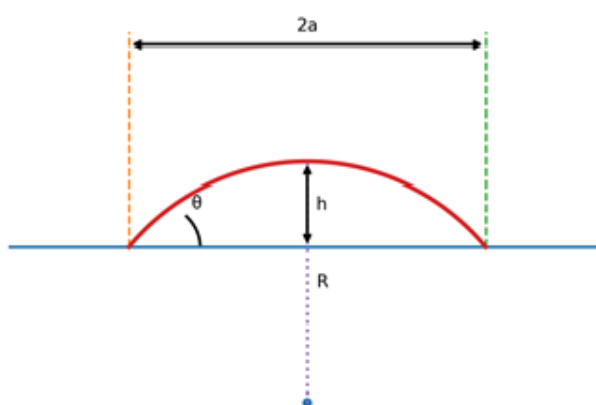


Рисунок 2.2 – Геометрія меніска (сферичний сегмент): параметри a , R , h , θ

Схема фіксує геометричні параметри сферичного сегмента та вводить зв'язок між контактним кутом і кривизною межі рідин. Відношення $a = R \cdot \sin \theta$ задає перехід від θ до радіуса кривизни $R(\theta) = a / \sin \theta$, а вираз $h = R \cdot (1 - \cos \theta)$ визначає стрілу прогину. Нелінійність $\sin \theta$ означає, що однакова зміна θ у різних ділянках може відповідати різній зміні R , тобто перетворення « $\theta \rightarrow R$ » є режимно залежним. У такому поданні геометрична частина моделі стає проміжною ланкою між електрично керованою змочуваністю та оптичною характеристикою у діоптріях.

Схема задає геометричні параметри та співвідношення для переходу від контактного кута до кривизни. Це дозволяє перейти до оптичної моделі $D(\theta)$.

2.3 Оптична сила $D(U)$ та калібрувальна характеристика

Оптична сила в діоптріях визначається як $D = 1/f$. Для тонкої заломлювальної поверхні використовується співвідношення:

$$D = \Delta n / R, \text{ де } \Delta = n_2 - n_1. \quad (2.6)$$

З урахуванням $R(\theta) = a/\sin\theta$ отримується модельний вигляд $D(\theta) = (\Delta n/a) \cdot \sin\theta$ із урахуванням орієнтації кривизни. Комбінуючи $D(\theta)$ з $\theta(U)$, отримують калібрувальну залежність $D(U)$ як основну характеристику перетворювача « $U \rightarrow D$ » (рис. 2.3).

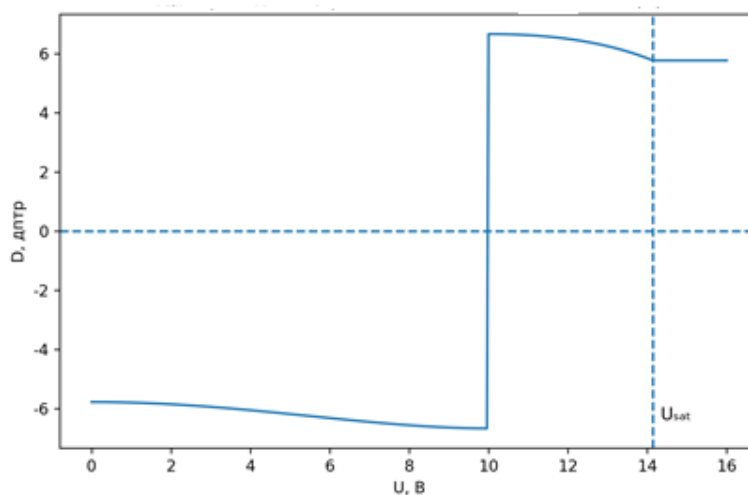


Рисунок 2.3 – Калібрувальна характеристика оптичної сили $D(U)$

Залежність $D(U)$ є калібрувальною характеристикою перетворювача «керування \rightarrow діоптрії» та відображає композицію двох нелінійностей: квадратичного закону $\theta(U)$ та тригонометричного переходу $R(\theta) = a/\sin\theta$. У робочій області $D(U)$ змінюється монотонно, що забезпечує однозначний зв'язок між напругою та оптичною силою. Наближення до U_{sat} супроводжується зменшенням темпу зміни D , що узгоджується з плато $\theta(U)$ у

режимі насичення. Таким чином характеристика задає діапазон відтворюваних значень D для прийнятої апертури та параметрів Δn .

Крива $D(U)$ формує шкалу перетворення керування в діоптрії. Межа U_{sat} відокремлює область корисної перебудови від області насичення (рис. 2.4).

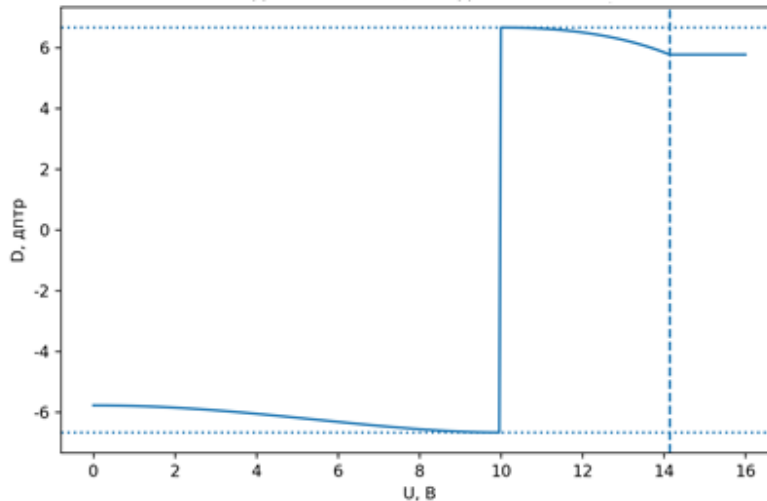


Рисунок 2.4 – Робочий діапазон $[0; U_{\text{sat}}]$ та досяжний інтервал D

Графічне виділення робочого діапазону $[0; U_{\text{sat}}]$ формалізує область, у якій залежність $D(U)$ зберігає однозначність і придатна для інверсії. Досяжний інтервал D у межах цієї області задає діоптрійний ресурс перебудови для заданої апертури та прийнятого Δn . Перехід за U_{sat} переводить систему в режим, де приріст U не супроводжується пропорційною перебудовою оптичної сили через насичення контактного кута. Виділення такого інтервалу узгоджується з подальшим аналізом чутливості та перерахунку похибок керування в діоптрії.

Робоча область задає інтервал напруг, у якому $D(U)$ є однозначною. Інтервал D у цій області відповідає діоптрійній перебудові для заданої апертури (рис. 2.5).

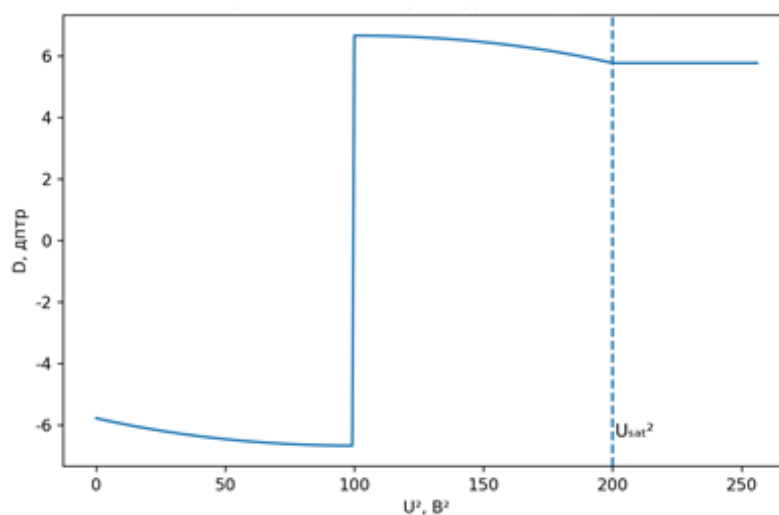


Рисунок 2.5 – Подання D як функції U^2 (для калібрування)

Подання D як функції U^2 відокремлює фізичну квадратичну складову electrowetting-ефекту, закладену в рівнянні Young–Lippmann. У такій змінній калібрування зручно описується регресійними моделями невеликого порядку, а нелінійність, пов’язана з геометрією меніска, проявляється як відхилення від простої лінійності. Це подання спрощує формування таблиць або апроксимацій $D(U^2)$ для реалізації інверсії $U(D)$ у робочій області.

Подання у змінній U^2 узгоджується з Young–Lippmann та зручне для апроксимаційного калібрування в робочому діапазоні.

2.4 Чутливість $S(U) = dD/dU$

Локальна керованість описується чутливістю $S(U) = dD/dU$. У лінеаризованій формі невелика нестабільність напруги δU приводить до зміни оптичної сили [11–15, 19–23]:

$$\Delta D \approx S(U) \cdot \delta U . \quad (2.7)$$

Оскільки $S(U)$ є режимною величиною, однаковий рівень δU дає різний діоптрійний еквівалент у різних робочих точках. Це узгоджується з підходом до вибору робочого діапазону за критерієм прогнозованої масштабності ΔD (рис. 2.6).

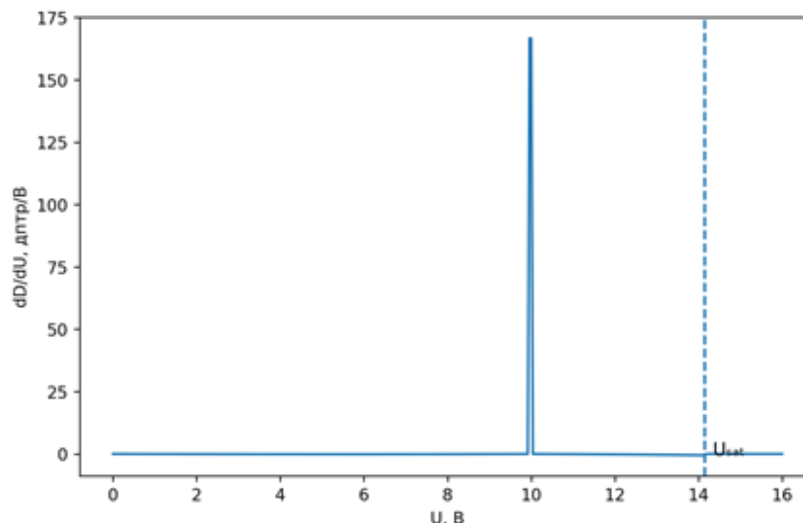


Рисунок 2.6 – Чутливість $S(U) = dD/dU$ у робочому діапазоні

Профіль $S(U) = dD/dU$ відображає режимну залежність локальної керованості в діоптрійній шкалі. Ділянки з більшою $|S(U)|$ відповідають більшому перерахунку нестабільності напруги δU у зміну ΔD за співвідношенням $\Delta D \approx S(U) \cdot \delta U$. Зменшення $|S(U)|$ поблизу насичення узгоджується зі зменшенням темпу зміни $D(U)$ та переходом $\theta(U)$ до плато. У межах інформаційно-виміральної постановки $S(U)$ виступає коефіцієнтом масштабування похибок керування та дозволяє порівнювати робочі точки за діоптрійною стабільністю [16–19].

2.5 Інверсія $U(D)$ у монотонній області

Керування за заданими діоптріями виконується через інверсію $U(D)$. У монотонній області $[0; U_{\text{sat}}]$ залежність $D(U)$ однозначна, тому $U(D)$ визначається інтерполяційно або через апроксимаційну модель калібрування.

Узгодженість інверсії з первинною характеристикою визначає залишкову складову похибки при практичній реалізації керування (рис. 2.7).

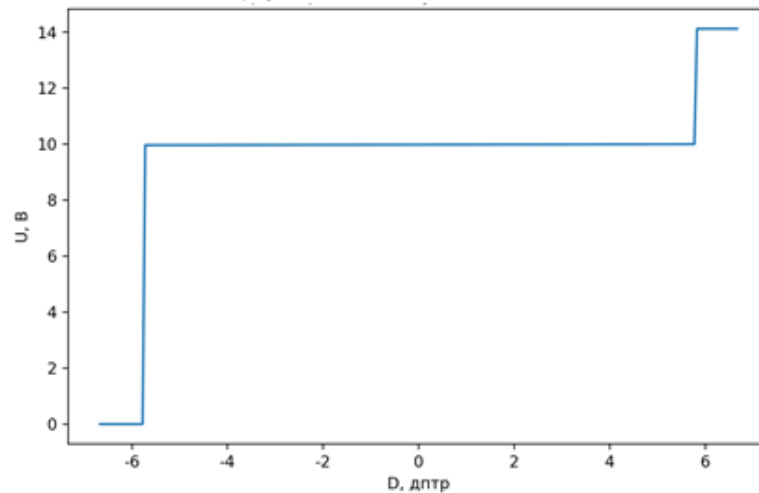


Рисунок 2.7 – Обернене перетворення $U(D)$ у монотонній робочій області

Крива $U(D)$ реалізує обернене перетворення для керування за заданими діоптріями в межах монотонної області. Нелінійна форма $U(D)$ відображає те, що рівномірні кроки в діоптріях загалом відповідають нерівномірним крокам напруги. Обмеження $U \leq U_{\text{sat}}$ задає область коректності інверсії й узгоджується з насиченням контактного кута, за якого подальше зростання U не приводить до еквівалентної перебудови D .

2.6 Динамічна модель встановлення

Динаміку перебудови оптичної сили описано моделлю першого порядку:

$$\tau \cdot dD(t)/dt + D(t) = D(U(t)). \quad (2.8)$$

У такій моделі реакція на стрибок керування є експоненційною, а τ визначає характерний час наближення до нового квазістатичного значення.

Такий опис сумісний з узагальненим трактуванням інерційності меніска в теоретичній роботі (рис. 2.8).

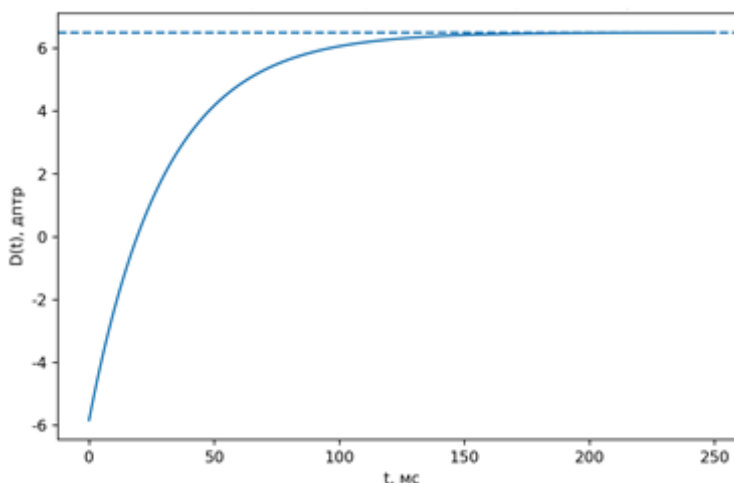


Рисунок 2.8 – Модель перехідного процесу після стрибка напруги

Експоненційний характер перехідної характеристики $D(t)$ відповідає моделі першого порядку $\tau \cdot dD(t)/dt + D(t) = D(U(t))$. Параметр τ задає характерний масштаб часу, за який оптична сила наближається до нового квазістатичного рівня після зміни керування. У такій моделі швидкодія описується через час встановлення (наприклад, $3\tau - 5\tau$ для практичного наближення до стаціонарного стану), а відсутність коливальної складової відповідає релаксаційному типу динаміки. Запис у цьому вигляді є зручним для подальшого введення режимних обмежень за швидкістю та узгодження керування з часовими вимогами системи.

2.7 Віртуальний інформаційно-вимірювальний стенд

Віртуальний інформаційно-вимірювальний стенд задає формалізований ланцюжок перетворень « $D_{set} \rightarrow U_{cmd} \rightarrow D \rightarrow D \rightarrow D^{\wedge}$ », у якому кожна ланка відповідає окремому фізичному або інформаційному механізму. Блок інверсії $U(D)$ перетворює задану оптичну силу в командну напругу U_{cmd} у межах робочої області, що визначається однозначністю калібрування та обмеженням насичення контактного кута. Далі модель EWOD-лінзи реалізує перехід

$D(U)U \rightarrow \theta(U) \rightarrow R(\theta) \rightarrow D(U)$, тобто встановлює оптичний стан через зміну змочуваності та кривизни межі рідин.

На рисунку 2.9 подано структурну схему стенду з виокремленням каналів невизначеності: нестабільності керування δU , параметричного розкиду δp_i та похибок оцінювання оптичної сили. Додатково передбачено моніторинг струму I як супровідної режимної змінної разом із напругою U .

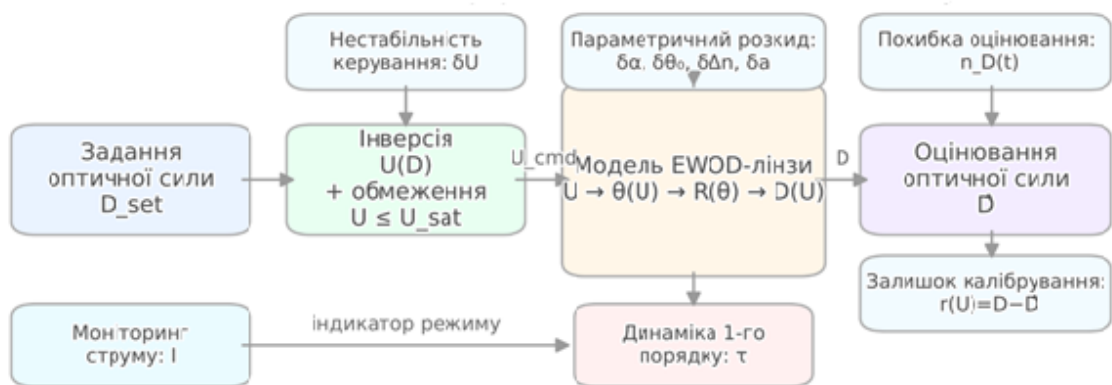


Рисунок 2.9 – Структурна схема віртуального інформаційно-вимірального стенду EWOD-лінзи

Схема відтворює послідовність перетворень від заданих діоптрій D_{set} до оцінки D через інверсію $U(D)$ та модель EWOD-лінзи, в якій оптична сила формується зміною контактного кута і кривизни межі рідин. Введення динамічної ланки першого порядку з параметром τ узгоджує статичне калібрування $D(U)$ із часовою еволюцією $D(t)$ після зміни керування. Похибкові складові рознесено за блоками, що забезпечує простежуваність між нестабільністю джерела напруги, варіативністю параметрів та процедурою оцінювання оптичної сили. Моніторинг струму I інтерпретується як режимний індикатор стану електричної частини комірки, який може корелювати з дрейфом ефективності перетворення.

3 ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОЦІНЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

3.1 Параметри модельного прикладу

Для ілюстрації прийнято: апертура 6 мм ($a = 3,0$ мм); $\Delta n = 0,020$; $\theta_0 = 120^\circ$; $\theta_{\min} = 60^\circ$; $\alpha = 0,005 \text{ 1/V}^2$. Для цих параметрів $U_{\text{sat}} \approx 14,1$ В, а перебудова оптичної сили в робочій області становить близько $\pm 6,7$ дптр. Параметр динаміки τ прийнято 30 мс [11–19].

У межах робочого діапазону побудовано таблицю $D(U)$ та інверсію $U(D)$. Додатково сформовано похідну dD/dU для аналізу чутливості та побудови лінеаризованих оцінок впливу нестабільності напруги на діоптрійний еквівалент зміни оптичної сили.

3.2 Поширення нестабільності напруги у ΔD

Лінеаризоване співвідношення $\Delta D \approx S(U) \cdot \delta U$ використано для порівняння кількох робочих напруг. Для кожної робочої точки оцінено $S(U)$, після чого побудовано залежність $|\Delta D|$ від δU . Така форма зручно відображає режимну масштабність: однакова нестабільність керування має різний діоптрійний еквівалент залежно від положення робочої точки по U .

У системному описі ця залежність може використовуватися як критерій вибору робочої області та вимог до стабільності джерела напруги для підтримання заданої відтворюваності D (рис. 3.1).

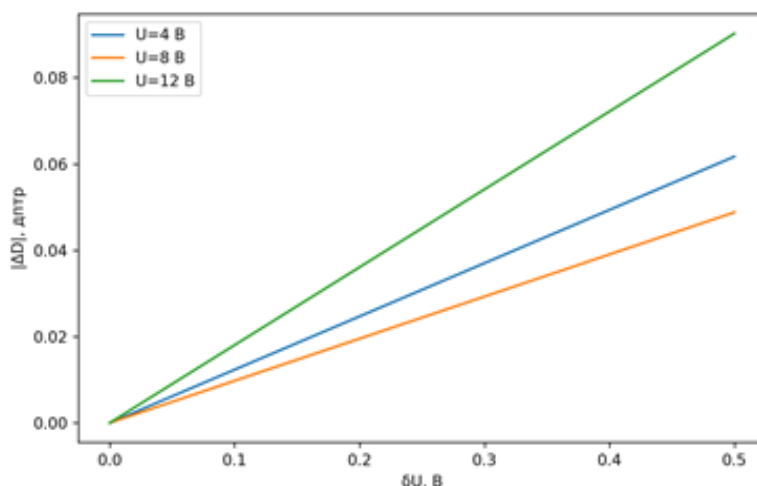


Рисунок 3.1 – Поширення нестабільності напруги у діоптрії для кількох робочих напруг

Залежність $|\Delta D|(\delta U)$ безпосередньо відтворює лінеаризований перерахунок похибки керування через $S(U)$: для кожної робочої точки нахил кривої визначається модулем чутливості $|S(U)|$. Розходження кривих для різних U демонструє, що однаковий рівень нестабільності напруги може відповідати різним еквівалентам у діоптріях залежно від режиму. Такий вигляд дозволяє порівнювати робочі точки за діоптрійною стабільністю без зміни апертури або інших параметрів моделі.

3.3 Невизначеність від розкиду параметрів (Монте-Карло)

Для параметрів $p_i \in \{\alpha, \theta_0, \Delta n, a\}$ вводяться випадкові відхилення δp_i , що відображають технологічну та фізичну варіативність. Багаторазове обчислення $D(U_0)$ при фіксованій нарузі формує емпіричний розподіл. Такий розподіл є статистичним описом параметричної складової невизначеності оптичної сили при заданому режимі керування.

Монте-Карло підхід дозволяє враховувати нелінійність моделі без обмеження на малий розкид параметрів, тому є природним для

EWOD-залежностей, де композиція функцій містить квадратичний та тригонометричний елементи (рис. 3.2).

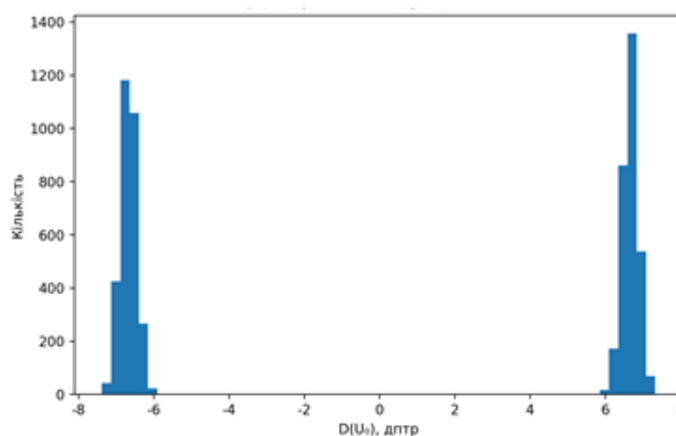


Рисунок 3.2 – Розподіл $D(U_0)$ (метод Монте-Карло)

Гістограма розподілу $D(U_0)$ відображає параметричну складову невизначеності, зумовлену розкидом α , θ_0 , Δn та a . Ширина розподілу відповідає масштабу варіації оптичної сили при фіксованому керуванні, а асиметрія або зміщення середнього може виникати через нелінійність композиції $\theta(U)$ та $R(\theta)$. У такому поданні статистична інтерпретація невизначеності природно задається через стандартне відхилення та довірчі інтервали, що узгоджується з практикою оцінювання в інформаційно-вимірювальних задачах [19–23].

3.4 Апроксимація калібрувальної залежності та залишки

Калібрувальна залежність у робочій області може подаватися апроксимаційною моделлю $\hat{D}(U)$ у змінній U^2 . Це спрощує зберігання калібрування та реалізацію інверсії. Похибка апроксимації описується залишками $r(U) = D(U) - \hat{D}(U)$. У вимірювальній інтерпретації залишки відповідають модельній складовій невизначеності, яка супроводжує

використання спрощеної регресійної залежності замість первинної калібрувальної характеристики.

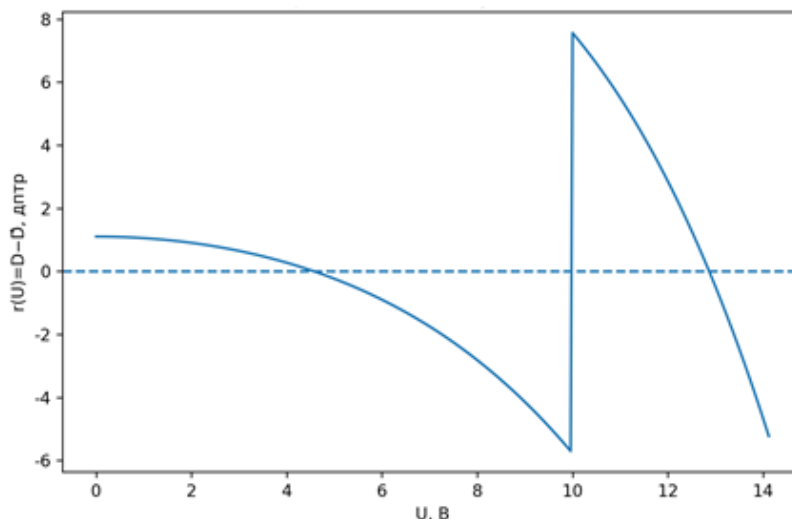


Рисунок 3.3 – Залишки апроксимації калібрувальної залежності $r(U) = D - \hat{D}$

Залишки $r(U) = D(U) - \hat{D}(U)$ характеризують відхилення апроксимаційної моделі від первинної калібрувальної залежності в робочій області. Нерівномірний розподіл $r(U)$ по напрузі означає режимну неоднаковість точності апроксимації, що впливає на точність інверсії $U(D)$, побудованої за $\hat{D}(U)$. Таким чином залишки формалізують модельну складову невизначеності, яка додається до внесків від нестабільності напруги та параметричного розкиду.

3.5 Узагальнена структура невизначеності

Узагальнена невизначеність оптичної сили в каналі « $U \rightarrow D$ » подається як комбінація внесків від керування, параметрів моделі та процедур калібрування/оцінювання. У лінеаризованій постановці для фіксованої робочої точки U зручно записати диференціальну форму поширення відхилень:

$$\Delta D \approx S(U) \cdot \delta U + \sum (\partial D / \partial p_i) \cdot \delta p_i + r(U) + \delta D_{est}, \quad (3.1)$$

де $S(U) = dD/dU$ задає перерахунок нестабільності напруги в діоптрії;

$p_i \in \{\alpha, \theta_0, \Delta n, \alpha\}$ – параметри моделі;

$r(U) = D - \hat{D}$ – залишок апроксимації калібрувальної залежності;

δD_{est} – складова похибка оцінювання.

За припущення статистичної незалежності внесків узагальнену стандартну невизначеність можна подати у вигляді:

$$u_D^2(U) \approx [S(U) \cdot u_U]^2 + \sum [(\partial D / \partial p_i) \cdot u_{p_i}]^2 + u_{fit}^2(U) + u_{est}^2. \quad (3.2)$$

Така формула узгоджує структурний опис віртуального каналу з кількісною інтерпретацією невизначеності й дозволяє віднести кожен доданок до відповідного блоку: керування, модель EWOD-лінзи, апроксимація калібрування та модель оцінювання. Режимне наближення до насичення контактного кута змінює масштаб $S(U)$ і, відповідно, змінює внесок нестабільності напруги у діоптрійний еквівалент, що враховується під час вибору робочих точок та формування вимог до u_U .

ВИСНОВКИ

1. У роботі розглянуто адаптивну рідинну лінзу, у якій оптична сила змінюється за рахунок electrowetting-ефекту, тобто під дією прикладеної напруги.

2. Побудовано теоретичну залежність між напругою U і контактним кутом θ на межі рідин (за моделлю Young–Lippmann) та показано, що при великих напругах настає режим, коли кут майже перестає змінюватися (ефект насичення).

3. Через геометрію меніска встановлено, як зміна контактного кута змінює кривизну поверхні, а отже і фокусування лінзи; отримано залежність оптичної сили D від напруги $D(U)$.

4. Побудовано графіки $\theta(U)$ і $D(U)$, які можна використовувати як калібрувальні характеристики: вони показують, якій напрузі відповідає певна оптична сила лінзи.

5. Визначено робочу область керування, у якій зміна напруги дає передбачувану зміну оптичної сили; також показано, що поблизу насичення ефективність керування зменшується.

6. Запропоновано просту модель швидкодії (першого порядку), яка описує, як швидко змінюється оптична сила після зміни напруги, і дає можливість оцінити характерний час встановлення.

7. Складено віртуальну схему «керування \rightarrow лінза \rightarrow оцінка оптичної сили» і показано основні причини, які погіршують точність у діоптріях: нестабільність напруги, розкид параметрів моделі та похибка апроксимації/оцінювання.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. GossandR D. A., West W. Introduction to the Optics of the Eye. Butterworth-Heinemann Ltd, 2001. 234 p.
2. Keating M.P., Geometric, Physicaland Visual Optics. Butterworth-Hienemann, 2002. 598 p.
3. Tasmanand W., Jaeger A. Duane’s Ophtalmology. Lippincott Williams & Wilkins, 2013.
4. Callinaand T., Reynolds T. P. Traditional methods for the treatment of presbyopia: spectacles, contactlenses, bifocal contactlenses // Ophthalmol. Clin. NorthAm. 2006. P. 19–33.
5. Око – зоровий орган людини. URL: <https://uk.m.wikipedia.org/wiki/Око> (дата звернення 30.10.2025).
6. Перевірка зору. URL: <https://www.lensmaster.ru/articles/ostrota-zreniya-norma-diagnostika-narusheniya.html> (дата звернення 11.11.2025).
7. Міопія. URL: <https://excimerclinic.ru/myopia/> (дата звернення 09.11.2025).
8. Гіперметропія. URL: <https://excimerclinic.ru/long-sight/> (дата звернення 27.10.2025).
9. Астигматизм. URL: <https://excimerclinic.ru/astigmatism/> (дата звернення 09.11.2025).
10. Торичні контактні лінзи. URL:<https://patents.google.com/patent/RU2559176C2/> (дата звернення 14.11.2025).
11. Біфокальні контактні лінзи. URL: <https://coopervision.com.ru/about-contacts/bifocal-contact-lenses> (дата звернення 14.11.2025).
12. Мультифокальні контактні лінзи. URL:<https://glazok.net.ua/blog/multifokalnye-kontaktnye-linzy-dlja-presbiopov/> (дата звернення 12.11.2025).
13. Лінзи парагон. URL: <https://opticaluxor.ua/ru/news/nochnye-linzy-paragon-crt-novuuy-metod-korrekcii-blizorukosti> (дата звернення 15.11.2025).

14. Beger H. M. A new approach to the analysis of large deflections of plates // J. Appl. Mech. 1955. № 22. P. 465–472.

15. Лінзи з електрозмочуванням. URL: <https://edrid.ru/en/rid/218.016.17f4.html> (дата звернення 15.11.2025).

16. J. Mazumdar and R. Jones. A simplified approach to the analysis of large deflections of plates. // J. Appl. Mech. 1974. № 41. P. 523–524.

17. Polson N. A., Hayes M. A. Microfluidics controlling fluids in small places // Anal. Chem. 2001. № 73. P. 312–319.

18. Hetch E. Optics. New York: Addison Wesley 2nd ed. 2002. 703 p.

19. RenandS H., Wu T. Variable-focus liquid lens // Opt. Express 2007. 15. P. 5931–5936.

20. Мачехін, Ю. П., О. С. Гнатенко. "Лазерні, оптико-електронні прилади та системи. Ч. 2. Параметри лазерного випромінювання." (2021).

21. Hnatenko, O. S. "Modeling the interaction of laser radiation with complex biological optical systems." Інформатика, математика, автоматика: матеріали науково-технічної конференції ІМА (2018): 5-9.

22. Hnatenko, O. S., V. P. Obozna. "The creation of an optical laboratory using modern optical applications." Інформатика, математика, автоматика: матеріали науково-технічної конференції ІМА (2018): 5-9.

23. Hnatenko O. S. Modeling the interaction of laser radiation with complex biological optical systems / O. S. Hnatenko, O. O. Kalna // Інформатика, математика, автоматика: матеріали науково-технічної конференції ІМА:2018, 5-9 лютого 2018 р. - Суми, 2018 - 201 с.