

# СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РАССЕЯННЫХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ ДВИЖУЩЕЙСЯ СРЕДЕ

ПАНЧЕНКО А.Ю.

Для описания поля, рассеянного слабыми неоднородностями, предлагается модель элементарного источника, а также сравнительные расчеты полей, рассеянных сферическими неоднородностями. Рассматриваются особенности полей акустических волн, рассеянных термическими и динамическими неоднородностями. Основные результаты можно перенести на рассеяние электромагнитных волн.

## Введение

Неразрушающий контроль и дистанционная неконтактная диагностика объектов и сред как искусственного, так и естественного происхождения длительное время является приоритетным направлением развития во многих областях науки и техники. Контроль технологических процессов, мониторинг окружающей среды и многие другие направления нуждаются в развитии техники неконтактных, дистанционных измерений [1]. Для проведения таких измерений обычно используются электромагнитные и акустические волны. Прогресс в этой области основывается на совершенствовании измерительной техники и непрерывном уточнении решения задач определения рассеянных полей. В задачах зондирования объектов естественного происхождения исследователи вынуждены использовать приближенные решения, которые допускают иногда значительные погрешности. Поэтому вопрос построения адекватной модели и априорного выбора допустимых приближений является для этих задач наиболее актуальным.

В ряде задач зондирования естественных сред используется приближение однократного рассеяния [2,3]. В случае слабых неоднородностей, например, при зондировании атмосферы электромагнитными волнами, погрешностями этого приближения можно пренебречь. Приближение однократного рассеяния позволяет представить вторичное поле в виде интеграла по объему, заполненному рассеивающими неоднородностями. Для неоднородностей неправильной формы источники вторичного поля представляют как точечные и используют функцию Грина для свободного пространства, что позволяет получить точное решение в случае зондирования на больших расстояниях. Такой подход уже длительное время является, по сути, безальтернативным при решении задач зондирования окружающей среды.

Однако в задачах зондирования на малых расстояниях, например при зондировании пограничного слоя атмосферы этого будет недостаточно [1].

Необходимость улучшить приближение возникает и в задачах отражения от искусственных неоднородностей, как, например, в случае радиоакустического зондирования атмосферы [4]. Для улучшения точности можно совершенствовать все составляющие методики, но данная работа посвящается только одной из них — более строгому описанию элементарных источников и, для случая зондирования акустическими волнами, их особенностям в подвижной среде.

Задача рассеяния волн в неоднородных средах относится к дифракционным задачам в общей постановке. Цель работы — представить более точное описание, которое возможно в настоящее время с учетом последовательности аналитического представления и численных методов, реализуемых на современных ЭВМ. Так как математические описания электромагнитных и акустических полей имеют много общих элементов, то в работе рассматривается более простой случай продольных скалярных волн, что соответствует решению задачи зондирования акустическими волнами, а также анализируются некоторые особенности рассеяния от подвижных отражателей, характерные только для акустических волн.

## 1. Модель элементарного излучателя

Представление наиболее широко используемых элементарных источников основано на решениях волновых задач в сферической или цилиндрической системе координат. Применение этих систем обосновано тем, что волны, расходящиеся от малого источника произвольной формы, быстро становятся сферически симметричными. В пространстве трех измерений физическая модель выбранного источника представляет малое прямоугольное отверстие в поглощающем экране. Поле вокруг него будем представлять пространственным спектром плоских волн, каждая составляющая которого характеризуется волновыми числами  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $k_z$  и, соответственно,  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2$ , где  $k$  — волновое число в свободном пространстве. Комплексная амплитуда каждой парциальной составляющей является функцией двух независимых переменных, в данном случае это  $k_x$  и  $k_y$ . Тогда, считая, что диапазоны изменения  $k_x$  и  $k_y$  составляют  $\pm\infty$ , для получения в полупространстве  $z > 0$  расходящихся волн конечной амплитуды имеем:

$$u(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_k(k_x, k_y) \times \exp\left(-ik_x x - ik_y y - \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2} \cdot z\right) dk_x dk_y. \quad (1)$$

Переходя к относительным координатам, волновые числа  $k_x$  и  $k_y$  заменяются отношениями  $\xi = k_x/k$  и  $\zeta = k_y/k$ . В некоторых случаях удобно использовать полярную систему координат с комплексным углом  $\theta$ , тогда  $\xi = \cos \alpha = \sin \theta \cos \varphi$  и  $\zeta = \cos \beta = \sin \theta \sin \varphi$ , или представить  $\xi$ ,  $\zeta$  в виде  $\xi = \eta \cos \varphi$  и  $\zeta = \eta \sin \varphi$ .

Распределение поля в плоскости источника  $z=0$  (1) представляет собой двойной интеграл Фурье. Обратное преобразование дает выражение для пространственного спектра  $u_k(k_x, k_y)$ . Для прямоугольного источника с единичной амплитудой возбуждения и размерами  $L_x$  и  $L_y$ , после нормировки к  $\lambda_0$ ,  $u_k$  имеет вид:

$$u_k(\xi, \zeta) = \frac{\lambda_0^2}{(2\pi)^2} \cdot \frac{\sin(\pi L_x \xi)}{\pi \xi} \cdot \frac{\sin(\pi L_y \zeta)}{\pi \zeta}. \quad (2)$$

Рассмотрим малый раскрыв ( $L_x, L_y \ll 1$ ), как аддитивный элемент произвольного излучателя. Обозначая угловые координаты точки наблюдения индексом  $m$ , имеем:

$$u(r, \theta_m, \varphi_m) = 2\pi L_x L_y \int_0^\infty J_0(2\pi r \sin \theta_m \eta) \times \\ \times \exp\left(-2\pi r \cos \theta_m \sqrt{\eta^2 - 1}\right) \eta d\eta. \quad (3)$$

В случае  $r > 1$  экспоненциальный множитель при  $\eta^2 > 1$  быстро стремится к нулю. Поэтому при интегрировании по  $\xi, \zeta$  можно ограничиться областью от  $-1$  до  $+1$  для каждой из них. Тогда, заменив  $\xi, \zeta$  на  $\theta$  и  $\varphi$ , имеем:

$$u(r, \theta_m, \varphi_m) = 2\pi L_x L_y \int_0^{\frac{\pi}{2}} J_0(2\pi r \sin \theta \sin \theta_m) \times \\ \times \exp(-i2\pi r \cos \theta \cos \theta_m) \sin \theta \cos \theta d\theta. \quad (4)$$

В обоих выражениях для  $u(r, \theta_m, \varphi_m)$  зависимость поля от азимутального угла отсутствует. Ее необходимо учитывать только при  $r \cong L_x, L_y$  и для расчетов использовать общее выражение (1).

Асимптоты (3) и (4) при  $r \rightarrow \infty$  одинаковы и имеют вид:

$$u(r, \theta) \approx \frac{2\pi L_x L_y \cos \theta}{r} [\sin(2\pi r) + i \cos(2\pi r)]. \quad (5)$$

Действительная часть  $u(r, 0)$  при  $r=0$  равна единице и на малых расстояниях имеет линейный спад.

Распределение поля плоского излучателя больших размеров, составленного из элементарных прямоугольных источников с использованием представления (1) и после замены порядка интегрирования, имеет вид:

$$u(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} u_i(x_L, y_L) \times \right. \\ \left. \times \exp(ik_x x_L + ik_y y_L) dx_L dy_L \right] \times \\ \times \exp\left(-ik_x x - ik_y y - \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2} \cdot z\right) dk_x dk_y, \quad (6)$$

где  $u_i(x_L, y_L)$  – распределение поля на источнике.

Внутренний интеграл представляет собой преобразование Фурье от распределения по площади источника, а внешний – суммирование полей плоских пространственных гармоник в точке наблюдения. Это выражение идентично (1) при вычислении  $u_k$  по формуле (2), что подтверждает аддитивные возможности выбранной модели элементарного источника. Уравнение (6) также показывает, что данная модель элементарного источника для получения точного конечного выражения требует определить только комплексную амплитуду и направление ориентации площадки.

Диаграмма направленности в дальней зоне определяется преобразованием Фурье от распределения поля на излучателе, а зависимость от расстояния, как и у элементарного источника, асимптотически стремится к  $1/r$ , что соответствует традиционным представлениям.

Рассмотрим сферический излучатель, который составлен из источников (3) (рис.1).

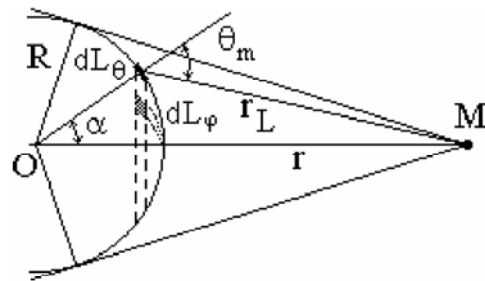


Рис. 1. Схема интегрирования поля сферического излучателя

После несложных преобразований получим:

$$u(R, r) = 4\pi^2 R^2 \int_0^{\alpha_m} \left[ \int_0^\infty J_0(2\pi r \eta \sin \alpha) \times \right. \\ \left. \times \exp\left(-2\pi(r \cos \alpha - R)\sqrt{\eta^2 - 1}\right) \eta d\eta \right] \sin \alpha d\alpha, \quad (7)$$

где  $\alpha_m = \arccos(R/r)$ .

Сравнение результатов расчета по этим выражениям и поля сферической волны в свободном пространстве  $u_{sp}(R, r) = R \cdot \exp(-i2\pi(r - R))/r$  представлено на рис. 2.

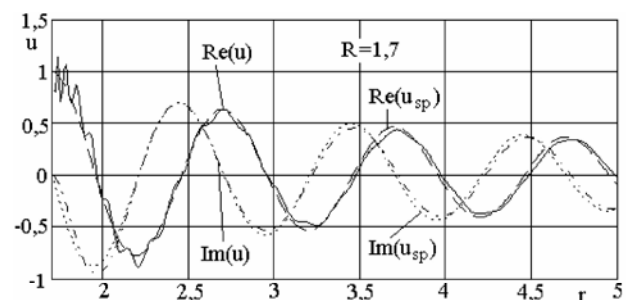


Рис. 2. Поле сферического излучателя

При увеличении  $R$  совпадение улучшается, что соответствует результатам, полученным для двумерного случая. Осцилляции в левой части графиков для действительной части  $u(R, r)$  обусловлены погрешностью расчетов.

## 2. Отражение слабыми неоднородностями

Так как искомая интегральная формула не является результатом математических преобразований, то ее запись должна быть обоснована физическими соображениями и тогда решение поставленной задачи заключается в получении универсальной интегральной формулы или в разработке методики их получения для конкретных случаев. Для этого произвольное распределение свойств среды и их влияние на рассеянное поле нужно разделить на элементарные составляющие. Разбиение объема на малые области, в которых направление градиента свойств можно считать одинаковым, позволит обосновать применение интеграла к полям, рассеянным каждым элементом объема. Для элементарного источника вторичного поля любую падающую волну можно считать плоской. С учетом малости площадки это приближение охватывает все практически важные случаи. Поскольку граничные условия не зависят от размеров площадки, то компоненты отраженного и прошедшего поля в непосредственной близости от разделяющей поверхности имеют тот же вид, что и в случае бесконечной границы.

Коэффициент отражения от элементарного участка плавного перехода в неоднородной неподвижной среде при произвольном угле падения можно получить на основании методики, представленной в [5]. Опуская несложные выкладки, сделанные при обычных предположениях, для амплитуды поля элемента  $dV$  отражающего объема в первом приближении имеем:

$$du_{ip}(\vec{r}_i) = \frac{u_0}{4\rho} |\text{grad}\rho| (1 - \text{tg}^2\psi) dV, \quad (8)$$

где  $\psi$  — угол между  $\text{grad}\rho$  и  $\vec{k}$  — вектором медленности падающего поля;  $u_0$  — комплексная амплитуда падающего поля.

Здесь сомножитель в круглых скобках является приближенным выражением зависимости коэффициента отражения от угла падения, а остальные сомножители определяют общую амплитуду отраженного сигнала. Величина  $\text{tg}\psi$  определяется через компоненты векторов  $\text{grad}\rho$  и  $\vec{k}$ , которые задаются в условиях задачи. Такая форма записи предполагает, что коэффициент отражения стремится к бесконечности при  $\psi \rightarrow \pi/2$ . Но по физическим соображениям здесь необходимо поставить ограничение по диапазону углов  $\psi$  или изменить функциональную зависимость. Во-первых, малость площадки исключает условие синфазного суммирования отраженных волн, при котором были получены коэффициенты отражения для бесконечной границы. Во-вторых, в среде с плавным изменением параметров возникает искривление траек-

тории лучей, которое наиболее сильно проявляется при  $\psi \rightarrow \pi/2$ , поэтому для таких углов доминировать будут другие факторы. Возможность учета этих факторов исключается уже в использовании приближения однократного рассеяния, так как оно не предполагает воздействие неоднородности на падающее поле и для анализа их вклада необходим более строгий подход. Таким образом, можно сделать вывод, что дифракция волн на участках, для которых  $\psi \rightarrow \pi/2$ , является наиболее сложным элементом данной модели. Но нужно отметить, что традиционная модель с точечными источниками имеет те же недостатки.

Используя (3) и переходя к относительным размерам, в точке наблюдения  $\vec{r}_m$  для поля, рассеянного всей неоднородностью, имеем:

$$u_\rho(\vec{r}_m) = \frac{1}{2\pi} \int_V \frac{u_0}{4\rho} |\text{grad}\rho| (1 - \text{tg}^2\psi) \times \left[ \int_0^\infty J_0(2\pi r_n \eta \sin\phi) \exp\left(-2\pi r_n \cos\phi \sqrt{\eta^2 - 1}\right) \eta d\eta \right] dV, \quad (9)$$

где  $\phi$  — угол между  $\text{grad}\rho$  и направлением на точку приема;  $r_n$  — расстояние между точкой интегрирования и точкой приема.

Запись переменных  $\psi$ ,  $\phi$  и  $r_n$  через компоненты векторов в общем виде весьма громоздкая. Поэтому полностью расписывать это выражение есть смысл только при решении конкретной задачи для заданных граничных условий. Внутренний интеграл при больших  $r_n$  можно упростить, используя функции Бесселя, как в (4). Формально его можно интерпретировать как функцию Грина данного источника в свободном пространстве.

Подобное представление позволит оценить вторичное поле даже внутри неоднородности, если в ней отсутствуют области с существенно различным уровнем флуктуаций параметров среды, и отражением ближайших точек можно пренебречь.

В качестве задачи, имеющей точное решение для проверки (9), выберем классическую задачу дифракции плоской волны  $\vec{v}_0(r \cos\theta)$  на сферической неоднородности радиуса  $R$  (рис.3). При этом будем считать, что в этой области изменяется плотность газа, относительное приращение которой обозначим как  $\rho$ .

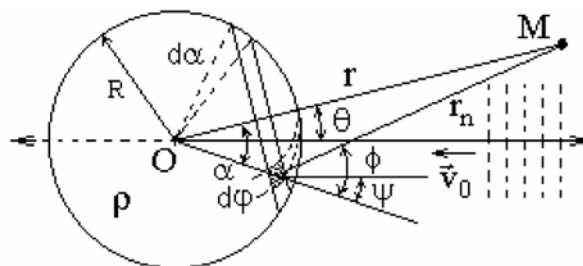


Рис. 3. Отражение от сферической неоднородности

Для рассеянного поля  $\Omega_0(r, \theta)$  точное решение представляется в виде бесконечного ряда [6]:

$$\Omega_0(r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \beta_m \zeta_m(k_0 r) P_m(\cos \theta), \quad (10)$$

где  $\zeta_m(k_0 r) = \sqrt{\frac{\pi}{2k_0 r}} H_{m+\frac{1}{2}}^{(2)}(k_0 r)$ ;  $H_{m+\frac{1}{2}}^{(2)}$  – функции Ханкеля второго рода;  $P_m(\cos \theta)$  – полином Лежандра  $m$ -го порядка;  $\beta_m$  – постоянные коэффициенты.

Однако чтобы выполнить граничные условия для нормальных компонент поля на участках сферы, которые расположены на диаметре, коллинеарном направлению распространения падающего поля, необходимо дополнить это решение сопряженным, для которого  $P_m(\cos(\pi - \theta))$ . При малом изменении свойств среды внутри сферы можно считать, что оба решения будут иметь одинаковую амплитуду, тогда полное отраженное поле будет равно:

$$\Omega = 0,5 \sum_{m=0}^{\infty} \beta_m \zeta_m(k_0 r) [P_m(\cos \theta) + P_m(\cos(\pi - \theta))]. \quad (11)$$

Коэффициенты  $\beta_m$  в этом случае определяются по той же методике, что и для (10).

Для вычисления отраженного поля по формуле (9) использовалась сферическая система координат, ось которой ориентирована на точку приема М (см. рис. 3). С учетом изложенного при обсуждении формулы (8) наиболее сложно будет определить вид коэффициента отражения  $\mu(\rho, \psi)$ . Самая простая форма записи, учитывающая величину отражения при малых  $\psi$ , изменение фазы при отражении от обратной стороны сферы и уменьшение модуля коэффициента отражения при  $\psi \rightarrow \pi/2$ , будет иметь вид:

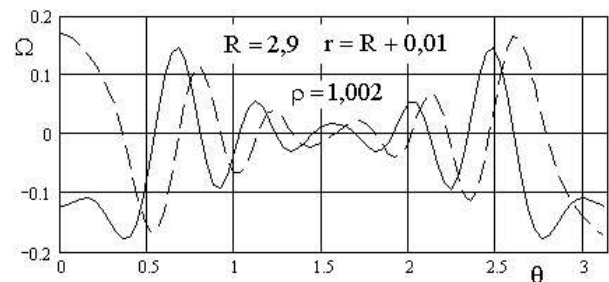
$$\mu(\rho, \psi) = \frac{\rho - 1}{4} (\cos \psi)^m. \quad (12)$$

Выбирая показатель степени  $m$ , можно в первом приближении изменять вклад участков, для которых  $\psi \rightarrow \pi/2$ . В частности, в предварительных расчетах оценка проводилась для  $m=1, 3, 5, 7$  и  $9$ . Форма распределения отраженного поля перестает соответствовать своему точному значению, полученному с помощью (11), только при  $m > 9$ . Нечетные значения  $m$  выбирались для того, чтобы не потерять изменение фазы поля, отраженного от передней и задней части сферы. Окончательно, после преобразований интегральное выражение приобретает вид:

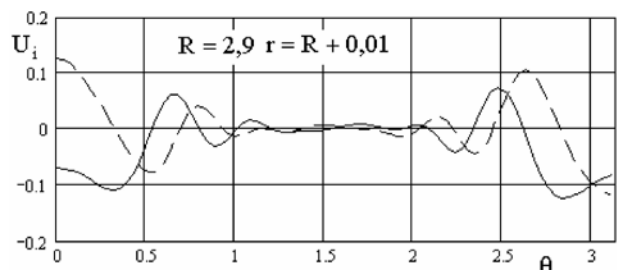
$$U_i(r, \theta) = \int_{\alpha} \int_{\varphi} \mu(\rho, \psi) \cdot U_0(R, \psi) d\varphi \times \left[ \int_0^{\infty} J_0(2\pi r \eta \sin \alpha) \times \exp\left(-2\pi \cdot |r \cos \alpha - R \sqrt{\eta^2 - 1}| \eta d\eta\right) d\alpha \right]. \quad (13)$$

Здесь постоянные множители, в том числе из (12), опущены и расчеты проводились для разных значений показателя степени в коэффициенте отражения  $\mu(\rho, \psi)$ .

Для сравнения результатов расчета отраженного поля по (11) и (13) выберем приращение плотности в неоднородности на уровне тысячных долей от ее значения в невозмущенной среде. Это соответствует реальным значениям для температурно-неоднородных газов и условиям получения (11). Радиус неоднородности  $R$  выберем порядка единиц  $\lambda_0$ . При этом потребуется относительно небольшое число членов ряда в точном решении (порядка 30), а для интегральной формулы это наиболее сложный случай, так как при больших размерах неоднородности ее точность увеличивается, а для малых  $R$  можно воспользоваться асимптотами. На рис.4, а представлены зависимости  $\Omega$ , а на рис.4, б –  $U_i$  от угла  $\theta$  точки наблюдения для  $\rho = 1,002$  и  $R = 2,9$  на малом удалении от поверхности неоднородности,  $r = R + 0,01$ .



а



б

Рис. 4. Отраженное поле на малом расстоянии от сферы радиуса

Действительные части  $\Omega$  и  $U_i$  показаны сплошной линией, мнимые – штриховой. Значение показателя степени при вычислении коэффициента отражения в (12) выбрано равным 5.

Выбранная модель элементарного источника и ее использование в интегральной формуле имеет ограничение при малых радиусах неоднородности. Причиной этого являются увеличение относительного вклада границ элементарных источников и погрешности в определении коэффициента отражения при больших углах  $\psi$ . Кроме того, несимметричная форма кривых указывает на погрешности работы программы численного интегрирования.

ния, так как подинтегральная функция в (13) симметрична относительно  $\theta = \pi/2$ .

Сравнительные расчеты проводились и при других значениях показателя степени  $m$  в (12), и можно отметить, что в некоторых случаях изменение  $m$  приводит к лучшему совпадению, как при уменьшении, так и при увеличении радиуса неоднородности. Это указывает на целесообразность сосредоточить внимание на разработке более точного описания поля элементарных отражателей при  $\psi \rightarrow \pi/2$ .

При удалении точки наблюдения от неоднородности изменения поля, в основном, соответствуют общеизвестным представлениям. Даже в случае использования приближенных методов расчета совпадение полей на поверхности излучателя обуславливает одинаковое поле в дальней зоне. Но для расчетов при больших  $r$  существенное ограничение накладывает замедление процесса численного интегрирования, которое вызвано усилением осцилляций в подинтегральных функциях, как во внутреннем, так и во внешнем интеграле (13). Разработка специализированного алгоритма относится к прикладным задачам конкретной реализации диагностического устройства и определяется наиболее характерными параметрами зондируемой среды.

На основании представленных результатов можно сделать вывод, что трудности вызваны в основном приближениями, сделанными при получении (9), поскольку данная методика может устранить ряд недостатков точечной модели, например, дает достаточно точное представление поля на поверхности неоднородности, но не исключает их полностью. Можно также сделать вывод, что интегральная модель имеет перспективы развития, но требует дальнейшего, более глубокого анализа.

### 3. Отражение в подвижной среде

Описание отраженного поля в случае подвижных неоднородностей значительно сложнее и, несмотря на то, что теоретические исследования ведутся давно [2], современные теории не обладают достаточным набором решений для описания многих физических процессов. Поэтому здесь ограничимся оценкой ряда факторов, которым уделяется недостаточно внимания.

Существенным фактором, определяющим отличие отраженного сигнала в этом случае, является доплеровский сдвиг частоты, обусловленный спецификой граничных условий, в которых положение границы изменяется во времени. Обычно при движении отражателя в фазовый множитель принятого сигнала вводят переменное расстояние между приемо-передатчиком и отражателем, что приводит к появлению сдвига  $\Delta f = -2fv/c$ . Для электромагнитных волн такая математическая интерпретация точно описывает физические явления. Физическая природа акустических волн такова, что полная скорость их движения включает скорость

движения среды, причем скорость движения волн относительно самой среды зависит только от ее параметров. При перемещении твердой границы среда увлекается препятствием, поэтому скорость ее движения вблизи границы равна скорости движения препятствия.

Движение сплошного препятствия поясняет рис.5. Путь движения падающей и отраженной акустической волны можно разделить на три области (см. рис. 5).

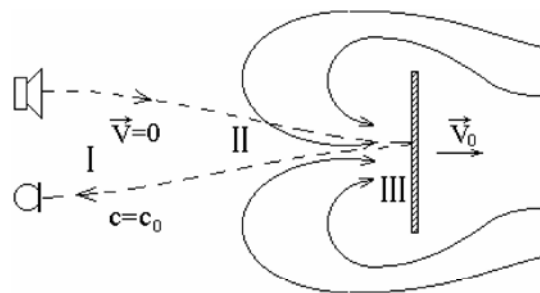


Рис.5. Отражение акустических волн движущимся отражателем

Пунктирными линиями показана траектория движения акустических волн, сплошными — линии тока среды, вызванного движением препятствия.

В первой области скорость распространения звуковых волн равна  $c_0$ . Вторая область промежуточная. В ней происходит весьма сложное изменение скорости движения среды, так что здесь  $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$ ,

$\text{div } \vec{v}$  и  $\text{rot } \vec{v}$  не равны нулю. Очевидно, что и вектор скорости распространения акустических колебаний в этой области изменяется тоже достаточно

сложным образом, т.е.  $\frac{\partial \vec{c}}{\partial t}$ ,  $\text{div } \vec{c}$  и  $\text{rot } \vec{c}$  здесь также не равны нулю. Кроме того, можно утверждать, что, несмотря на следствия реологического уравнения, которые получены при известных допущениях, в этой области и  $\text{rot } \vec{v}_s \neq 0$ . Эта область перемещается вслед за препятствием и при постоянной  $\vec{v}_0$  ее размер с точностью до флуктуаций турбулентного следа остается постоянным.

Третью область составляет ламинарный слой, непосредственно прилегающий к препятствию. Скорость встречи звуковой волны с препятствием определяется как  $\sqrt{\gamma p/\rho}$ , и с точностью до небольших изменений плотности и давления, вызванных движением препятствия, равна  $c_0$ . Скорость движения акустических волн относительно неподвижной системы координат в этой области составляет  $c_1 = c_0 + v_0$  для падающей волны и  $c_2 = c_0 - v_0$  для отраженной. Но само ее изменение произошло в области II.

На препятствиях, движущихся вместе с потоком (температурные неоднородности), скорость движе-

ния среды равна скорости движения препятствия (рис. 6).

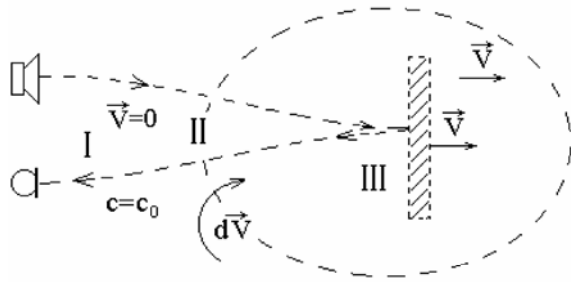


Рис. 6. Отражение акустических волн движущейся неоднородностью

Изменение скорости акустических волн происходит на участках трассы, которые не прилегают непосредственно к препятствию. Здесь первая область неподвижна относительно системы отсчета, в которой находятся приемник и передатчик. Во второй области происходит изменение скорости среды. Третья, движущаяся область включает в себя неоднородность, от которой отражается акустический сигнал. При этом неоднородность может быть как температурная, так и локального движения. Соотношение размеров областей будет соответствовать масштабам изменения скорости потока на всех участках трассы.

Таким образом, определение амплитуды отраженного сигнала всегда является задачей отражения от неподвижной границы. Фазовый набег принимаемого сигнала, в том числе и обуславливающий доплеровский сдвиг частоты, возникает в середине трассы, на втором участке (см. рис.5, 6). Но этот сдвиг определяется изменением траектории и фазового пути акустических волн в подвижной среде. Эта задача также имеет важное практическое значение, так как дает описание процессов при диагностике «на просвет». Но она не является следствием исследуемых здесь отражений. Поэтому, совершая переход от неподвижной системы координат к координатам, движущимся вместе с объемом, прилегающим к неоднородности, будем считать, что падение волн всегда происходит из неподвижного участка.

При решении задачи акустики движущейся среды считается, что поле скоростей основного потока задано. Для решения общее движение надо разделить на составляющее [7]. Движение элементарного объема можно разделить на квазитвердое и деформационное. В свою очередь квазитвердое делится на поступательное и вращательное. А деформационное — на деформацию сдвига и объемное расширение. С учетом сделанных выше замечаний квазитвердое движение отражений не дает. Оно в основном определяет изменение траектории движения акустических волн.

Поле, отраженное в случае сдвиговых деформаций, можно определить на основе анализа отражений от плоской струи [8]. Здесь плавный переход к области, обладающей другой скоростью, также можно представить суммой малых ступенек. Коэффици-

ент отражения от элементарного участка плавного перехода при произвольном угле падения можно получить, используя ту же последовательность, которая применялась при получении (8). Определить положение плоскости сдвига и его величину можно на основании пространственных производных компонент скорости потока  $\vec{v}$ . Опуская несложные, но весьма громоздкие преобразования, представим конечные выражения. Приращение скорости струи можно определить через максимальное значение модуля производной составляющих  $\vec{v}$ , параллельных ему самому, в направлении, перпендикулярном к скорости потока  $(\partial\vec{v}/\partial r_{\perp})_{\max}$ . Одну из осей системы координат, например,  $Z$ , выберем в качестве той, относительно которой определим наклон элементарной отражающей площадки. Тогда модуль  $|(\partial\vec{v}/\partial r_{\perp})_{\max}|$  определяется через компоненты  $\text{rot } \vec{v}$ :

$$\left| \left( \frac{\partial\vec{v}}{\partial r_{\perp}} \right)_{\max} \right| = \sqrt{\left( \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right)^2}. \quad (14)$$

Для угла наклона нормали элементарной площадки  $\nu$  относительно оси  $Z$  имеем:

$$\sin 2\nu = 2(\partial v_z / \partial z) / |2(\partial v_z / \partial z)_{\max}|. \quad (15)$$

Угол поворота проекции скорости смещения на плоскость  $XOY$  относительно оси  $X$  также определяется составляющими  $\text{rot } \vec{v}$ :

$$\vartheta = \text{arctg} \left[ \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) / \left( \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \right]. \quad (16)$$

Необходимо учесть еще угол между  $|(\partial\vec{v}/\partial r_{\perp})_{\max}|$  и плоскостью угла падения, обозначим его как  $\alpha$ . Тогда для амплитуды поля, отраженного элементом  $dV$ , имеем:

$$du_{iv}(\vec{r}_i) = \frac{u_0}{2c_0} \left| \left( \frac{\partial\vec{v}}{\partial r_{\perp}} \right)_{\max} \right| \text{tg}^2 \psi \sin \psi \cos \alpha dV. \quad (17)$$

Здесь  $\psi$  — угол между нормалью к отражающей площадке и вектором медленности падающего поля.

Суммарный отраженный сигнал от области равен:

$$u_v(\vec{r}_m) = \frac{1}{2\pi} \int \frac{u_0}{v 2c_0} \left| \left( \frac{\partial\vec{v}}{\partial r_{\perp}} \right)_{\max} \right| \text{tg}^2 \psi \sin \psi \cos \alpha \times \int_0^{\infty} J_0(2\pi r_n \eta \sin \phi) \exp\left(-2\pi r_n \cos \phi \sqrt{\eta^2 - 1}\right) \eta d\eta dV, \quad (18)$$

где  $r_n$  — расстояние между точкой интегрирования и точкой приема.

Здесь также полностью расписывать выражение возможно только при решении конкретной задачи, при подготовке численного интегрирования. Эту формулу тоже необходимо корректировать для углов  $\psi \approx \pi/2$ . Ее можно принять в качестве

исходной при дальнейшей разработке на основании совпадения результатов для предыдущих случаев.

В среде с ненулевой дивергенцией (в сжимаемом газе) при изменении скорости среды вдоль направления распространения акустической волны также имеются факторы, которые могут обусловить возникновение поля отраженных волн. Пульсации давления в турбулентном потоке позволяют указать на один из этих факторов. Еще один фактор может быть получен на основе анализа сопутствующего изменения продольной скорости [5]. Если считать, что имеется только изменение движения, как в одномерной задаче [5], без притока вещества или изменения его параметров, то на основании условий равенства звуковых давлений и нормальных составляющих скорости акустического течения с обеих сторон границы раздела потоков имеем:

$$P_{s2} = P_{s0} \frac{\cos \varphi_0 - \cos \varphi_1}{\cos \varphi_0 + \cos \varphi_1} . \quad (19)$$

Очевидно, что при  $\varphi_0 = 0$  и  $\varphi_1 = 0$ , поэтому, используя эту модель, отражение получить нельзя, поскольку это противоречит коэффициенту отражения, полученному в [8]. Поэтому необходимо из исходных уравнений использовать слагаемые третьего порядка малости. Вероятно, что в данном случае следует учитывать процессы, представленные на рис. 8, 9. Поэтому для учета этих факторов необходимо начинать анализ исходной системы, так как выбранный уровень решения описания этих явлений не предполагает.

#### Выводы

Результаты численного моделирования показывают, что предложенная модель позволит точнее описать рассеяние волн в реальной турбулентной среде.

---

УДК 658.51.011.56

## МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ФОРМЫ АППАРАТА СЛОЖНОЙ КОНФИГУРАЦИИ

*СИНОТИН А.М.*

Приводится приближенный метод определения коэффициента формы сложных аппаратов, а также расчетные зависимости, полученные из условия приближенного подобию температурных полей. Дается оценка возможных ошибок метода и способов их уменьшения для тел с большой асимметрией формы.

#### Актуальность

Актуальность определения тепловых режимов радиоэлектронных аппаратов (РЭА) на начальных этапах проектирования заключается в том, что лишь несколько процентов подводимой мощности расходуется на полезное преобразование сигнала, остальная часть выделяется в виде тепловой энергии. Температурный режим ограничивает степень

Проведенный анализ открывает возможности усовершенствования известных и создания новых средств зондирования. В частности, можно сделать вывод о перспективности использования разнесенного синхронного приема для оценки характера турбулентных пульсаций.

Вероятно, что наиболее интересным направлением теоретического развития будет анализ рассеяния волн движущейся средой. Однако наиболее ценными будут экспериментальные результаты.

**Литература:** 1. Красненко Н.П. Акустическое зондирование атмосферы. Новосибирск: Наука, 1986. 166 с. 2. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с. 3. Блохинцев Д.И. Акустика неоднородной движущейся среды. М.: Наука, 1981. 208 с. 4. Калистратова М.А., Кон А.И. Радиоакустическое зондирование атмосферы. М.: Наука, 1985. 198 с. 5. Панченко А.Ю. Особенности использования метода однократного рассеяния акустических волн в слабонеоднородных газовых средах // Радиотехника. 2002. №129. С. 110-114. 6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 736 с. 7. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с. 8. Панченко А.Ю. Отражение акустических волн от плоской струи // Радиотехника. 2002. №130. С. 68-71. 9. Алехин В.И. Исследования пограничного слоя атмосферы методом акустического зондирования // Радиотехника. 1998. №106. С.6-14.

Поступила в редколлегию 24.06.2004

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Чумаков В.И.

**Панченко Александр Юрьевич**, канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры микроэлектроники, электронных приборов и устройств ХНУРЭ. Научные интересы: радиофизика, микроэлектроника, неразрушающий контроль материалов и изделий. Адрес: Украина, 61736, Харьков, пр. Ленина, 14, тел.: (057) 7021-362.

---

уменьшения РЭА, что снижает надежность, вызывает необходимость применения охлаждения, приводит к увеличению веса и габаритных размеров. При расчете температурных полей РЭА сложных форм требуется знание коэффициента формы.

*Цель исследований* — получить зависимости, позволяющие упростить определение коэффициента формы сложных аппаратов.

#### Постановка задачи и методы решения

При решении практических задач, связанных с исследованием и расчетом температурных полей радиоэлектронных аппаратов с плотным монтажом, широко применяются методы регулярного теплового режима [1,4].

Для расчета основной характеристики такого процесса — темпа регулярного режима  $m \text{ с}^{-1}$  — наряду с теплофизическими константами материала и среды необходимо знать коэффициент формы тела (нагретой зоны РЭА)  $K$ ,  $m^2$ . Для тел основных форм (шар, пластина, цилиндр) существуют строгие расчетные зависимости, позволяющие определять  $K$ . Для тел сложной конфигурации получение таких