УДК 621.391

МЕТОД ПРОЕКТИРОВАНИЯ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОТОКОВОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ МНОГОСЛОЙНОГО ГРАФА

Д.В. АГЕЕВ

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

У роботі запропоновано метод проектування сучасних телекомунікаційних систем з використанням запропонованої автором математичної моделі багатошарового графа. Проаналізовано потокову модель телекомунікаційної системи для випадку багатошарового графа.

In the given article proposed a modern telecommunication systems design method with usage of author's multilayer graph mathematical model has been proposed. A flow model of telecommunication system has been analyzed for multilayer graph.

В работе предложен метод проектирования современных телекоммуникационных систем с использованием предложенной автором математической модели многослойного графа. Проанализирована потоковая модель телекоммуникационной системы для случая многослойного графа.

Введение

Современные телекоммуникационные системы строятся по принципу наложенных сетей (когда одна транспортная сеть обеспечивает прозрачную передачу информационных потоков другой сети), образующих ее логические связи, ее логическую структуру. Таким образом, современные телекоммуникационные системы имеют многоуровневую структуру, образуемую иерархией технологий. При решении задач проектирования телекоммуникационных систем необходимо найти структуру сети на всех ее уровнях. Используемый в настоящее время подход к решению задач предусматривает последовательное проектирование отдельно для каждого уровня, что не дает оптимального решения задачи в целом

В данной статье предложена математическая модель структуры современных телекоммуникационных систем, которая учитывает их многоуровневую природу. Предложена методика описания структуры современных телекоммуникационных систем с помощью многослойного графа. Приведено описание потоковой модели телекоммуникационной системы для случая многослойного графа и предложена методика проектирования структуры телекоммуникационной системы, базирующаяся на предложенных моделях.

I. Постановка проблемы

При развертывании новых телекоммуникационных систем или их модернизации перед сетевым провайдером возникает задача их проектирования. Постановка задачи проектирования в общем виде заключается в определении множества узлов сети и каналов связи между ними (топологии сети), определении пропускных способностей каналов связи и параметров устанавливаемого в узлах сети оборудования, определении маршрутов передачи информационных потоков через сеть и величины потоков, передаваемых вдоль этих маршрутов.

Современные телекоммуникационные системы являются большими сложными системами, которые тяжело поддаются математическому описанию. Помимо широко используемого выделения в структуре телекоммуникационной системы уровней иерархии по территориально-функциональному признаку (WAN, MAN, LAN), современные телекоммуникационные системы имеют технологическую многоуровневую структуру, которая образована наложенными сетями. Учету именно технологической многоуровневой структуры посвящена данная статья.

Известные ранее подходы при решении задач проектирования используют для учета многоуровневой природы современных телекоммуникационных систем последовательное решение задач проектирования для каждого из уровней отдельно. Результаты проектирования на одном из уровней являются исходными данными для остальных уровней сети. При этом в процессе проектирования не учитываются взаимосвязи и взаимозависимости между уровнями. В результате, итоговый вариант конфигурации сети не является оптимальным, а в ряде случаев может привести к нестабильной работе проектируемой сети при эксплуатации.

Для решения данной проблемы рядом авторов [1, 2] предлагается использовать математическую модель многоуровневой сети, которая построена с использованием упорядоченного набора графов. Топология каждого графа может отличаться, они могут иметь разный набор ребер, при этом, как правило, множество вершин графа с большим индексом (графа более высокого уровня) является подмножеством вершин графа с индексом на единицу меньшим (нижележащего уровня).

Описанная выше модель структуры многослойной сети имеет четкое соответствие вершин графа, описывающего каждый из уровней. В то же время большое количество систем имеет межуровневые связи более сложной природы, для которых приведенная выше модель теряет свою адекватность. Для устранения данного недостатка автором предлагается математическая модель структуры телекоммуникационной системы, базирующаяся на многослойном графе [3, 4]

II. Описание математической модели многослойного графа

Для математического моделирования структуры систем, в том числе телекоммуникационных, широко применяются графы. При описании системы с помощью графа элементы системы моделируются вершинами графа, а связи между ними – ребрами или дугами.

Для моделирования многослойных телекоммуникационных систем нами предлагается использовать многослойный граф $MLG = (\Gamma, V, E)$, который включает в свой состав:

– множество подграфов $\Gamma = \left\{\Gamma^1, \ldots \Gamma^l, \ldots, \Gamma^L\right\}$, $\Gamma^l = \left(V^l, E^l\right)$, где подграф Γ^l описывает структуру сети на уровне l;

– вершины $v_i \in V$ и ребра $e_k = (v_i, v_j)$, $e_k \in E$ обеспечивают связь подграфов Γ^l между собой .

На структуру графа MLG, моделирующего мультисервисные телекоммуникационные системы, накладывается дополнительное ограничение, которое заключается в том, что для каждого ребра $e_k^l = (v_i^l, v_j^l)$, $e_k^l \in E^l$ подграфа Γ^l существует путь $\pi = (v_i^l, \ldots, v_m^n, \ldots v_j^l)$ между вершинами v_i^l и v_i^l, $v_i^l, v_j^l \in V^l$, проходящий через подграф более низкого уровня:

$$\forall e_k^l = (v_i^l, v_j^l), \quad e_k^l \in E^l, \quad v_i^l, v_j^l \in V^l, \quad \exists \pi = (v_i^l, \ldots, v_m^n, \ldots, v_j^l), v_m^n \in V^n, n < l. \qquad (1)$$

Данное правило не выполняется только для подграфа самого нижнего уровня, $l = 1$.

III. Метод описания современных мультисервисных телекоммуникационных систем многослойными графами

Как уже отмечалось выше, современные телекоммуникационные системы имеют сложную структуру, которую невозможно описать в рамках использования математической модели, применяемой в теории графов. Одним из свойств современной телекоммуникационной системы является наличие технологической иерархии, которая реализуется в виде наложенных сетей и рассмотрена ранее.

Для описания современных телекоммуникационных систем в данной работе предлагается использовать в качестве математической модели многослойный граф. Применение многослойного графа позволяет в отличие от классических графов учитывать технологическую иерархию современных телекоммуникационных систем, а именно – наложенный принцип построения этих систем.

Описание телекоммуникационной системы многослойным графом осуществляется в соответствии со следующей методикой.

Методика 1:

Шаг 1. Выделить в моделируемой телекоммуникационной системе множество уровней.

Шаг 2. Описать топологию каждого уровня с помощью классического графа.

Шаг 3. Выделить между объектами различных уровней логические, функциональные и физические связи и описать их с помощью графов.

Шаг 4. Присвоить ребрам и вершинам графа набор параметров, характеризующих параметры соответствующих объектов и межобъектных связей, составляющих интерес для моделирования.

На шаге 1 в моделируемой системе выделяют множество наложенных структур, которые необходимо учесть при моделировании и которые выполняют некоторую функцию и могут выступать как отдельный объект анализа.

На втором шаге для каждого отдельного уровня, выделенного на шаге 1, определяется топология сети. Для этого используется следующая методика.

Методика 2.

Шаг 1. Каждый узел сети на данном уровне заменяется вершиной графа.

Шаг 2. Определяются пары непосредственно взаимодействующих узлов (т.е. пары узлов, которые при своем взаимодействии не используют другие узлы данного уровня, в качестве транзитных).

Шаг 3. Для каждой пары непосредственно взаимодействующих узлов в состав графа вводится ребро, соединяющее соответствующие вершины графа.

На шаге 3 методики 1 в состав многослойного графа вводятся ребра, соединяющие вершины, принадлежащие разным слоям. Каждое вводимое ребро соответствует логической и физической связи между узлами наложенных сетей.

На шаге 4 методики 1 каждому ребру многослойного графа приписывается ряд параметров, соответствующих параметрам моделируемой сети.

IV. Метод проектирования мультисервисных телекоммуникационных систем с использованием многослойности структуры графа

Использование математической модели, построенной на базе многослойного графа, позволяет учесть технологическую иерархию современных телекоммуникационных систем, что позволяет создать структурную и функциональную модель мультисервисных телекоммуникационных систем. Модель, построенная с использованием МСГ, описывает:

– множество технологических уровней,
– функциональную и организационную иерархии,
– топологическую структуру мультисервисной телекоммуникационной системы.

Общая методика проектирования мультисервисной телекоммуникационной системы содержит следующие шаги (рис. 1).

Методика 3.

Шаг 1. Анализ предметной задачи и синтез исходного избыточного многослойного графа, описывающего топологическую и функциональную структуры проектируемой системы.

Шаг 2. Постановка оптимизационной задачи проектирования телекоммуникационной системы.

Шаг 3. Решение оптимизационной задачи (поиск оптимального многослойного подграфа исходного избыточного многослойного графа)

Шаг 4. Интерпретация полученного на предыдущем шаге многослойного графа в принимаемое проектное решение.

Рассмотрим эти шаги более подробно.

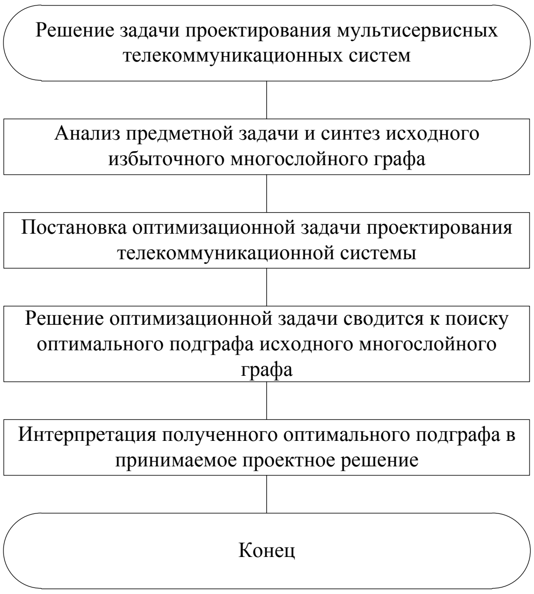

Рис. 1. Схема методики решения задачи проектирования мультисервисной телекоммуникационной системы

Действия, выполняемые на шаге 1, базируются на методах описания структурных и функциональных свойств мультисервисных телекоммуникационных систем с помощью многослойных графов, рассмотренных в предыдущем пункте. На данном этапе выполняются следующие шаги (рис.2).

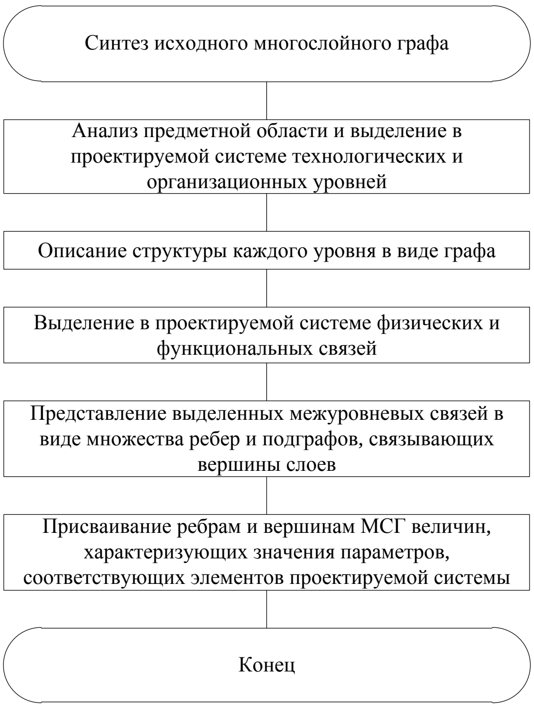

Рис. 2. Схема методики синтеза многослойного графа

Методика 4.

Шаг 1. Анализ предметной области и выделение в проектируемой системе технологических и организационных уровней.

Шаг 2. Описание структуры каждого уровня в виде графа.

Шаг 3. Выделение в проектируемой системе физических и функциональных (логических) связей.

Шаг 4. Представление выделенных межуровневых связей в виде множества ребер и подграфов, связывающих вершины графов соответствующих слоев синтезируемого МСГ.

Шаг 5. Присваивание ребрам и вершинам синтезируемого МСГ весов, характеризующих экономические характеристики элементов и функциональных связей проектируемой системы, а также ассоциирование векторов значений, характеризующих технические параметры элементов, входящих в состав проектируемой системы.

Математическая постановка задачи, осуществляемая на шаге 2, базируется на использовании математической модели взвешенного многослойного графа и сводится к нахождению подграфа, отвечающего заданному критерию оптимальности и заданным ограничениям.

При этом можно выделить следующие постановки:

П.1 Критерием оптимальности является экономический показатель.

П.2 Критерием оптимальности является технический параметр и некоторая функция от совокупности технических параметров.

П.3 Многокритериальная постановка.

При использовании постановки П.1 математическая постановка задачи сводится к нахождению многослойного подграфа минимального веса, используешего в качестве ограничений требований к структуре графов отдельных слоев МСГ и ограничений, заданных в виде равенств или неравенств от векторов параметров, ассоциированных с вершинами и ребрами МСГ.

При использовании постановки П.2 задача сводится к нахождению подграфа исходного МСГ, где в качестве критерия оптимальности используется функция от вектора параметров, ассоциированных с вершинами и ребрами МСГ, в качестве ограничений выступает вес МСГ и ограничений заданных в виде равенств или неравенств от векторов параметров ассоциированных с вершинами и ребрами МСГ.

Использование постановки П.3 сводит задачу к нахождению подграфа исходного МСГ, где в критерий оптимальности и ограничения заданы в виде выражений, содержащих векторы параметров, ассоциированные с вершинами и ребрами МСГ, а также с их весами.

На шаге 3 производится поиск оптимального многослойного подграфа и, при необходимости, значений параметров, ассоциированных с вершинами и ребрами. На данном этапе в зависимости от математической постановки задачи применяются методы комбинаторной оптимизации, рассмотренные выше, методы линейного и нелинейного программирования.

На шаге 4 применяются процедуры, обратные применяемым на шаге 1, в результате которых полученная структура многослойного графа преобразуется в проектное решение, интерпретируемое в терминах предметной области (специализацией используемого оборудования, параметрами их компонентов, используемыми протоколами).

V. Потоковая модель телекоммуникационной системы, представленной многослойным графом

Основным назначением телекоммуникационной системы является передача информационных потоков между пользователями сети. При моделировании телекоммуникационной системы многослойным графом процесс передачи информационных потоков моделируется протеканием потоков по ребрам графа. Согласно определению многослойного графа: для каждого ребра верхнего уровня существует путь, проходящий через нижние слои. Этим моделируется взаимозависимость процессов, происходящих на различных уровнях моделируемой системы. Следовательно, между параметрами, которые присваиваются ребрам и вершинам графов разных слоев и ребрам, связывающим слои между собой, существует взаимозависимость. Рассмотрим их подробнее.

Узлы телекоммуникационной системы, по отношению к передаваемым через сеть информационным потокам, подразделяются на следующие группы:

– узлы – источники информационных потоков;
– узлы – потребители информационных потоков;
– транзитные узлы.

К узлам - источникам относятся узлы, в которых возникают требования на передачу информации, предназначенной для доставки ее в узлы-потребители, в которых данная информация обрабатывается. В транзитных узлах информационный поток принимается от одного смежного узла и перенаправляется другому, при этом величина потока не изменяется. При передаче информационных потоков через телекоммуникационную систему в каналах связи информационные потоки складываются, их величина зависит от количества пар взаимодействующих узлов и величины потока, передаваемого между каждой из взаимодействующих пар.

Узлы сети могут быть транзитными для одних информационных потоков и являться источником или потребителем для других потоков, то есть функции узлов для разных потоков могут быть совмещены.

Из вышесказанного можно сделать вывод, что при моделировании телекоммуникационных систем без потерь для потоков должны выполняться законы сохранения потока, которые заключаются в следующем:

З1. Величина потока, передаваемого между парой взаимодействующих узлов источник – потребитель, вдоль выбранного пути не изменяется.

З2. Сумма потоков, передаваемых различными путями между парой взаимодействующих узлов источник – получатель, равна величине тренований, возникающих в узле – источнике, и равна величине тренований, обрабатываемых в узле – потребителе.

33. Сумма потоков, поступающих в узел, равна сумме потоков, исходящих из узла, если узел выполняет только функции транзитного узла или отличается на величину, равную разнице величин потоков, для которых он является источником или получателем.

Другим важным свойством телекоммуникационной системы является ограниченность производительности структурных элементов системы, среди которых основную роль играют пропускные способности каналов связи. Ограниченность пропускных способностей каналов связи приводит к тому, что суммарная величина информационного потока, передаваемого по каналу святи, не может превышать его пропускную способность.

Приведенные выше свойства и описание процесса функционирования телекоммуникационной системы, как процесса передачи информационных потоков по сети заданной топологии с ограниченными пропускными способностями каналов связи, известны как потоковая модель. Рассмотрим ее подробнее и приведем особенности ее применения для многослойных графов.

Процесс передачи информационных потоков через сеть моделируется протеканием потока по ребрам графа. В случае использования многослойного графа ребра подразделяются на две группы:

– ребра, соединяющие вершины одного и того же слоя,
– ребра, соединяющие вершины разных слоев многослойного графа.

В первом случае ребра графа моделируют процессы, происходящие на одном и том же уровне логического представления сети. Во втором случае – влияние процессов, происходящих на одном логическом уровне, на процессы другого уровня. По этой причине необходимо различать и потоки, протекающие по соответствующим ребрам многослойного графа.

Введем обозначения:

$\gamma_{(ij)}^{l}$ - поток заданной величины, протекающий по ребру $e_{ij}^{l}=\left(v_i^l, v_j^l\right)$ графа Γ^l; $\gamma_{(ij)}^{l}>0$, если поток протекает в направлении от вершины v_i^l к вершине v_j^l; $\gamma_{(ij)}^{l}<0$, если протекает в направлении от v_j^l к v_i^l и $\gamma_{(ij)}^{l}=0$, если поток в ребре e_{ij}^{l} отсутствует;

$\gamma_{(ij)}^{lm}$ - поток заданной величины, протекающий по ребру $e_{ij}^{lm}=\left(v_i^l, v_j^m\right)$, соединяющему вершины $v_i^l \in V^l$ и $v_j^m \in V^m$ графов слоев l и m соответственно; $\gamma_{(ij)}^{lm}>0$, если поток протекает в направлении от вершины v_i^l к вершине v_j^m; $\gamma_{(ij)}^{lm}<0$, если протекает в направлении от v_j^m к v_i^l и $\gamma_{(ij)}^{lm}=0$, если поток в ребре e_{ij}^{lm} отсутствует;

$\left\langle v_s^l, v_r^l\right\rangle$ - пара взаимодействующих вершин, где v_s^l – источник; v_r^l – получатель;

$\vartheta_{\langle s,r\rangle}^{l}$ - величина потока, протекающего по ребрам графа Γ^l из вершины v_s^l в вершину v_r^l, если вершина v_s^l не является источником потока для вершины v_r^l, то $\vartheta_{\langle s,r\rangle}^{l}=0$;

ϑ_s^{l+} - суммарная величина потоков, возникающих в вершине v_s^l:

$$\vartheta_s^{l+} = \sum_{v_r^l \in V^l} \vartheta_{\langle s,r\rangle}^l ;$$

ϑ_r^{l-} - суммарная величина потоков, для которых вершина v_r^l является потребителем:

$$\vartheta_r^{l-} = \sum_{v_s^l \in V^l} \vartheta_{\langle s,r\rangle}^l ;$$

$\Pi_{\langle s,r\rangle}^l$ - множество путей в графе Γ^l протекания потока между парой взаимодействующих вершин $\left\langle v_s^l, v_r^l \right\rangle$:

$$\Pi_{\langle s,r\rangle}^l = \left\{\pi_{\langle s,r\rangle k}^l\right\};$$

$\pi_{\langle s,r\rangle k}^l$ - путь протекания потока от вершины – источника v_s^l к вершине – потребителю v_r^l. Путь $\pi_{\langle s,r\rangle k}^l$ является упорядоченным множеством ребер:

$$\pi_{\langle s,r\rangle k}^l = \left(e_{si}^l, \dots, e_{jr}^l\right);$$

$\Pi^l = \left\{\Pi_{\langle s,r\rangle}^l\right\}$ - множество путей протекания потоков в графе Γ^l.

Для описания потоков, протекающих вдоль путей в графе, введем следующие обозначения:

$\gamma_{\langle s,r\rangle k}^l$ - поток заданной величины, протекающий вдоль пути $\pi_{\langle s,r\rangle k}^l$ от вершины-источника v_s^l к вершине-потребителю v_r^l;

$\gamma_{(ij)\langle s,r\rangle k}^l$ - поток заданной величины, протекающий вдоль пути $\pi_{\langle s,r\rangle k}^l$ от вершины-источника v_s^l к вершине-потребителю v_r^l по ребру $e_{ij}^l = \left(v_i^l, v_j^l\right)$, $e_{ij}^l \in \pi_{\langle s,r\rangle k}^l$; $\gamma_{(ij)\langle s,k\rangle k}^l > 0$, если поток протекает в направлении от вершины v_i^l к вершине v_j^l; $\gamma_{(ij)\langle s,r\rangle k}^l < 0$, если протекает в направлении от v_j^l к v_i^l и $\gamma_{(ij)\langle s,r\rangle k}^l = 0$, если поток $\gamma_{\langle s,r\rangle k}^l$ в ребре e_{ij}^l отсутствует. Тогда выражение для величины потока, протекающего по ребру вдоль заданого пути, можно записать в следующем виде:

$$\gamma_{(ij)\langle s,r\rangle k}^l = \begin{cases} \gamma_{\langle s,r\rangle k}^l, & e_{ij}^l \in \pi_{\langle s,r\rangle k}^l; \\ 0, & \textit{иначе}. \end{cases} \tag{2}$$

Рассмотрим свойства потоков, протекающих по ребрам графа. Начнем рассмотрение для однослойного графа, затем полученные результаты обобщим для случая многослойного графа.

Запишем приведенные выше законы сохранения потока (З1 – З3) в математическом виде.

Закон З1.1 для однослойного графа можно записать в следующем виде:

$$\gamma_{(ij)\langle s,r\rangle k}^l = \gamma_{\langle s,k\rangle k}^l, \quad \forall e_{ij}^l \in \pi_{\langle s,r\rangle k}^l, e_{ij}^l = \left(v_i^l, v_j^l\right), \ \forall \left\langle v_s^l, v_r^l \right\rangle, \ \forall \pi_{\langle s,r\rangle k}^l \in \Pi_{\langle s,r\rangle}^l . \tag{3}$$

Закон З1.2 для случая однослойного графа имеет следующий вид:

$$\sum_{k,\pi^l_{\langle s,r\rangle k}\in\Pi^l_{\langle s,r\rangle}} \gamma^l_{\langle s,r\rangle k} = \vartheta^l_{\langle s,r\rangle}, \quad \forall\left\langle v^l_s, v^l_r\right\rangle. \tag{4}$$

Для произвольной вершины v^l_i графа Γ^l для случая однослойного графа закон ЗЗ.3 можно записать как:

$$\sum_{j,e^l_{ij}\in\Gamma^l} \gamma^l_{ij} = \vartheta^{l+}_i - \vartheta^{l-}_i, \quad \forall v^l_i \in V^l. \tag{5}$$

Из выражений (3) и (5) следует, что для потока, передаваемого по отдельно выбранному маршруту, для произвольной вершины v^l_i графа Γ^l выполняется следующее условие:

$$\sum_{j,e^l_{ij}\in\Gamma^l} \gamma^l_{(ij)\langle s,r\rangle k} = \begin{cases} \gamma^l_{\langle s,r\rangle k}, & v^l_i = v^l_s \\ 0, & v^l_i \notin \left\{v^l_s, v^l_r\right\}, \\ -\gamma^l_{\langle s,r\rangle k}, & v^l_i = v^l_r \end{cases} \quad \forall v^l_i \in V^l, \left\langle v^l_s, v^l_r\right\rangle, \pi^l_{\langle s,r\rangle k} \in \Pi^l_{\langle s,r\rangle}, \tag{6}$$

$$\sum_{k,\pi^l_{\langle s,r\rangle k}\in\Pi^l_{\langle s,r\rangle}} \left(\sum_{j,e^l_{ij}\in\Gamma^l} \gamma^l_{(ij)\langle s,r\rangle k} \right) = \begin{cases} \vartheta^l_{\langle s,r\rangle}, & v^l_i = v^l_s \\ 0, & v^l_i \notin \left\{v^l_s, v^l_r\right\}, \\ -\vartheta^l_{\langle s,r\rangle}, & v^l_i = v^l_r \end{cases} \quad \forall v^l_i \in V^l, \left\langle v^l_s, v^l_r\right\rangle. \tag{7}$$

Выражения (6)-(7) называются законом сохранения потока в вершине.

Моделирование телекоммуникационных систем многослойным графом позволяет описать наличие в структуре моделируемой системы наложенных сетей. Для наложенных систем характерно, что каждый поток, передаваемый по логическому каналу наложенной сети, соответствует передаче информационного потока вдоль пути в физической сети.

Описанному выше процессу передачи информационных потоков в наложенных сетях в многослойном графе, который моделирует телекоммуникационную систему, имеющую структуру, содержащую наложенные сети, соответствует следующая ситуация:

– для каждого потока, протекающего по ребру верхнего уровня, соответствуют потоки, протекающие по ребрам графа нижележащего слоя, с которым рассматриваемый слой непосредственно связан;

– величина потока протекающего по ребру вышележащего уровня равна суммарной величине потоков, протекающих вдоль путей, соответствующих эту ребру, которые проходят через граф нижележащего слоя.

Рассмотрим это с использованием модели многослойного графа. Протекание по ребрам графа Γ^m нижележащего слоя m потоков, соответствующих потокам $\gamma^l_{(ij)}$ в ребрах e^l_{ij} вышележащего слоя l, можно рассматривать как возникновение дополнительных требований в вершинах графа Γ^m, которые имеют связь с вышележащим графом Γ^m. Для математического описания введем следующие обозначения:

$\Pi^m_{(ij)^l}$ - множество путей в нижележащем графе Γ^m протекания потоков, соответствующих потоку $\gamma^l_{(ij)}$ в ребре e^l_{ij} вышележащего графа Γ^l

$$\Pi^m_{(ij)^l} = \left\{\pi^m_{(ij)^l k}\right\};$$

$\pi^m_{(ij)^l k}$ - путь протекания потока в графе Γ^m, соответствующего потоку $\gamma^l_{(ij)}$ в ребре e^l_{ij} вышележащего графа Γ^l. Путь $\pi^m_{(ij)^l k}$ является упорядоченным множеством ребер:

$$\pi^m_{(ij)^l k} = \left(e^{lm}_{ix}, \ldots, e^m_{nq}, \ldots, e^{ml}_{yj}\right);$$

$\Pi^{lm} = \left\{\Pi^m_{(ij)^l}\right\}$ - множество путей протекания потоков в нижележащем графе Γ^m, соответствующих потокам в вышележащем графе Γ^l.

Потоки, протекающие вдоль этих путей, обозначим как:

$\gamma^m_{(ij)^l k}$ - поток заданной величины, протекающий вдоль пути $\pi^m_{(ij)^l k}$ через граф Γ^m от вершины v^l_i к вершине v^l_j;

$\gamma^m_{(nq)(ij)^l k}$ - поток заданной величины, протекающий вдоль пути $\pi^m_{(ij)^l k}$ через граф Γ^m от вершины v^l_i к вершине v^l_j; по ребру $e^m_{nq} = \left(v^m_n, v^m_q\right)$, $e^m_{nq} \in \pi^m_{(ij)^l k}$; $\gamma^m_{(nq)(ij)^l k} > 0$, если поток протекает в направлении от вершины v^m_n к вершине v^m_q; $\gamma^m_{(nq)(ij)^l k} < 0$, если протекает в направлении от v^l_j к v^l_i и $\gamma^m_{(nq)(ij)^l k} = 0$, если поток $\gamma^m_{(ij)^l k}$ в ребре e^m_{nq} отсутствует. Тогда выражение для величины потока, протекающего по ребру вдоль заданого пути, можно записать в следующем виде:

$$\gamma^l_{(ij)\langle s,r\rangle k} = \begin{cases} \gamma^l_{\langle s,r\rangle k}, & e^l_{ij} \in \pi^l_{\langle s,r\rangle k}; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (8)$$

Рассмотрим свойства потоков, протекающих в многослойном графе. Потоки в многослойном графе можно разделить на две группы:

– потоки, протекающие в пределах анализируемого слоя;

– потоки, протекающие за пределами анализируемого слоя, которые являются отображением потоков, протекающих по ребрам анализируемого слоя.

Для потоков, протекающих в пределах анализируемого слоя, источниками и потребителями являются вершины графа этого слоя, то есть для этих потоков выполняются условия:

$$\gamma^l_{(ij)}: \qquad e^l_{ij} \in E^l, \Gamma^l = \left(V^l, E^l\right); \quad (9)$$

$$\gamma^l_{\langle s,r\rangle k}: \qquad \pi^l_{\langle s,r\rangle k} \subseteq E^l, \pi^l_{\langle s,r\rangle k} \in \Pi^l_{\langle s,r\rangle}, v^l_s, v^l_r \in V^l, \forall k, s, r; \quad (10)$$

$$\gamma^l_{(ij)\langle s,r\rangle k}: \qquad e^l_{ij} \in \pi^l_{\langle s,r\rangle k}, \pi^l_{\langle s,r\rangle k} \subseteq E^l, v^l_s, v^l_r \in V^l \ \forall k, s, r. \quad (11)$$

Для второго типа потоков источником и потребителем являются вершины графа вышележащего уровня, и пути передачи этих потоков содержат только ребра, входящие в состав графа нижележащего слоя, и ребра, связывающие слои между собой. Для этих потоков справедливы следующие условия:

$$\gamma_{(ij)}^{lm}: \qquad e_{ij}^{lm} \notin E^l, \forall l; \tag{12}$$

$$\gamma_{(ij)^l k}^{m}: \qquad \left(\pi_{(ij)^l k}^{m} \cap E^m\right) \cap E^l = \varnothing, \forall l, m, e_{ij}^l, \pi_{(ij)^l k}^{m}; \tag{13}$$

$$\gamma_{(nq)(ij)^l k}^{m}: \qquad e_{nq}^m \in \pi_{(ij)^l k}^{m}, \left(\pi_{(ij)^l k}^{m} \cap E^m\right) \cap E^l = \varnothing, \forall l, m, e_{ij}^l, \pi_{(ij)^l k}^{m}. \tag{14}$$

Из приведенных свойств и условий (9)-(14) следует, что по ребрам графа анализируемого слоя протекают потоки, источниками которых являются вершины этого слоя или вершины одного и того же вышележащего слоя, которые являются концами одного ребра.

Запишем условия сохранения потока для многослойного графа. Законы сохранения потока, описанные для однослойного графа выражениями (3), (4), (6), (7), справедливы и для случая МСГ.

Запишем дополнительно условия, которые учитывают потоки, протекающие между слоями МСГ.

Условие сохранения величины потока, протекающего вдоль пути для потоков, протекающих между слоями МСГ, можно представить как:

$$\gamma_{(nq)(ij)^l k}^{m} = \gamma_{(ij)^l k}^{m}, \quad \forall e_{nq}^m \in \pi_{(ij)^l k}^{m}, \forall \pi_{(ij)^l k}^{m} \in \Pi_{(ij)^l}^{m}, \forall e_{ij}^l \in E^l \tag{15}$$

Суммарная величина потоков, протекающих через графы нижележащих уровней между смежными вершинами v_i^l и v_j^l графа Γ^l равна величине потока, протекающего по ребру $e_{ij}^l = \left(v_i^l, v_j^l\right)$ графа Γ^l:

$$\sum_{m, m<l} \left(\sum_{k, \pi_{(ij)^l k}^{m} \in \Pi_{(ij)^l}^{m}} \gamma_{(ij)^l k}^{m} \right) = \gamma_{(ij)}^{l}, \quad \forall e_{ij}^l \in E^l, \forall l > 1. \tag{16}$$

Величина потока, протекающего по ребру e_{nq}^m определяется из выражения

$$\gamma_{nq}^m = \sum_{\left\langle v_s^m, v_r^m \right\rangle} \left(\sum_{\substack{k,\, e_{nq}^m \in \pi_{\langle s,r\rangle k}^m, \\ \pi_{\langle s,r\rangle k}^m \in \Pi_{\langle s,r\rangle}^m}} \gamma_{(nq)\langle s,r\rangle k}^{m} \right) + \sum_{l, l>m} \left[\sum_{e_{ij}^l} \left(\sum_{\substack{k,\, e_{nq}^m \in \pi_{(ij)^l k}^m, \\ \pi_{(ij)^l k}^m \in \Pi_{(ij)^l}^m}} \gamma_{(nq)(ij)^l k}^{m} \right) \right]. \tag{17}$$

Для ребер e_{in}^{lm}, связывающих графы разных слоев, величина потока определяется как

$$\gamma_{in}^{lm} = \sum_{j, e_{ij}^{l} \in E^{l}} \left(\sum_{\substack{k, e_{in}^{lm} \in \pi_{(ij)^{l} k}^{m}, \\ \pi_{(ij)^{l} k}^{m} \in \Pi_{(ij)^{l}}^{m}}} \gamma_{(ij)^{l} k}^{m} \right). \tag{18}$$

Рассмотрим условия сохранения потока в произвольной вершине v_i^l графа Γ^l. Как уже указывалось, для данной вершины сохраняют свою справедливость условия (6), (7), которые учитывают потоки, протекающие между вершинами источник – получатель, принадлежащими этому же графу. В то же время, условие (5) теряет свою справедливость, так как согласно выражению (17) на величину потока, протекающего по ребрам графа Γ^l, влияют потоки, поступающие от вышележащего слоя, которые в выражении (5) не учитываются.

Для того чтобы получить выражение для суммы поступающих и исходящих потоков для произвольной вершины условие v_i^l графа Γ^l воспользуемся выражениями (5), (17) и (18), на основании которых можно записать:

$$\sum_{z, z>l} \left(\sum_{n, e_{ni}^{zl} \in E} \gamma_{ni}^{zl} \right) + \sum_{j, e_{ij}^{l} \in E^{l}} \gamma_{ij}^{l} = \vartheta_i^{l+} - \vartheta_i^{l-}, \quad \forall v_i^l \in V^l. \tag{19}$$

Выражение (19) позволяет определить сумму поступающих и исходящих потоков в вершине v_i^l с учетов потоков, передаваемых в пределах графа Γ^l, и потоков, поступающих от вышележащего уровня.

Используя выражения (5), (16) и (18) можно записать:

$$\sum_{m, m<l} \left(\sum_{n, e_{in}^{lm} \in E} \gamma_{in}^{lm} \right) = \sum_{j, e_{ij}^{l} \in E^{l}} \gamma_{ij}^{l} = \vartheta_i^{l+} - \vartheta_i^{l-}, \quad \forall v_i^l \in V^l. \tag{20}$$

На основании выражений (19) и (20) можно получить выражение для суммы потоков в вершине v_i^l:

$$\sum_{z, z>l} \left(\sum_{n, e_{ni}^{zl} \in E} \gamma_{ni}^{zl} \right) + \sum_{m, m<l} \left(\sum_{n, e_{in}^{lm} \in E} \gamma_{in}^{lm} \right) + \sum_{j, e_{ij}^{l} \in E^{l}} \gamma_{ij}^{l} = 2\left(\vartheta_i^{l+} - \vartheta_i^{l-}\right), \quad \forall v_i^l \in V^l. \tag{21}$$

Выражение (21) является условием сохранения потока в произвольной вершине v_i^l для случая многослойного графа.

Приведенные выше выражения (2) - (21) позволяют решать задачи нахождения величин потоков, протекающих по ребрам многослойного графа. Протекание потоков между заданными вершинами графа требует, чтобы заданные вершины были связанные. В связи с этим, условие существования отличного от нуля потока между вершинами графа, при решении задач синтеза топологии телекоммуникационной системы, используется как условие связности соответствующих узлов. Существование отличного от нуля потока между всеми вершинами является достаточным условием связности сети.

Помимо рассмотренного выше процесса передачи информационных потоков через сеть, при моделировании телекоммуникационных систем необходимо учитывать ограниченность производительности структурных элементов телекоммуникационной системы, в том числе ограниченность пропускной способности каналов связи. При моделировании максимальная производительность структурных элементов учитывается посредством присваивания ребрам графа параметра $c(e_i)$, характеризующего пропускную способность ребра e_i. Тогда при распределении потоков по ребрам графа должно выполняться условие, что величина потока γ_i, протекающего по ребру e_i, не может превышать его пропускную способность.

Условия ограничения потока в ребрах графа запишем в следующем виде:

$$\gamma_{ij}^{l} \le c\left(e_{ij}^{l}\right); \tag{22}$$

$$\gamma_{ij}^{lm} \le c\left(e_{ij}^{lm}\right). \tag{23}$$

Если для ребра многослойного графа пропускная способность не задана, то при распределении потока она принимается равной бесконечности, то есть поток в ребре не ограничивается.

VI. Пример проектирования телекоммуникационной системы с использование многослойного графа

Рассмотрим пример постановки задачи синтеза структуры сети с использованием описанной выше математической модели многослойного графа.

Предметная постановка. Синтезируемая сеть обеспечивает доступ абонентов сети к серверам.

Известно: местоположения абонентов, местоположение узлов сети и каналы связи – кандидаты на использование их в сети.

Необходимо определить местоположение серверов, топологию сети, пути передачи трафика, пропускные способности каналов связи.

Критерий оптимальности: минимум затрат средств на строительство сети.

Постановка задачи с использованием многослойного графа.

Для решения задачи зададим исходный многослойный граф MLG. Граф $MLG = (\Gamma, V, E)$ (рис. 3) имеет два уровня (содержит два подграфа Γ^1 и Γ^2). Подграф Γ^1 описывает физическую структуру сети, подграф Γ^2 – логическую.

В состав подграфа Γ^1 входят вершины, которые соответствуют абонентским узлам; транзитным узлам сети, где устанавливается коммутационное оборудование, и узлам сети, в которых возможна установка оборудования сервера услуг. Ребра графа Γ^1 соответствуют каналам связи, которые можно использовать для соединения узлов проектируемой сети.

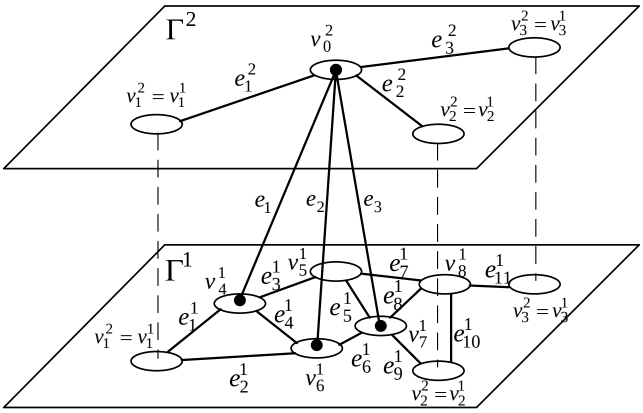

Рис. 3. Пример постановки задачи с использованием многослойного графа

Подграф Γ^2 содержит вершину v_0^2, соответствующую серверу услуг, и вершины v_i^2, соответствующие абонентам сети. Подграф Γ^2 имеет радиальную топологию.

Подграфы Γ^1 и Γ^2 связаны ребрами $E = \{e_j\}$, которые соединяют вершину v_0^2 и вершины v_i^1 подграфа Γ^1, в которых возможна установка серверов. Вершины, моделирующие абонентские узлы, в обоих подграфах совпадают. Ребрам подграфа Γ^1 приписываются веса, равные затратам на их использование. Ребрам E приписывается вес, равный затратам на установку оборудования сервера в узле сети; пропускные способности ребер E равны производительности сервера.

Необходимо найти: многослойный подграф MLG' исходного избыточного МСГ MLG, так чтобы вес MLG' был минимальный.

Суть решаемой задачи, с использованием математической модели многослойного графа, сводится к нахождению множества ребер и вершин, которые входят в состав результирующего МСГ MLG'. Таким образом, данная задача может быть сведена к задаче целочисленного линейного программирования, где в качестве целевой функции выступает суммарный вес результирующего МСГ, а в качестве ограничений:

– условия сохранения потока в узлах для графа Γ^1,

– равенство величин потока, вытекающего из абонентского узла в графе Γ^2 и графе Γ^1 (данное условие гарантирует, что величина трафика, передаваемого при обращении абонента к серверу, равна суммарному потоку, передаваемому между абонентом и узлами, где расположены серверы услуг),

– ограничение на максимально допустимую величину потока в ребрах МСГ MLG'.

Для решения данной задачи применяются ранее известные методы решения задач целочисленного линейного программирования.

Выводы

Структура телекоммуникационных систем является многоуровневой, которую можно разделить на два вида: организационная структура и технологическая. К организационной относится структура, в которой выделяются территориальнораспределенные фрагменты сети, выполняющие разные функции (WAN, MAN, LAN). Технологическая многоуровневая структура образуется наложенными сетями.

Современные мультисервисные телекоммуникационные системы требуют при своем проектировании определения ее структуры одновременно на нескольких ее уровнях (слоях), образуемых наложенными сетями. Для комплексного решения данной задачи в работе впервые предложено использовать математическую модель многослойного графа.

Математически многослойный граф представлен объектом теории множеств, который позволяет отображать основные свойства многослойных телекоммуникационных систем. Многослойный граф является дальнейшим развитием классических графов и отличается от них тем, что содержит множество графов, называемых слоями, и граф, соединяющий слои между собой. При этом для каждого ребра графа более высокого слоя должен существовать путь в графе нижележащего слоя.

Приведенная структура графа позволяет учитывать свойства многослойных сетей. С помощью этой модели впервые удалось отобразить логические и физические связи, имеющие место в реальных телекоммуникационных системах, что позволило учесть эти связи при проектировании систем в целом.

При постановке задач проектирования телекоммуникационных систем широко применяется потоковая модель, которая учитывает распреление потоков вдоль маршрутов передачи трафика и позволяет определить их величины для различных элементов системы. Потоковая модель также широко применяется для формулировки условий связности проектируемой сети. В то же время в случае описания структуры проектируемой телекоммуникационной системы многослойным графом ранее известная потоковыая модель требует коррекции. В работе были сформулированы условия сохранения потока (3), (4), (6), (7), (21) и получены выражения, описывающие зависимость величин потока, протекающего по ребрам многослойного графа.

Список литературы:

1. *Orlowski S., Koster A.M.C.A., Raack C., Wessäly R.* Two-layer network design by branch-and-cut featuring MIP-based heuristics // Proceedings of the 3rd International Network Optimization Conference (INOC 2007), Spa, Belgium – 2007. – P. 114–119.

2. *Capone, A., Carello, G., Matera, R.*, Multi-Layer Network Design with Multicast Traffic and Statistical Multiplexing // IEEE Global Telecommunications Conference (IEEE GLOBECOM), Washington, USA – 2007. – P. 2565–2570

3. *Агеев, Д.В.* Проектирование современных телекоммуникационных систем с использованием многоуровневых графов [Текст] / Д.В. Агеев // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2010. – № 4/2 (46). – С. 75 – 77.

4. *Агеев, Д.В.* Моделирование современных телекоммуникационных систем многослойными графами [Електронний ресурс] / Д.В. Агеев // Проблеми телекомунікацій. – 2010. – № 1 (1). – С. 23 – 34. – Режим доступу до журн.: http://pt.journal.kh.ua/2010/1/1/101_ageyev_simulation.pdf.