

## ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА КОНУСЕ С ПРОДОЛЬНЫМИ ЩЕЛЯМИ

Изучение рассеивающих свойств незамкнутых конусов представляет большой интерес как для теории, так и для практических приложений. Результаты исследований задачи возбуждения электрическим радиальным диполем идеально проводящего полубесконечного кругового конуса с периодически прорезанными вдоль образующих щелями приведены в [1]. Для решения этой граничной электродинамической задачи использовался подход, основанный на применении интегрального преобразования Конторовича-Лебедева и метода задачи Римана-Гильберта. Однако для исследования задач рассеяния электромагнитных волн на импедансных структурах его использование сопряжено с большими трудностями, в связи с чем и возникла идея сведения задачи к решению сингулярного интегрального уравнения с привлечением метода дискретных особенностей [2, 3]. В [2] описан прямой численно-аналитический метод решения парных интегральных уравнений широкого класса задач математической физики. Он основан на сведении парных интегральных уравнений к сингулярному интегральному уравнению первого рода на системе отрезков и последующем его решении прямым численным методом с использованием интерполяционных квадратур. Применение этого метода позволяет также исследовать задачи дифракции на плоских решетках из импедансных лент. В [3] описан алгоритм сведения задачи возбуждения конуса с одной продольной щелью к решению сингулярного интегрального уравнения с ядром типа Коши. Цель настоящей работы – построить алгоритм сведения задачи возбуждения магнитным радиальным диполем идеально проводящего полубесконечного кругового конуса с произвольным числом периодических продольных щелей к решению сингулярного интегрального уравнения и провести численный эксперимент.

## Постановка задачи. Функциональные уравнения

Пусть задан полубесконечный идеально проводящий круговой конус с периодически прорезанными  $N$  щелями вдоль образующих. Обозначим через  $2\gamma$  угол раскрыва конуса,  $l = \frac{2\pi}{N}$  – период структуры,  $d$  – ширину щелей ( $l$  и  $d$  – величины двугранных углов, которые образованы пересечением плоскостей, проведенных через ось конуса и ребра конических лент).

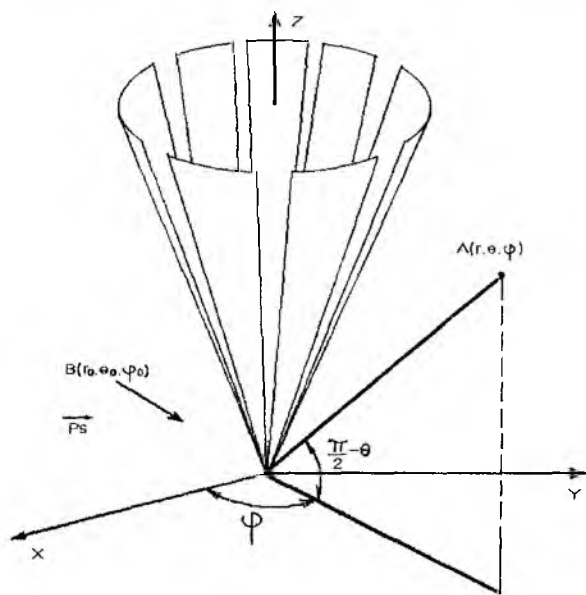


Рис. 1

Введем сферическую систему координат  $r, \theta, \varphi$  с началом в вершине конуса (рис.1), в которой конус определяется множеством точек:

$$\Sigma = \{r, \theta, \varphi\} \in R^3 : r \in [0, +\infty), \theta = \gamma, \varphi \in L\},$$

$$\text{где } L = \bigcup_{s=1}^N L_s; L_s = ((s-1)l + d/2, sl - d/2);$$

$$CL = [0, 2\pi] \setminus L.$$

Причем,  $L_s$  соответствует конической ленте с номером  $s$ . Поместим в точку  $B(r_0, \theta_0, \varphi_0)$  магнитный радиальный диполь с единичным моментом, поле которого меняется по закону  $\exp(i\omega t)$ . Полное поле  $\vec{E}, \vec{H}$ , которое представим в виде суммы поля диполя ( $\vec{E}_0$  и  $\vec{H}_0$ ) и рассеянного конусом поля ( $\vec{E}_p$  и  $\vec{H}_p$ ), удовлетворяет системе уравнений Максвелла, граничному условию обращения в нуль тангенциальной составляющей электрического поля на лентах конуса, условию на бесконечности, условию ограниченности энергии.

Задача в такой постановке имеет единственное решение. Для решения этой краевой электродинамической задачи удобно ввести магнитный потенциал Дебая, через который выражаются компо-

ненты электромагнитного поля [4]. Таким образом, требуется найти потенциал Дебая  $\mathcal{G}$ , удовлетворяющий однородному уравнению Гельмгольца вне конуса и источника, граничному условию Неймана на лентах конуса, принципу предельного поглощения и условию вблизи нерегулярностей границы (ребра лент, вершина конуса). Искомый потенциал  $\mathcal{U}$  представим в виде  $\mathcal{G} = \mathcal{G}_0 + \mathcal{G}_p$ , где

$$\mathcal{G}_0 = \frac{1}{r_0} \frac{e^{-ikR}}{R} \text{ -- потенциал Дебая для поля источника, } k \text{ -- волновое число, } \text{Im } k \leq 0, R = |\vec{r} - \vec{r}_0|, \mathcal{G}_p \text{ --}$$

потенциал для рассеянного поля.

Для решения второй краевой задачи математической физики для  $\mathcal{U}$  применим интегральное преобразование Контровича-Лебедева:

$$\hat{g}(\tau) = \int_0^{+\infty} g(r) \frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}} dr, \quad (1)$$

$$g(r) = -\frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \tau \text{sh}\pi\tau e^{\pi\tau} \hat{g}(\tau) \frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}} d\tau, \quad (2)$$

где  $H_{i\tau}^{(2)}(kr)$  -- функция Ханкеля второго рода.

Неизвестную функцию  $\mathcal{G}_p$  ищем в виде интеграла Контровича (1), (2):

$$\mathcal{G}_p = -\frac{1}{2} \int_0^{+\infty} \tau \text{sh}\pi\tau e^{\pi\tau} \frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr)}{\sqrt{r}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m(\tau, k) V_{m\tau}(\theta, \varphi) d\tau, \quad (3)$$

$$a_{m\tau} = \frac{(-1)^{m+1}}{r_0} \frac{\pi}{\text{ch}\pi\tau} e^{-im\varphi_0} \frac{\Gamma(\frac{1}{2} - m + i\tau)}{\Gamma(\frac{1}{2} + m + i\tau)} \frac{H_{i\tau}^{(2)}(kr_0)}{\sqrt{r_0}} P_{-1/2+i\tau}^m(-\cos\theta_0) \frac{d}{d\gamma} P_{-1/2+i\tau}^m(\cos\gamma),$$

$$V_{m\tau} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_{m,n}(\tau) \frac{P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\pm\cos\theta)}{\frac{d}{d\gamma} P_{-1/2+i\tau}^{m+nN}(\pm\cos\gamma)} e^{i(m+nN)\varphi}, \quad \gamma < \theta_0, \quad (4)$$

где  $\Gamma(z)$  -- гамма-функция;  $P_{i\tau}^m(\cos\theta)$  -- присоединенная функция Лежандра первого рода;  $x_{m,n}$  -- неизвестные коэффициенты;  $\nu = \frac{m}{N} - m_0$ ,  $-1/2 \leq \nu < 1/2$ ;  $m_0$  -- ближайшее к  $m/N$  целое число. В представлении (4) верхние знаки соответствуют области  $0 < \theta < \gamma$ , а нижние  $\gamma < \theta < \pi$ .

Для получения функциональных уравнений относительно  $x_{m,n}$  используем граничное условие на лентах конуса и условие сопряжения в щелях:

$$\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial \theta} = 0, \quad \theta = \gamma, \quad \varphi \in L, \quad (5)$$

$$\mathcal{G}^+ = \mathcal{G}^-, \quad \theta = \gamma, \quad \varphi \in CL, \quad (6)$$

где  $\mathcal{G}^{\pm} = \mathcal{G}|_{\theta=\gamma \pm 0}$ .

Применение условий (5), (6) (в силу периодичности структуры рассмотрим их на периоде) приводит к системе функциональных соотношений:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x_{m,n} e^{inN\varphi} = e^{im_0N\varphi}, \quad \varphi \in L_0: \frac{\pi d}{l} < |N\varphi| \leq \pi, \quad (7)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_n) x_{m,n} e^{inN\varphi} = 0, \quad \varphi \in CL_0: |N\varphi| \leq \frac{\pi d}{l}, \quad (8)$$

$$\frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} (1-\varepsilon_n) = \frac{(-1)^{(n+\nu)N+1} ch\pi\tau \Gamma(1/2+i\tau+(n+\nu)N)}{\pi(\sin\gamma)^2 \Gamma(1/2+i\tau-(n+\nu)N)} \times$$

$$\times \frac{1}{\frac{d}{d\gamma} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(\cos\gamma) \frac{d}{d\gamma} P_{-1/2+i\tau}^{(n+\nu)N}(-\cos\gamma)}. \quad (9)$$

При  $N(n+\nu) \gg 1$  для  $\varepsilon_n$  имеет место оценка:

$$\varepsilon_n = O\left(\frac{1}{N^2(n+\nu)^2}\right).$$

Функциональные соотношения (7), (8) в дальнейшем рассматриваются как уравнения для определения неизвестных коэффициентов  $x_{m,n}$ , которые находятся в гильбертовом пространстве последовательностей  $\{\xi_p\}$ :

$$\sum_{p=-\infty}^{+\infty} |\xi_p|^2 (1+|p|)^{-1} < +\infty.$$

### Сингулярное интегральное уравнение

После замены

$$\psi = -\frac{|\varphi|}{\varphi} \pi + N\varphi, \quad \eta_{m,n} = x_{m,n} (-1)^{n-m_0}, \quad \delta = \frac{l-d}{l} \pi \quad (10)$$

система (7), (8) преобразуется к виду:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \eta_{m,n} e^{in\psi} = e^{im_0\psi}, \quad \psi \in L_0: |\psi| < \delta, \quad (11)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} (1-\varepsilon_n) \eta_{m,n} e^{in\psi} = 0, \quad L_s: \delta < |\psi| \leq \pi. \quad (12)$$

Умножив обе части (12) на  $e^{i\nu\psi}$  и дифференцируя по  $\psi$ , имеем:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n|}{n} (1-\varepsilon_{m,n}) \eta_{m,n} e^{i(n+\nu)\psi} = 0, \quad \psi \in CL_0.$$

Поскольку при дифференцировании теряются коэффициенты, добавим дополнительное условие

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} (1-\varepsilon_{m,n}) (-1)^n \eta_{m,n} = 0,$$

которое получается из (12) при  $\psi = \pi$ . Таким образом, исходная электродинамическая задача свелась к решению следующей системы уравнений относительно  $\eta_{m,n}$ :

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \eta_{m,n} e^{in\psi} = e^{im_0\psi}, \quad \psi \in L_0, \quad (13)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n|}{n} (1-\varepsilon_{m,n}) \eta_{m,n} e^{i(n)\psi} = 0, \quad \psi \in CL_0, \quad (14)$$

с дополнительным условием

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{N(n+\nu)} \frac{|n|}{n} (1-\varepsilon_{m,n}) (-1)^n \eta_{m,n} = 0. \quad (15)$$

Введем в рассмотрение функцию:

$$F(\psi) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{|n|}{n} (1-\varepsilon_{m,n}) \eta_{m,n} e^{in\psi}, \quad \psi \in [-\pi, \pi]. \quad (16)$$

Из (14) следует, что:

$$F(\psi) = 0, \quad \psi \in CL_0. \quad (17)$$

Учитывая (15)-(17), выразим коэффициенты  $\eta_{m,n}$  через  $F(\psi)$ :

$$\eta_{m,n} = \frac{1}{2\pi} \frac{|n|}{n} (1 - \hat{\varepsilon}_{m,n}) \int_{L_0} F(\xi) e^{-in\xi} d\xi, \quad n \neq 0, \quad (18)$$

$$\eta_{m,0} = -\frac{1}{A_{m,\tau}^v} \frac{1}{2N\pi} \int_{L_0} F(\xi) \left( \frac{\pi e^{iv\xi}}{\sin \pi v} - \frac{1}{v} \right) d\xi, \quad A_{m,\tau}^v \equiv \frac{1}{N(n+v)} \frac{|n|}{n} (1 - \varepsilon_{m,n}) \Big|_{n=0},$$

где  $\frac{1}{1 - \varepsilon_{m,n}} \equiv 1 - \hat{\varepsilon}_{m,n}$ .

Принимая во внимание [5, 6]:

$$\sum_{n \neq 0} \frac{(-1)^n}{n+v} e^{-in\xi} = \frac{\pi e^{iv\xi}}{\sin \pi v} - \frac{1}{v},$$

$$\sum_{n \neq 0} \frac{|n|}{n} e^{in(\psi-\xi)} = -i \operatorname{ctg} \frac{\xi - \psi}{2},$$

из (13), (15), (18) получаем сингулярное интегральное уравнение (СИУ) с ядром Коши для функции  $F(\xi)$ :

$$\frac{1}{\pi} \int_L \frac{F(\xi)}{\xi - \psi} d\xi + \frac{1}{\pi} \int_L \overline{K(\xi, \psi)} F(\xi) d\xi = e^{im_0\psi}, \quad \psi \in L_0 \quad (19)$$

с дополнительным условием

$$\frac{1}{\pi} \int_{CL} F(\xi) d\xi = 0,$$

где  $K(\xi, \psi) = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{\xi - \psi}{2} - \frac{1}{\xi - \psi} - \frac{i}{2N} \left( \frac{\pi e^{iv\xi}}{\sin \pi v} - \frac{1}{v} \right) \frac{1}{A_{m,\tau}^v} - \frac{i}{2} \sum_{n \neq 0} \frac{|n|}{n} \hat{\varepsilon}_{m,n} e^{in(\psi-\xi)}$ .

Посредством замены  $\frac{\psi}{\delta} = t_0$  и  $\frac{\xi}{\delta} = t$  сведем интегрирование в (19) по промежутку  $(-1, 1)$ :

$$\begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{F(t)}{t - t_0} dt + \frac{\delta}{\pi} \int_{-1}^1 K(t, t_0) F(t) dt = i e^{im_0\delta t_0}, & |t_0| < 1 \\ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 F(t) dt = 0 \end{cases}, \quad (20)$$

где  $K(t, t_0) = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{t - t_0}{2} \delta - \frac{1}{(t - t_0)\delta} - \frac{i}{2N} \left( \frac{\pi e^{iv\delta t}}{\sin \pi v} - \frac{1}{v} \right) \frac{1}{A_{m,\tau}^v} - \frac{i}{2} \sum_{n \neq 0} \frac{|n|}{n} \hat{\varepsilon}_{m,n} e^{-in(t-t_0)}$ .

Рассмотрим случай осесимметричного возбуждения ( $\theta_0 = \pi$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $m = 0$ ) конуса с одной щелью ( $N = 1$ ,  $v = 0$ ). Учитывая, что

$$\lim_{v \rightarrow 0} \left( \frac{\pi}{\sin \pi v} - \frac{1}{v} e^{-iv\delta t} \right) = i\delta,$$

СИУ (20) переписывается в виде:

$$\begin{cases} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{F(t)}{t-t_0} dt + \frac{\delta}{\pi} \int_{-1}^1 K(t, t_0) F(t) dt = i, & |t_0| < 1 \\ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 F(t) dt = 0 \end{cases}, \quad (21)$$

где  $K(t, t_0)|_{v=0} = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \frac{t-t_0}{2} \delta - \frac{1}{(t-t_0)\delta} + \frac{1}{2} t \delta \frac{1}{A_\tau^v|_{v=0}} - \sum_{n=1}^{\infty} \hat{\varepsilon}_n|_{v=0} \sin n\delta(t-t_0)$ .

В этом случае:

$$\eta_0 = -\frac{i}{A_\tau} \frac{\delta^2}{2\pi} \int_{-1}^1 F(t) dt, \quad (22)$$

$$\eta_n = \frac{1}{2\pi} \frac{|n|}{n} (1 - \hat{\varepsilon}_n) \delta \int_{-1}^1 F(t) e^{-in\delta t} dt, \quad (23)$$

$$A_\tau^v|_{v=0} = -\frac{ch\pi\tau}{\pi \sin^2 \gamma} \frac{1}{\frac{d}{d\gamma} P_{-1/2+\tau}(\cos \gamma) \frac{d}{d\gamma} P_{-1/2+\tau}(\frac{\tau}{\gamma} \cos \gamma)}$$

### Численные результаты

Для решения СИУ (21) используем метод дискретных особенностей [2, 6]. Согласно этому методу СИУ (21) эквивалентна системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) вида:

$$\begin{cases} \sum_{p=1}^q \frac{V_q(t_p^q)}{t_p^q - t_{0j}^q} \frac{1}{q} + \delta \sum_{p=1}^q K(t_p^q, t_{0j}^q) V_q(t_p^q) \frac{1}{q} = i, & j = \overline{1, q-1} \\ \sum_{p=1}^q V_q(t_p^q) = 0 \end{cases}, \quad (24)$$

$$\sum_{p=1}^q V_q(t_p^q) = 0, \quad j = q, \quad (25)$$

где  $t_p^q = \cos \frac{2p-1}{2q} \pi$  – корни полинома Чебышева 1-го рода;  $t_{0j}^q = \cos \frac{j}{q} \pi$  – корни полинома Чебышева 2-го рода.

$$F(t) = \frac{V(t)}{\sqrt{1-t^2}}, \quad (26)$$

Принимая во внимание связь между  $F(t)$  и  $V(t)$  (26) и применяя квадратурную формулу Гаусса

$$\int_{-1}^1 \frac{f(t)}{\sqrt{1-t^2}} dt = \sum_{p=1}^q f(t_p^q) \frac{\pi}{q},$$

получаем формулы для вычисления коэффициентов  $\eta_0$  и  $\eta_n$ :

$$\eta_0 = -\frac{1}{A_\tau^v|_{v=0}} \frac{i\delta^2}{2} \sum_{p=1}^q V(t_p^q) t_p^q \frac{1}{q}, \quad (27)$$

$$\eta_n = \frac{1}{2} \frac{|n|}{n} (1 - \hat{\varepsilon}_n) \delta \sum_{p=1}^q V(t_p^q) e^{-in\delta t_p^q} \frac{1}{q}. \quad (28)$$

Решая СЛАУ (24), (25), находим  $V(t_p^q)$ , по которым определяем  $\eta_0$  и  $\eta_n$  (27), (28), связанные с искомыми коэффициентами  $x_n(d, \gamma, \tau)$  посредством соотношения (10). Исследуем зависимость  $x_n$  от параметров задачи. В таблице приведены значения коэффициентов  $x_n$  в зависимости от ширины

щели в случае конуса с одной щелью ( $N = 1, \tau = 1, \gamma = \frac{\pi}{8}$ ).

Таблица

$x_n \backslash d$	15°		35°		350°		359°	
x0	0,461534,	-9,32635ie <sup>-21</sup>	0,368127,	-1,0545ie <sup>-20</sup>	0,0003122,	-2,17034ie <sup>-23</sup>	3,12614e <sup>-06</sup> ,	-4,75435ie <sup>-28</sup>
x1	-0,536123,	9,75586ie <sup>-17</sup>	-0,617233,	1,05795ie <sup>-16</sup>	-0,00210983,	9,33418ie <sup>-21</sup>	-2,11449e <sup>-05</sup> ,	1,01913ie <sup>-21</sup>
x2	-0,5293,	4,71403ie <sup>-17</sup>	-0,57456,	7,2636ie <sup>-17</sup>	0,0038871,	-3,0774ie <sup>-20</sup>	3,90671e <sup>-05</sup> ,	1,00477ie <sup>-21</sup>
x3	-0,517882,	1,51123ie <sup>-17</sup>	-0,50675,	2,30636ie <sup>-17</sup>	-0,0057173,	5,63574ie <sup>-20</sup>	-5,77338e <sup>-05</sup> ,	9,20313ie <sup>-22</sup>
x4	-0,502147,	-6,60919ie <sup>-17</sup>	-0,418507,	-8,67238ie <sup>-17</sup>	0,0075352,	-1,2775ie <sup>-19</sup>	7,65965e <sup>-05</sup> ,	-1,18607ie <sup>-21</sup>
x5	-0,482329,	1,88262ie <sup>-16</sup>	-0,315695,	9,2823ie <sup>-17</sup>	-0,00931763,	2,11169ie <sup>-19</sup>	-9,55276e <sup>-05</sup> ,	1,1063ie <sup>-21</sup>
x6	-0,458577,	4,16875ie <sup>-16</sup>	-0,205323,	2,21983ie <sup>-16</sup>	0,0110506,	-2,28154ie <sup>-19</sup>	0,00011448,	-1,20046ie <sup>-21</sup>
x7	-0,431314,	2,57818ie <sup>-16</sup>	-0,094685,	-3,65922ie <sup>-16</sup>	-0,0127228,	2,93294ie <sup>-19</sup>	-0,0001335,	1,21391ie <sup>-21</sup>
x8	-0,400831,	-5,74405ie <sup>-16</sup>	0,009066,	-8,83195ie <sup>-16</sup>	0,014324,	-4,99664ie <sup>-19</sup>	0,00015243,	-1,50707ie <sup>-21</sup>
x9	-0,36744,	-1,36244ie <sup>-15</sup>	0,099583,	-2,65287ie <sup>-16</sup>	-0,0158449,	5,34165ie <sup>-19</sup>	-0,00017141,	1,84595ie <sup>-21</sup>
x10	-0,331683,	-3,62072ie <sup>-16</sup>	0,171657,	1,08953ie <sup>-15</sup>	0,0172767,	-8,01621ie <sup>-19</sup>	0,00019038,	-1,54399ie <sup>-21</sup>
x11	-0,293933,	8,34459ie <sup>-16</sup>	0,221596,	1,38152ie <sup>-15</sup>	-0,0186114,	9,61951ie <sup>-19</sup>	-0,00020934,	1,8665ie <sup>-21</sup>
x12	-0,25459,	1,93611ie <sup>-15</sup>	0,247459,	5,67961ie <sup>-17</sup>	0,0198417,	-8,57281ie <sup>-19</sup>	0,00022829,	-1,97214ie <sup>-21</sup>
x13	-0,214236,	1,73773ie <sup>-15</sup>	0,249135,	-1,13747ie <sup>-15</sup>	-0,0209609,	1,37938ie <sup>-18</sup>	-0,00024724,	2,0511ie <sup>-21</sup>
x14	-0,173358,	1,50512ie <sup>-15</sup>	0,228354,	-1,49144ie <sup>-15</sup>	0,0219629,	-1,08405ie <sup>-18</sup>	0,00026617,	-1,86691ie <sup>-21</sup>
x15	-0,132479,	3,95972ie <sup>-16</sup>	0,188556,	-1,43488ie <sup>-15</sup>	-0,0228427,	1,48376ie <sup>-18</sup>	-0,00028508,	2,77874ie <sup>-21</sup>
x16	-0,092039,	-7,11995ie <sup>-16</sup>	0,134444,	-6,31763ie <sup>-16</sup>	0,0235957,	-1,73584ie <sup>-18</sup>	0,00030398,	-2,53744ie <sup>-21</sup>
x17	-0,052533,	-8,01572ie <sup>-16</sup>	0,0715083,	1,11041ie <sup>-16</sup>	-0,0242182,	2,07546ie <sup>-18</sup>	-0,00032287,	3,53216ie <sup>-21</sup>
x18	-0,014465,	-1,40176ie <sup>-15</sup>	0,0057734,	1,29206ie <sup>-15</sup>	0,0247076,	-1,84056ie <sup>-18</sup>	0,00034173,	-3,75449ie <sup>-21</sup>
x19	0,021816,	-1,87698ie <sup>-15</sup>	-0,056986,	1,42086ie <sup>-15</sup>	-0,0250617,	2,19631ie <sup>-18</sup>	-0,00036058,	3,74348ie <sup>-21</sup>

Мнимые части коэффициентов по абсолютной величине пренебрежительно малы по сравнению с действительными, а в случае узкой конической ленты  $|x_0| < |x_n|$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots, 19$ . С уменьшением ширины ленты знаки действительных частей коэффициентов с разными номерами чередуются, а их модули убывают и в предельном случае узкой конической ленты ( $\delta = 1^\circ$ ,  $d = 359^\circ$ ) порядка  $10^{-4}$ . Это хорошо согласуется с асимптотиками для коэффициентов в случае узкой ленты ( $\delta \ll 1$ ) [7]:

$$x_0 \approx \frac{\sin^2 \frac{\pi\delta}{2}}{B_\tau + \sin^2 \frac{\pi\delta}{2}}, \quad x_n \approx \frac{(-1)^n}{1 - \varepsilon_n} n \frac{B_\tau \sin^2 \frac{\pi\delta}{2}}{B_\tau + \sin^2 \frac{\pi\delta}{2}},$$

$$B_\tau = \frac{1}{\pi \sin^2 \gamma P_{-1/2+i\tau}^1(\cos \gamma) P_{-1/2+i\tau}^1(\cos \gamma)}.$$

Зависимость  $|x_0|$  от ширины щели  $d$  при различных  $\gamma$  приведены на рис. 2 (при  $N = 1, \tau = 1$  получаем зависимости: 1)  $\gamma = 5^\circ$ , 2)  $\gamma = 30^\circ$ , 3)  $\gamma = 60^\circ$ , 4)  $\gamma = 90^\circ$ ). С увеличением ширины щели (уменьшение ширины конической ленты)  $|x_0(d)|$  монотонно убывает до нуля, причем для меньших углов полуоткрытия конуса  $\gamma$  кривые более пологие.

В отличие от  $|x_0(d)|$  график  $|x_1(d)|$  имеет максимум, который сдвигается с изменением  $\gamma$  (рис. 3. При  $N = 1, \tau = 1$ , показываем зависимости: 1)  $\gamma = 90^\circ$ , 2)  $\gamma = 60^\circ$ , 3)  $\gamma = 30^\circ$ , 4)  $\gamma = 5^\circ$ ).

Зависимость  $|x_0|$  и  $|x_1|$  от  $\gamma$  при различных  $d$  приведены на рис. 4 и 5 (1)  $d = 243^\circ$ , 2)  $d = 180^\circ$ , 3)  $d = 90^\circ$ , 4)  $d = 30^\circ$ ).

Характер изменения  $|x_2(d)|$  и  $|x_3(d)|$  при различных  $\gamma$  иллюстрируется на рис. 6 и 7 соответственно для  $N = 1, \tau = 1$ : 1)  $\gamma = 90^\circ$ , 2)  $\gamma = 60^\circ$ , 3)  $\gamma = 30^\circ$ , 4)  $\gamma = 5^\circ$ . С ростом номера коэффициентов увеличивается число максимумов и минимумов кривых, величины которых зависят от угла  $\gamma$ .

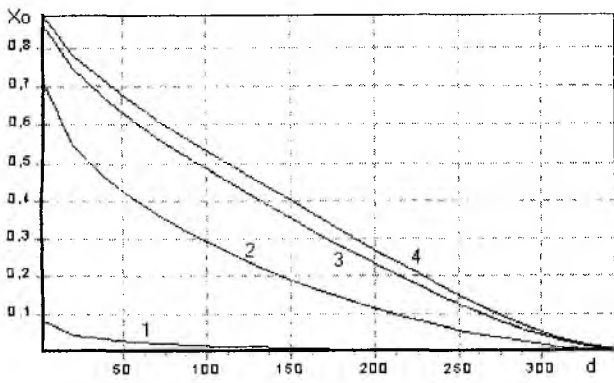


Рис.2

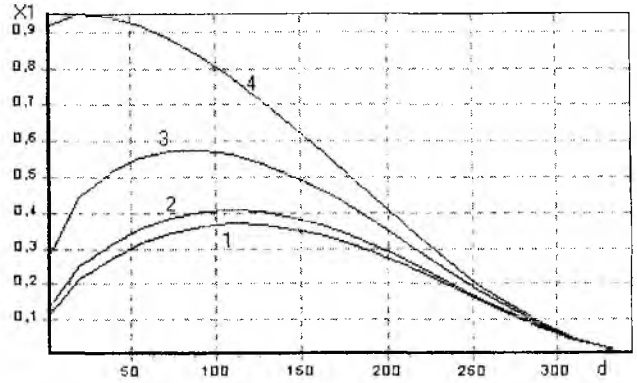


Рис.3

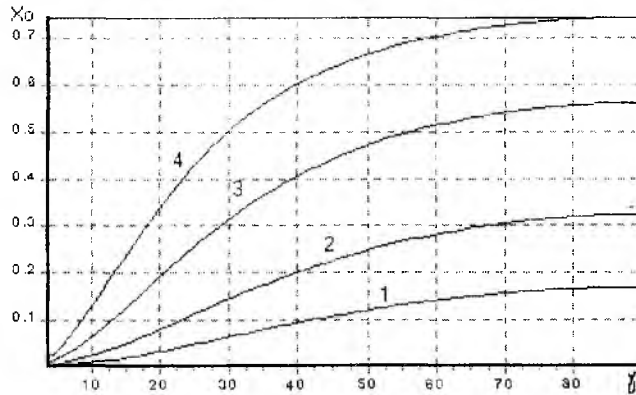


Рис.4

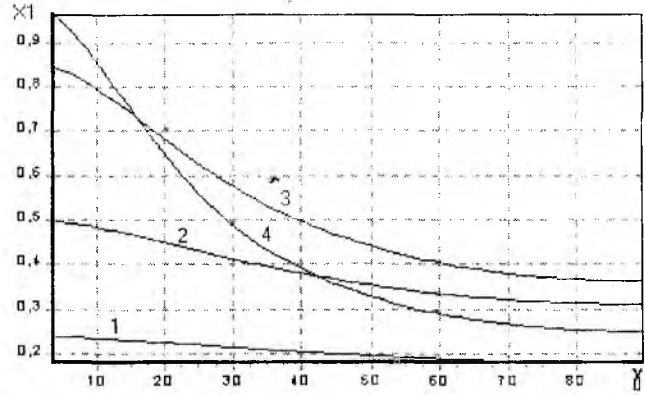


Рис.5

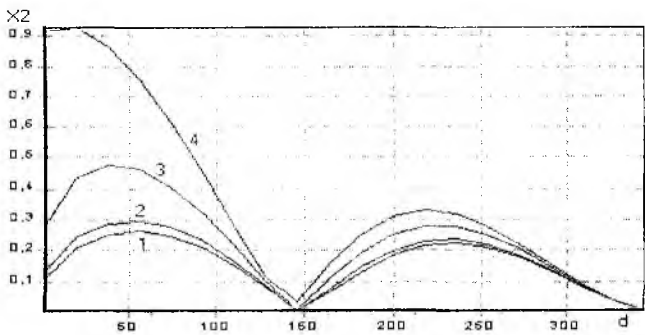


Рис.6

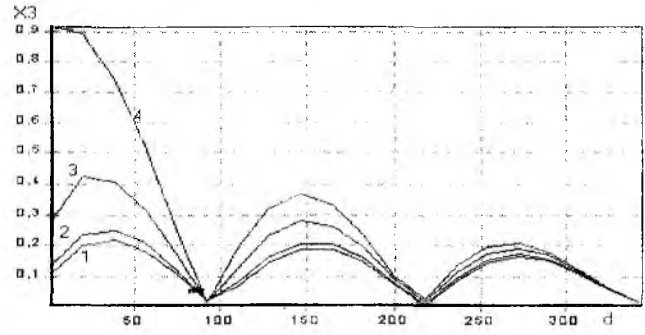


Рис.7

Сравнивая поведение  $|x_1(d)|$ ,  $|x_2(d)|$  и  $|x_3(d)|$  (рис. 3, 6, 7) заключаем, что с ростом номера  $x_n$  наблюдается сдвигка и уменьшение величин максимумов при соответствующих фиксированных значениях  $\gamma$ .

В работе предложен алгоритм решения задачи возбуждения полубесконечного идеально проводящего тонкого кругового конуса с произвольным числом периодических продольных щелей магнитным радиальным диполем. Он основан на сведении исходной электродинамической задачи к решению сингулярного интегрального уравнения с ядром типа Коши. Проведен численный эксперимент и анализ численных результатов для коэффициентов Фурье компонент электромагнитного поля в случае конуса с одной щелью. Исследована зависимость этих коэффициентов от параметров конической структуры. При фиксированной ширине щели абсолютные величины коэффициентов ненулевых гармоник растут с уменьшением угла раскрыва конуса. В предельном случае одной узкой ленты численные результаты хорошо согласуются с аналитическими.

**Список литературы:** 1. Дорошенко В. А., Кравченко В. Ф. Рассеяние поля электрического диполя на конической структуре с продольными щелями // Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45, № 7. С. 792-798. 2. Гандель Ю. В. Метод парных и сингулярных интегральных уравнений в задачах дифракции на ограниченных решетках // Электромагнитные явления. Харьков, 1998. Т. 1, № 12. С. 220-232. 3. Дорошенко В. А., Ремаева О. А. Интегральные уравнения в задаче возбуждения конуса с продольной щелью // Радиотехника. 2000. Вып. 113. С. 64-69. 4. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь. 1988. 440 с. 5. Шестопалов В. П. Метод задачи Римана-Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1971. 400 с. 6. Белоцерковский С. М., Лифанов И. К. Численные методы сингулярных интегральных уравнениях. М.: Наука, 1985. 256 с. 7. Дорошенко В. А. Возбуждение магнитным радиальным диполем конуса с продольными щелями // Радиотехника. 1992. Вып. 97. С. 54-61.

*Харьковский государственный технический  
университет радиоэлектроники*

*Поступила в редколлегию 29.11.2000*