УДК 681.518:004:912

А.Л. Ерохин

АЛГЕБРО-ЛОГИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ И ВИЗУАЛИЗАЦИИ НЕШТАТНЫХ СИТУАЦИЙ В СИСТЕМАХ С КАНАЛЬНОЙ СТРУКТУРОЙ

1. Введение

В статье рассматривается задача разработки алгебро-логических средств для идентификации и визуализации систем, в которых можно выделить множество уровней иерархии, сложную многоуровневую систему управления, сетевую архитектуру, гетерогенные узлы и каналы для транспорта целевого продукта и имеющих основную функцию – доставку целевого продукта по каналам системы. К таким системам относятся инженерные, электрические, информационные сети. Вопросы управления доставкой целевого продукта в таких системах при штатных (так называемых нормальных) режимах работы исследованы и практически реализованы в [1].

Нерешенными остаются проблемы по следующим направлениям:

— разработка концепции и формального аппарата, для идентификации и визуализации нештатной ситуации (вариативного поведения интеллектуальной системы) на основе моделей интеллекта, реализующих когнитивные и реактивные функции (функция внимания, сенсомоторные реакции);

— разработка методов и моделей визуализации нештатных ситуаций, активизирующих когнитивные функции человека-оператора и повышающих качество идентификации нештатной ситуации путем визуализации.

2. Постановка задачи визуализации нештатных ситуаций

При разработке первого направления в качестве отправной точки был положен вывод о том, что всякое устойчивое состояние системы является временным состоянием системы, т. е. относительно устойчивым. Абсолютная устойчивость любой системы является абстракцией [2].

Основу второго направления составили исследования инженерной психологии, которые установили, что наилучшим способом представления человеку-оператору информации о состоянии системы является визуализация режимов, поскольку такой подход позволяет активизировать когнитивные реакции человека, что повышает оперативность и качество принятия решения. Особенно эффективным такой подход становится при распознавании нештатной ситуации и выработке соответствующей реакции человеком-оператором. Психология мышления рассматривает два способа представления человеку информации — в виде последовательности символов и виде цельного образа (изображения), что в совокупности обеспечивает феномен человеческого мышления. Под визуализацией понимается построение модели представления информации человеку. На рис. 1 приведена классификация направлений визуализации и выделены предмет и объект исследования, а также указаны направления визуализации, позволяющие решить поставленные задачи: по задачам визуализации – функциональная визуализация; по способу представления информации человеку-оператору – 2D- и 3D-визуализация; по способу воздействия на операторские функции человека — когнитивная; по способу технической реализации – в виде непрерывно-дискретных отображений.

3. Исследование предметной области

Под нештатной ситуацией (НС) будем понимать такое отклонение параметров сложной системы, которое приводит к переходу системы от текущего дискретного состояния к другому, входящему во множество всех возможных состояний системы.

Для сложных систем с канальной структурой характерно наличие каналов, которые образуют множество входов-выходов, которые могут быть определены в системе по типам и структурам связей-отношений между подсистемами.

Каналы можно подразделить на системные (СК), которые состоят из множеств элементарных каналов (ЭК). Эволюция системы S в многомерном фазовом пространстве характеризуется множеством изменений в системе параметров их входов-выходов A и B, которые представлены их декартовым произведением подмножеств $S \subset A \times B$, где подмножество $A = \times\{V_i :\ i \in I_A\}$ – входной объект; $B = \times\{V_i :\ i \in I_B\}$ — выходной объект системы S. Рассмотрим свойства множеств ЭК:

— дискретности счетных множеств $a_i \in A$ и $b_j \in B$ в СК;

— взаимной сопряженности входов-выходов $a_i \in A$ и $b_j \in B$ для каждого ЭК w_{ij}, из чего вытекает изоморфизм и тождество отображений $a_i \leftrightarrow b_j$;

— информационной независимости ЭК $w_i \cap w_j = 0$, т. е. $a_i \cap a_j = 0$ и $b_i \cap b_j = 0$.

Для обработки многомерных и многозначных параметров сложных систем с канальной структурой будем рассматривать следующие векторы взаимодействий системы: $\overrightarrow{\varphi_I}$ — векторы технологических параметров со скалярными переменными $\Delta\varphi_I$; $\overrightarrow{\varsigma_J}$ — векторы корректировок параметров управ-

Рис. 1. Выбор объекта, предмета и способов визуализации нештатных ситуаций

ления со скалярными переменными $\Delta\varsigma_J$; $\overrightarrow{\theta_L}$ — векторы параметров планирования со скалярными переменными $\Delta\theta_L$; $\overline{\mu_L}$ — векторы корректировок параметров планирования со скалярными переменными $\Delta\mu_L$; $\vec{P}_{FS}$ — векторы, описывающие базовые операторские функции человека-оператора или лица, принимающего решения (психофизиологического состояния); ν_{FS} — векторы корректировок психофизиологического состояния.

Тогда необходимо определить линейно-независимый набор, включающий ограниченное число сигналов для построения модели сигналов с дискретным временем

$$a : Z_n \to R^m, \qquad (1)$$

где $Z_n = \{1, 2, ..., N\}$ — множество моментов времени.

Набор a представляется последовательностью

$$\begin{pmatrix} \varphi_I^1 \\ \Delta\varsigma_J^1 \\ \Delta\theta_L^1 \\ \Delta\mu_L^1 \\ P_{FS}^1 \\ \nu_{FS}^1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \varphi_I^2 \\ \Delta\varsigma_J^2 \\ \Delta\theta_L^2 \\ \Delta\mu_L^2 \\ P_{FS}^2 \\ \nu_{FS}^2 \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} \varphi_I^N \\ \Delta\varsigma_J^N \\ \Delta\theta_L^N \\ \Delta\mu_L^N \\ P_{FS}^N \\ \nu_{FS}^N \end{pmatrix}. \qquad (2)$$

В [2–4] предложена модель визуализации в виде флуктуационной капсулы параметров режимов сложной системы. Тогда основной задачей является разработка алгебро-логических средств, которые позволяют идентифицировать набор (2) и строить для него флуктуационную капсулу параметров.

4. Разработка алгебро-логических средств для идентификации и визуализации нештатных ситуаций

Используя аппарат алгебры конечных предикатов и предикатных операций Ю.П.Шабанова-Кушнаренко [5–8] разработаем алгебро-логические средства для идентификации и визуализации нештатных ситуаций.

Рассмотрим нештатную ситуацию в сложной системе. Множество нештатных ситуаций (НС) — открытое. Для открытого множества НС аксиоматически введем меру (метрику).

А1. Для случая, когда нештатная ситуация отсутствует, зададим топологию, как соответствие между входом и выходом (1 вход – 1 выход – инвариант тождества):

$$T = A * B, \qquad (3)$$

где A – алфавит, B – носитель топологии.

Если можно выделить m элементов, которые неизменны, то можно определить носитель топологии U. Если метрика четкая, то можно отнести данную ситуацию к нештатной ситуации класса A с образованием предикатного множества A.

А2. Для нештатной ситуации и системы с бифуркацией зададим соответствие 1 вход – n выходов. При этом, если входы и выходы нетождественны, то появляется нештатное состояние, которое определено ранее как НС. Тогда основная задача алгебры нештатных ситуаций (АНС) формулируется как распознавание и классификация этих несоответствий – нештатных ситуаций. Для упругой связи — метрика переменная (нечеткая), тогда данную ситуацию будем относить к нештатной ситуации класса $Б$. Предикатное множество класса B — это предикаты с размытыми составляющими. Если невозможно установить метрику, то данную ситуацию будем относить к нештатной ситуации класса C.

А3. При переходе флуктуационного параметра за границы предиката класса B его предикатная переменная переходит в предикатную переменную более высокого класса. В каждой из предикатных переменных есть дополнительные условия.

Рассмотрим свойства флуктуационной капсулы, которая была определена в [2–4]. Множество предельных траекторий динамической системы детерминированы замыканием или поверхностью многомерного шара. В каждом $(m-\kappa)$-мерном сечении по k-базовым координатам множества протекающих динамических процессов могут быть представлены детерминированными хаотическими процессами. При этом хаотические процессы отображаются на каждом $(m-\kappa)$-мерном сечении многомерного шара. Каждое из сечений в общем виде может рассматриваться как фазовое пространство, ограниченное собственными замыканиями и заполняемое множеством траекторий развития этих процессов. Внутренность n-мерного шара является спектром реализованных и не реализованных состояний относительно устойчивой СС.

Рассмотрим вопрос, связанный с поведением флуктуационной капсулы устойчивости системы с учетом критериев важности тех или иных флуктуаций, влияющих на поведение СС в возможных конфликтах «система — окружающая среда», «система — человек», «система — внутренняя среда». Введем конечный предикат узнавания нештатной ситуации

$$P(b_{kl}) = f'^{\,fb_{kl}}_{kl}; \quad P(b_{kl}) = 1\,\forall\,(kl) = (kl), \qquad (4)$$

где для всех параметров (kl) соответствующие фрагменты функции остаются внутри или вне многомерного шара или его сечения. Считаем, что для любого из (kl)-параметров, который выходит за пределы замыкания, предикат (4) принимает нулевое значение

$$\exists\ (kl) \to P(b_{kl}) = 0\,. \qquad (5)$$

Тогда для относительно устойчивого состояния значение предиката – единичное. В общем виде двумерная матрица, составленная из соответствующих предикатных переменных параметров, оставшихся внутри многомерного шара или вышедших за пределы его замыканий, будет состоять из единичных и нулевых элементов. Со временем число флуктуаций параметров, вышедших за пределы замыкания многомерного шара увеличивается и число нулевых значений предикатов также увеличивается. Учет структуры предполагает неравноценность каждого из параметров, которые определяются разными весовыми характеристиками.

Определение 1. Дизъюнктивно-конъюнктивной алгеброй нештатных ситуаций назовем алгебру предикатных операций с базисными операциями дизъюнкции и конъюнкции и базисными элементами – предикатами узнавания НС. Определенная алгебра является частным случаем дизъюнктивно-конъюнктивной алгебры предикатных операций. Теорема о ее полноте доказана в [9]. Рассмотрим основные задачи, которые решаются с помощью алгебры нештатных ситуаций:

1) формульная запись систем психофизиологических состояний при исследовании интеллектуальной деятельности человека-оператора;

2) выражение смысловой структуры вырабатываемого решения в процессе принятия решения человеком-оператором при нештатной ситуации;

3) построение моделей сложных систем при нештатных ситуациях с целью повышения оперативности принимаемого решения;

4) построение моделей флуктуационной капсулы параметров и на ее основе разработки методов и моделей визуализации нештатных ситуаций в системе с канальной структурой.

Наиболее быстродействующим техническим решением для заданного базиса является аппаратно-программное решение, основанное на пороговой логике.

5. Применение пороговых функций для идентификации нештатных ситуаций

Рассмотрим вопрос о построении пороговых вычислительных устройств для идентификации нештатных ситуаций в системе. Как известно из [9], простейшие пороговые устройства преобразуют n-мерный сигнал $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ в двухэлементное множество $\{0, 1\}$. При этом пороговая функция является двухзначной функцией, заданной на множестве A мощности n, которое состоит из всех векторов $(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n)$.

Двухзначная пороговая функция P выполняет разбиение множества A на два непересекающихся подмножества $A0$ и $A1$, где каждое подмножество состоит из тех векторов $(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \ldots, \vec{a}_n)$, для которых f принимает одно и то же значение. Рассмотрим

n-мерное евклидово пространство E_n, тогда векторы $(\vec{a_1}, \vec{a_2}, ..., \vec{a_n})$ образуют единичный многогранник (n-мерную сферу S_n), сводимую для удобства рассмотрения к n-мерному кубу S_n.

Отыщем способ разбиения единичной сферы S_n на два непересекающихся подмножества. Для этого выберем разбиение гиперплоскостью $\omega_1 a_1 + \omega_2 a_2 + ... + \omega_n a_n + \omega_0 = 0$, которая делит пространство E_n на две части:

$$E0 = \{(a_1, ... a_n) \in E_n, \omega_1 a_1 + \omega_2 a_2 + ... + \omega_n a_n + \omega_0 \leq 0\} \quad (6)$$

и

$$E1 = \{(a_1, ... a_n) \in E_n, \omega_1 a_1 + \omega_2 a_2 + ... + \omega_n a_n + \omega_0 > 0\}. \quad (7)$$

Множество вершин многомерного куба S_n разделяется на два подмножества $A0 = A \cap E0$ и $A1 = A \cap E1$.

Сформулируем задачу о разработке метода синтеза многозначных логических аппаратных и программных устройств для распознавания нештатных ситуаций в сложных интеллектуальных системах. Для этого необходимо определить все возможные пороговые разбиения множества вершин куба S_n с помощью гиперплоскостей. Рассмотрим варианты таких разбиений для следующих случаев:

1) двухзначный случай для распознавания наличия или отсутствия аварийного режима (k=2). Множество выхода $B_k = \{0,1\}$;

2) трехзначный случай для узнавания нормального режима, нештатной ситуации, аварийного режима (k = 3). Множество выхода $B_k = \{(0, \varepsilon, 1.0]\}$;

3) четырехзначный случай для узнавания нормального режима, нештатной ситуации, предаварийной ситуации и аварийного режима (k=4). Множество выхода $B_k = \{(0, \varepsilon, \Delta_1, 1.0]\}$;

4) k-значный случай для узнавания нормального режима, нештатной ситуации, r-предаварийных ситуаций и аварийного режима ($k = r + 3$). Множество выхода $B_k = \{(0, \varepsilon, \Delta_1, \Delta_2, ..., \Delta_r ... 1.0]\}$.

Рассмотрим случай k = 2. Множество A составлено из вершин квадрата (0,0), (1,0), (0,1), (1,1), причем каждую вершину можно отделить от трех остальных прямой. Так же пороговыми являются разбиения {(0,0), (1,0)}, {(0,0), (0,1)}, {(0,1), (1,1)}, {(1,1), (1,0)}. Для этого случая имеется готовый аппарат булевой алгебры конечных предикатов.

Рассмотрим более сложные случаи 2, 3 и 4.

Определим функцию P, как k-значный предикат со значениями в множестве выхода B_k. Тогда задача синтеза многозначного порогового элемента [10], который реализует k-значный конечный предикат $f(\vec{a_1}, \vec{a_2}, ..., \vec{a_n})$, формулируется следующим образом: для заданной функции f определить, является ли она пороговой и установить, по крайней мере, один из векторов ее структуры

$$W = \{\omega_1, ..., \omega_n, \omega_0\}, \quad (8)$$

где $\omega_1, ..., \omega_n$ — веса k-значных переменных из множества входа A; ω_0 — порог.

Зададим алфавит входной $A = \{a_1, ..., a_6\}$ векторов взаимодействий системы, т. е. факторов, которые определяют выполнение целевой функции системы, и алфавит выходной $B = \{(0, \varepsilon, \Delta_1, \Delta_2, ..., \Delta_r ... 1.0]\}$, состоящий из классов нормального режима, нештатных, предаварийных и аварийных ситуаций в сложной системе.

Тогда АНС задается как алгебра предикатных операций для выходного алфавита B, содержащего нечеткую переменную. Для обработки многомерных и многозначных параметров системы зададим входное множество векторов взаимодействий системы

$$A = \{a_1, ..., a_6\}, \quad (9)$$

где $a_1 = (\vec{\varphi_I})$ — множество векторов технологических параметров со скалярными переменными $\Delta\varphi_I$; $a_2 = (\vec{\varsigma_J})$ — множество векторов корректировок параметров управления со скалярными переменными $\Delta\varsigma_J$; $a_3 = (\vec{\theta_L})$ — множество векторов параметров планирования со скалярными переменными $\Delta\theta_L$; $a_4 = (\vec{\mu_L})$ — множество векторов корректировок параметров $(\vec{\varphi_I})$ — векторы технологических параметров со скалярными переменными $\Delta\varphi_I$; $a_5 = (\vec{P}_{FS})$ — множество векторов, описывающих базовые операторские функции лица, принимающего решения (психофизиологического состояние ЛПР); $a_6 = (\vec{\nu_{FS}})$ — множество векторов корректировок ПФС человека-оператора.

6. Моделирование стохастических процессов в сложной системе канального типа

Многие быстропротекающие процессы, происходящие в сложных системах, характеризуются динамическим изменением состояний, в том числе и не предусмотренных алгоритмами контроля, управления и принятия решений. Часто причинами изменений состояний являются случайные факторы. Моделирование стохастических процессов перехода системы в следующее состояние представляет большой интерес, т. к. позволяет разрабатывать новые подходы в прогнозировании нештатных ситуаций и принятии решений, а также позволяет разработать новые принципы распознавания НС на фоне помех и искажений в трактах передачи информации. Рассмотрим компактные множества состояний сложной системы с канальной структурой. Пусть ω_{ij} – элемент сечения входа системы, а ω^*_{ij} – элемент сечения выхода системы. Благодаря матричным формам изображения, поступающие на поверхность входа сложной системы с канальной структурой изображения, формируемые на поверхностях выхода, являются растровыми, состоящими из множества фрагментов. Поэтому матрицу W определим как входной растр изображения, а матрицу W^* — как выходной растр.

Метод моделирования стохастических процессов посредством преобразования первичных изображений основан на следующих принципах:

1) преобразование первичной информации на входной поверхности в растровую структуру входа W;

2) введение в передающий тракт элементарных каналов системы произвольных искажений, нарушающих регулярность положения координат элементов ω^*_{ij} относительно элементов ω_{ij};

3) формирование на выходной поверхности растровой структуры выхода W^* преобразованной информации.

При наличии комбинаторной нерегулярности нарушается правильность взаимных положений элементов ω^*_{ij} относительно ω_{ij} на выходной поверхности. При перемещении источника первичной информации на входной поверхности последовательно «засвечиваются» элементы $\omega_{2\text{-}1}$, $\omega_{2\text{-}2}$, $\omega_{2\text{-}3}$ поверхности, а на выходной поверхности формируется другая последовательность $\omega^*_{2\text{-}1}$, $\omega^*_{1\text{-}3}$, $\omega^*_{3\text{-}3}$, отличная от прямолинейной траектории. Увеличение числа элементов ω_{ij} в растрах W приводит к усложнению преобразований. Если на время остановить движение растра на входе, то на приемной поверхности сформируются несколько изображений. Они составляют упорядоченное множество Ω_1, которое описывается как эталонное, например, в виде семантического фрейма, который является по отношению к преобразованной семантике Ω_2 подсистемой. Для этого случая преобразования информации в модели можно рассматривать как некоторые отношения между подсистемой Ω_2 и надсистемой Ω_1, осуществляющие операции преобразования свойств.

После преобразования изображение на выходной поверхности системы представляет собой объединение неупорядоченных подмножеств разноокрашенных абстрактных фигур, степень непохожести которых по сравнению с эталонным изображением определяется количеством искажений в СК.

При неподвижном положении изображения на входе прямоугольная матрица R_c определяет вероятности перехода состояния. При этом прямоугольная матрица $R_c \subset R|^{\infty}$ выбирается из прямоугольной бесконечной матрицы, над которой могут быть произведены линейные преобразования. Наибольший интерес для моделирования вызывает обратная задача распознавания искаженной информации при наличии эталонного первичного изображения и матриц R_c.

Для формализации процесса преобразования изображений рассмотрим структуру растровых фрагментов первичных и преобразованных изображений с позиции теории множеств. При компактном объединении ω_{ij} (ω^*_{ij}) элементарных каналов образуются два типа размещения их поперечных сечений на входной или выходной поверхностях системы. Первый тип называется гексагональным. Зона плоскости между тремя соседними сечениями ω_{ij} не пропускает целевой продукт и эти зоны обозначим как φ_i. Второй тип размещения сечений на плоскости называется послойным или ленточным.

Пустые зоны ψ_i образуются при объединении четырех соседних сечений ω_{ij}. В этих терминах входной и выходной растры представляются объединением базовых элементов W, пропускающих поток целевого продукта (информации), и пустых (нулевых) элементов. Свойства множеств характеризуют их как топологическое хаусдорфово пространство (A, T) с дискретной топологией T. В дальнейшем все перестановки отдельных элементов ω_{ij} и ω^*_{ij} или подмножеств из этих элементов не изменяют топологии пространства (A, T) и могут считаться топологически подобными. Задание топологии дает возможность в дальнейшем определить основные типы комбинаторных и топологических преобразований между множествами W и W^*. Теоретико-множественный подход дает возможность при изучении моделей стохастических процессов определить все множества семантик, описывающих потоки исходной информации.

Рассмотрим применение предложенного метода для создания модели преобразований информации в системе. Перестановки $\{A_{ij}\} \leftrightarrow \{B_{kl}\}$ гомеоморфизмов определим как оператор K_3 преобразований. Рассмотрим модель преобразования информации в виде отображения пробразов входа на поверхности выхода сложной системы с канальной структурой. Поверхность выхода модели может рассматриваться, как фазовая, состоящая из шести гомеоморфизмов $\langle B\rangle = \bigcup_{r=1}^{6}\{B_r\}$, вложенных друг в друга в виде кольцеобразных фигур $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$.

Вход модели представляет собой объединение последовательно расположенных гомеоморфизмов $\langle AQ\rangle = \bigcup_{r=1}^{q}[A]_r$, которые сканируются полуплоскостью. Гомеоморфизмы на входе и выходе обладают следующими свойствами, выраженными в следующих утверждениях.

Утверждение 1. Каждый гомеоморфизм на входе $[A_i] \in \langle AQ\rangle$ и сопряженный ему гомеоморфизм на выходе $[B_k] \in \langle BQ\rangle$ имеют собственные локальные системы координат

$$\left[(a_{0i}, a_{j0} : \forall i, j = 1,2,\ldots);\ (b_{0l}, b_{k0} : \forall k, l = 1,2,\ldots)\right]_{A_i, B_k}. \quad (10)$$

Утверждение 2. Каждый гомеоморфизм входа относительно своего сопряженного гомеоморфизма на выходе $[A]_i \leftrightarrow [B]_k$ имеет свою систему отношений $[a_{ij} \leftrightarrow b_{kl}]_{A_i}$.

Утверждение 3. Каждый из системных каналов $[A]_i \leftrightarrow [B]_k$, образованный системой отношений $[a_{ij} \leftrightarrow b_{kl}]_{A_i}$, имеет свою комбинацию комбинаторных подстановок, которая определяется соответствующей матрицей .

С учетом операторов преобразований K_1 и K_2, модель преобразований элементарных каналов системного канала сложной системы может быть представлена в виде системы

$$\begin{cases} K_2 : \{A\}_p \equiv \bigcup\limits_i^m (a_i)_p \leftrightarrow \langle [\Omega][\bigcup[\Delta]] \rangle_p \; \forall (a_i) \leftrightarrow (b_i) \\ \bigcup\limits_{p=1}^{M} \{A\} p \xrightarrow{T, K_1} \bigcup\limits_{p=1}^{M} \{B^t\} p, \end{cases} \quad (11)$$

где K_2 — оператор комбинаторных перестановок внутри каждого из гомеоморфизмов $\{B^t\}_p$, образующих системный канал; K_1 — оператор комбинаторных перестановок самих гомеоморфизмов внутри системного канала (оператор преобразований информации входной информации); $[\Omega]$, $[\Delta]$ — топологические структуры дискретных элементов выхода, предикаты которых равны «1» и «0» соответственно. Полученная модель искажений используется для когнитивной визуализации параметров сложной системы путем формирования специальных образов, воздействующих на психофизиологическое состояние человека-оператора и предотвращающих развитие стресса монотонии у операторов.

7. Применение алгебры нештатных ситуаций

Рассмотрим применение алгебры нештатных ситуаций для идентификации НС. Каждый системный канал системы имеет конечное число образующих его элементарных каналов, что на входе и выходе образует структуру фиксированных и упорядоченных элементов. Упорядоченность взаимных положений элементов a_{kl}, b_{ij} определяется декартовым произведением пар чисел $(k \times l),(i \times j)$ относительно локальных систем координат.

Зададим локальную систему координат для матрицы A в виде ортогональных осей a_{1j} (для всех $i = 1,2,...n$) и a_{i1} (для всех $j = 1,2,...m$) с началом координат в элементе a_{11}. Соответственно для матрицы B координатные оси будут b_{1l} (для всех $i = 1,2,...n$) и b_{k1} (для всех $j = 1,2,...m$) с началом координат в b_{11}.

Прообраз входной информации представим как функцию новых координат a_{kl}, соотнесенных с собственной локальной системой:

$$F'(x,y) \supset f_{kl}(x,y) \cong f'(w_{kl}) \equiv f'(a_{kl}) \in (A),$$

$$K_1 : F(x,y) \approx F'(x,y) \equiv \bigcup_{a_{kl} \in A} f(a_{kl}). \quad (12)$$

Представим прообраз в виде системы конечных предикатов $\left(a_{ij}^{f_{ij}}\right)$ с элементами разложения по строке исходной системы координат:

$$F'_A(x,y) = \bigcup_{i=1}^{m} \left(a_{i1}^{f'_{i1}} \vee a_{i2}^{f'_{i2}} \vee ... \vee a_{in}^{f'_{in}}\right). \quad (13)$$

Аналогично для разложения по столбцам в этой же системе координат

$$F'_A(x,y) = \bigcup_{j=1}^{n} \left(a_{1j}^{f'_{1j}} \vee a_{2j}^{f'_{2j}} \vee ... \vee a_{nj}^{f'_{nj}}\right). \quad (14)$$

Введем предикат $P(f_{ij}) = \left(a_{ij}^{f_{ij}}\right)$ узнавания нарушения регулярности переменной f_{ij}, заданной по константе a_{ij}. При выполнении условия совпадения координат (i,j) положений переменной и константы в матрице получим предикат

$$P(f_{ij}) = \left(a_{ij}^{f_{ij}}\right) = 1, \quad \forall \ (f_{ij}) \in F(x,y). \quad (15)$$

При расхождении координат переменной f_{kl} с константой a_{ij} получим предикат

$$P(f_{kl}) = (a_{ij}^{f_{kl}}) = 0, \quad \forall \ (f_{kl}) \in F(x,y). \quad (16)$$

Определим области существования предикатов (15) и (16) как

$$\exists f_{ij} P(f_{ij}) = \bigvee_{(fij) \in M^2} {}^* P(f_{ij}). \quad (17)$$

Тогда для любого СК выполняется условие фиксации элементов a_{ij} на A и всегда выполняется условие (15). Тогда областью существования систем предикатов для входа будет вся матрица единичных элементов:

$$\exists_{(A)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & . & . & . & 1 \\ 1 & 1 & 1 & . & . & . & 1 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & 1 & 1 & . & . & . & 1 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Утверждение 4. Фиксация $a_{ij} \in A$, а также (17) и (18) позволяют сделать вывод о том, что само множество A является инвариантной системой предикатов, которое не изменяется во время линейных преобразований относительно базовой системы координат.

Для входа A всегда выполняется условие (15) и областью существования любой $F(x,y)$, заданной на области $M^2 = \left[\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{n} f_{ij}\right]$, является вся матрица A.

Это объясняется тем, что при любых аффинных преобразованиях локальной системы или базовой системы координат эти системы с точностью до элемента могут быть соединены между собою без нарушения упорядоченности. Покажем, что правило инвариантности системы входа выполняется всегда. Для этого выберем теперь в качестве входа множество B в локальной системе координат и на нем будем отображать исходную информацию $F(x,y)$. Прообраз $F_B'(x,y)$ разложим построчно на дискретные элементы из конечных предикатов:

$$F(x,y) \approx F_B'(x,y) = \bigcup_{i=1}^{m}\left(b_{i1}^{f'_{i1}} \vee b_{i2}^{f'_{i2}} \vee \ldots \vee b_{in}^{f'_{in}}\right). \quad (19)$$

Аналогично для условия совпадения координат (i,j) элементов предиката узнавания

$$P\left(f'_{ij}\right) = \left(b_{ij}^{f'_{ij}}\right) = 1, \quad (20)$$

при расхождении координат $(i,j) \neq (k,l)$

$$P\left(f'_{ij}\right) = \left(b_{kl}^{f_{ij}}\right) = 0. \quad (21)$$

Квантор существования для предикатов (19) имеет вид

$$\exists f'_{ij}.P\left(f'_{ij}\right) = \underset{(f_{ij}) \in M^2}{\vee}{}^{*} P\left(f'_{ij}\right). \quad (22)$$

В логическом пространстве прообраз $F'(x,y)$ может быть представлен в виде

$$F_B'(x,y) = \underset{(f'ij) \in M^2}{\vee}{}^{*}\left(b_{kl}^{f'kl}\right).$$

Переменная f'_{kl} покоординатно совпадает с константами b_{kl}.

Утверждение 5. Областью существования систем предикатов на множестве B также будет вся область M^2 на основании (3.31). Если матрица B выбрана в качестве входа, то

$$\exists_{(B)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & . & . & . & 1 \\ 1 & 1 & 1 & . & . & . & 1 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & 1 & 1 & . & . & . & 1 \end{pmatrix}, \quad (24)$$

т. е. матрица B является инвариантом.

Рассмотрим оператор K_2 передачи фрагментов прообразов информации со входа A на выход B:

$$\bigcup_{i,j \in M_{(A)}} f'_{ij}(x,y) \to \bigcup_{k,l \in M_{(B)}} f^{*}_{kl}(x,y) \cong$$

$$\cong \bigcup_{i,j \in M_{(A)}} f'\left(w_{ij}\right) \to \bigcup_{kl \in M_{(B)}} f^{*}\left(w_{kl}\right). \quad (25)$$

Утверждение 6. Если на всем пространстве M^2 для элементов $a_{ij} \in A$ и $b_{kl} \in B$ выполняются соответственно условия (15) и (20), то оператор K_2 не выполняет условия упорядоченности при передаче фрагмента информации из информационных каналов w_{ij}.

С учетом принципа сопряженности выражение (23) может быть представлено в виде

$$\bigcup_{i,j \in M_{(A)}^{2}} f'\left(w_{ij}\right) \underset{K_2^{-1}}{\overset{K_2}{\leftrightarrow}} \bigcup_{k,l \in M_{(B)}^{2}} f^{*}\left(w_{kl}\right), \quad (26)$$

при этом $K_2^{-1} \times K_2 = 1$.

Определим отношения между элементами входа-выхода при условии, что при преобразовании K_2 происходит нарушение упорядоченности соединенных элементов. Можно утверждать, что локальные системы координат неэквивалентны друг другу и не могут быть соединены с помощью аффинных преобразований.

Таким образом, в системе передачи информации в СК существуют преобразования перестановок, а квантор существования (22) будет составлен из конечного числа единиц и нулей. На основе принципов информационной независимости и сопряженности представим отношение между входом и выходом в виде:

$$K_2 : (A) \to (B) \;\; K_2^{-1} : (A) \leftarrow (B), \quad (27)$$

$$\left(k_{ij}\right) \in K_2 : \left(a_{ij}\right) \leftrightarrow \left(b_{ij}\right) \;\Rightarrow\; a_{ij}^{f_{ij}} \leftrightarrow b_{ij}^{f_{ij}}. \quad (28)$$

Рассмотрим предикатную переменную $P\left(b_{ij}\right) = a_{ij}^{b_{ij}}$ соответствия условию регулярности, которая логически связывает между собою элементы входа с соединенными с ними элементами выхода. При этом совпадение координатных пар чисел (i,j) определяет равенство предиката единице

$$P\left(b_{ij}\right) = 1, \quad (29)$$

а при расхождении $(i,j) \neq (k,l)$ – равенство нулю

$$P\left(b_{ij}\right) = 0. \quad (30)$$

Матрица предикатных переменных определяет взаимное соответствие (или несоответствие) элементов входа-выхода:

$$\left[P\left(b_{ij}\right)\right] = \begin{bmatrix} P(b_{11}) & P(b_{12}) & \ldots & P(b_{1n}) \\ P(b_{21}) & P(b_{22}) & \ldots & P(b_{2n}) \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ P(b_{m1}) & P(b_{m2}) & \ldots & P(b_{mn}) \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Рассмотрим случай, когда все $P\left(f'_{ij}\right) = \left(b_{ij}^{f'_{ij}}\right) = 1$. Согласно принципа сопряженности между соответствующими элементами входа-выхода получаем две эквивалентных системы конечных предикатов при условии совпадения их локальных систем координат:

$$\bigcup_{i=1}^{m}\left(\bigvee_{j=1}^{n} a_{ij}^{f_{ij}}\right) \approx \bigcup_{i=1}^{m}\left(\bigvee_{j=1}^{n} b_{ij}^{f_{ij}}\right). \quad (32)$$

Если для всех элементов входа-выхода СК выполняется указанное условие, то матрица (3.41) состоит из одних единиц, в этом случае получим модель СК, которая адекватно передает информацию со своего входа на выход. При этом сформированный образ с точностью до изоморфного элемента адекватен прообразу $F'(x,y) \approx F^*(x,y) \approx F(x,y)$.

Рассмотрим случай, когда все

$$P\left(f'_{ij}\right) = \left(b_{kl}^{f_{ij}}\right) = 0\,.$$

Из (27) получаем $a_{ij}^{f_{ij}} \leftrightarrow b_{kl}^{f_{ij}}$, при фиксированных в локальной системе координат константах a_{ij} и b_{kl} соответственно получаем, что для одного и того же фрагмента f_{ij} его локализации на входе и выходе разная. В системе координат b_{1l} (для всех $i = 1,2,...n$) и b_{k1} (для всех $j = 1,2,...m$) на B получим упорядоченное множество (3.41) нулевых элементов:

$$\exists b_{kl} P(b_{kl}) = \bigvee_{(b_{kl}) \in M^2} \left[P(b_{kl} \equiv 0)\right]. \quad (33)$$

Утверждение 7. Если для всех $(b_{kl}) \in B$ выполняется условие $P\left(f'_{ij}\right) = \left(b_{kl}^{f_{ij}}\right) = 0$, то матрица (31) содержит только нулевые элементы. Ни один из элементов, которые составляют предикатную переменную $\left(a_{ij}^{f_{ij}}\right)$ входа и являются упорядоченными в локальной системе координат a_{1j} (для всех $i = 1,2,...n$) и a_{i1} (для всех $j = 1,2,...m$), не совпадает ни с одним из элементов выхода $\left(b_{kl}^{f_{ij}}\right)$ в этой же системе.

На матрице B указанный фрагмент f'_{kl} на своем носителе b_{kl} может занять любое из положений. При этом для всех $b_{ij} = a_{ij}$ предикат $P\left(b_{ij}\right) = 1$ и соответствующие фрагменты прообразов и образов эквивалентны исходной информации:

$$f(x,y) \approx f'\left(a_{ij}\right) \equiv f^*\left(b_{ij}\right). \quad (34)$$

Для всех несовпадающих покоординатно элементов $b_{kl} \neq a_{ij}$ соответствующий предикат $P\left(b_{kl}\right) = 0$, и между фрагментами прообразов-образов в системе координат a_{1j} (для всех $i = 1,2,...n$) и a_{i1} (для всех $j = 1,2,...m$) адекватность будет доказана:

$$f(x,y) \approx f'\left(a_{ij}\right) \neq f^*\left(b_{kl}\right). \quad (35)$$

В общем виде область существования системы предикатов (19) будет иметь вид

$$\exists b_{ij} P\left(b_{ij}\right) = \bigvee_{(b) \in M^2} P\left(b_{ij}\right) = \bigvee_{(b) \in M^2} \begin{bmatrix} P\left(b_{ij}\right) \equiv 1 \\ P\left(b_{kl}\right) \equiv 0 \end{bmatrix}, \quad (36)$$

а логическая матрица, которая характеризует квантор существования предикатов, будет состоять из некоторого числа единиц и нулей, которые занимают соответствующие позиции в матрице (24). Как логическая матрица (18), обусловленная квантором существования (17), так и область существования (36) определяет инвариантность матрицы

$$\exists_{(B)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Выражения (36) и (37) являются преобразованиями подстановок. При дальнейшем анализе свойств преобразований подстановок будем пользоваться свойством инвариантности указанных матриц.

Рассмотрим формальную модель искажений в системном канале для случаев статической и динамически изменяющейся информации. Для динамически изменяющейся информации получаем вариант стохастического процесса. Сформируем проективным способом первичную информацию $F(X,Y)$ на поверхности входа A. В соответствии с принятым ранее допущением, что указанная поверхность является растром, на ней происходит преобразование информации во множество дискретных, упорядоченно расположенных фрагментов f_{ij}, заданных на носителях $a_{ij} \in A$. По определению на A формируется растровое подобие $F_1(X,Y)$.

После комбинаторной кодировки $F_1(X,Y)$ на поверхности B формируется закодированная информация $F^*(X,Y)$ в виде

$$F^*(xy) = \bigcup_{(kl) \in M} f^*_{kl}. \quad (38)$$

Между $F_1(X,Y)$ и $F^*(X,Y)$ существуют определенные отношения, которые могут быть заданы в форме таблицы отношений $(a_{11}^{bij}, a_{12}^{bke}, ..., a_{mn}^{bps})$, $(a_{11}^{bij}, a_{12}^{bpn}, ..., a_{ij}^{bps})$ с сохранением принципа взаимной однозначности. Запишем первичный растровый образ информации в виде системы

$$F_1(X,Y) = \bigcup_{i=1}^{m} \left(a_{i1}^{fi1} \vee a_{i2}^{fi2} \vee \dots \vee a_{in}^{fin}\right) \quad (39)$$

с элементами разложения по строке. Аналогичная запись может быть представлена и для разложения по столбцам базисных координат

$$F_1(X,Y) = \bigcup_{i=1}^{m} \left(a_{1j}^{f1j} \vee a_{2j}^{f2j} \vee \dots \vee a_{mj}^{fmj}\right). \quad (40)$$

При фиксированном положении ($a_{ij} \in \{A\}$) фиксируется также фрагмент (f_{ij}) в границах области метрического пространства

$$M^2 = \left[\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} f_{ij} \right]. \qquad (41)$$

Введем предикат узнавания регулярности переменной (f_{ij}), заданной по константе (a_{ij}). Определим, что при условии совпадения координат положения (i, j) предикат

$$P(f_{ij}) = (a_{ij}^{f_{ij}}) = 1\ .$$

Для (f_{ij}) $\in F_1(X,Y) \subset M^2$ с несовпадающими координатами (kl) и (ij) предикат

$$P(f_{kl}) = (a_{ij}^{f_{kl}}) = 0\ . \qquad (43)$$

Определим теперь область существования предикатных уравнений (39) или (40), используя квантор существования (17). Как было показано выше, при фиксации элементов $a_{ij} \in A$ выполняется условие (42). Тогда (17) выполняется всюду на A.

Утверждение 8. Областью существования систем предикатов для растровой поверхности A будет являться вся область M^2 и квантор существования (18). Операция квантирования позволяет абстрагироваться от реальных изменений информации $F(X, Y)$ переводом ее фрагментов f_{ij}, из метрического в логическое пространство. Это заметно упрощает процесс исследований областей квантирования преобразованных систем предикатов $P\ (f^*_{kl})$. Аналогичные выводы относятся и к растровой структуре B. Рассмотрим систему

$$F^*(X,Y) = \bigcup_{k=1}^{m} (\bigvee_{l=1}^{n} * b_{kl}^{f^*_{kl}})\ . \qquad (44)$$

Заметим, что формирование кодированного изображения на B осуществляется в локальной системе координат, заданной в третьем разделе, т. е. при замене направления кодировки входной системой будет становиться поверхность B. Инвариантность систем (39), (40) и (44) является математическим подтверждением того, что возможна и задача декодирования информации $f^*_{ij} \in F^*(X, Y)$ в исходную $f_{ij} \in F_1(X,Y)$.

Искажение информации в СК осуществляется за счет операторов комбинаторной перестановки элементов приемного A в сопряженные им элементы выходного растра B

$$a_{ij} \overset{Kkl}{\leftrightarrow} b_{kl}\ . \qquad (45)$$

Операторы K_{kl} являются сопряженными

$$K_{kl} = \overline{K_{ij}}\ . \qquad (46)$$

Составим матрицу узнавания регулярности

$$\left[a_{kl}^{bkl} \right] = \begin{pmatrix} a_{11}^{b_{1j}} & a_{12}^{b_{11}} & \dots & a_{1n}^{b_{ps}} \\ a_{21}^{b_{12}} & a_{22}^{b_{22}} & \dots & a_{2n}^{b_{ke}} \\ . & . & . & . \\ a_{m1}^{b_{m1}} & \dots & \dots & a_{mn}^{b_{n}} \end{pmatrix}. \qquad (47)$$

Рассмотрим случай, когда все $P(b_{kl})$=1, что соответствует отсутствию процесса возникновения нештатной ситуации. Согласно свойства сопряженности между соответствующими элементами входа—выхода получаем две эквивалентные растровые системы, соответствующие (32). Случаю, когда все $P(b_{kl})$=0 на поверхности B, соответствует (33). Для исследования нас будут интересовать случаи, когда значения предикатов

$$\begin{cases} P(b_{ij}) = 1 & \text{для всех} \quad b_{ij} = a_{ij} \\ P(b_{kl}) = 0 & \text{для всех} \quad b_{kl} \neq a_{kl}\ . \end{cases} \qquad (48)$$

Тогда область существования системы предикатов (48):

$$\exists b_{ij} P(b_{ij}) = \bigvee_{(b_{ij}) \in M^2} P(b_{ij}) = \bigvee_{\substack{(b_{ij}) \in M^2 \\ (b_{ke}) \in M^2}} \begin{bmatrix} P(b_{ij}) \equiv 1 \\ P(b_{ke}) \equiv 0 \end{bmatrix} \qquad (49)$$

и логическая матрица, характеризующая квантор существования предикатов, будет составлена из существующего числа бинарных позиций, занимающих соответствующие позиции в матрице

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & 1 & 0 & . & . & 0 \\ 1 & 0 & 1 & . & . & 1 \end{pmatrix}. \qquad (50)$$

При дальнейшей идентификации полностью игнорируются действительные положения фрагментов f^*_{kl} считая, что вероятность их размещения в области

$$\Omega_0 = \left[\bigcup_{(b_{ke}) \in M^2} P(b_{ke}) \equiv 0 \right] \qquad (51)$$

произвольная (например, равномерная).

Тогда область единичных предикатов образует множество

$$\Omega_1 = \left[\bigcup_{(b_{ij}) \in M^2} P(b_{ij}) \equiv 1 \right]. \qquad (52)$$

Матрицу (50) можно представить в виде объединения двух подмножеств (49) и (52)

$$\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_1\ . \qquad (53)$$

При этом множества Ω_1 характеризуют область неискаженных фрагментов информации (f_{ij}) относительно эквивалентных им (f^*_{ij})

$$f_{ij} \sim f^*_{ij} \forall P(b_{ij}) \in \Omega_1\ . \qquad (54)$$

Указанные фрагменты также являются инвариантными как для растра *A*, так и для растра *B* при любых линейных преобразованиях над ними.

8. Выводы

В результате проведенных исследований получено новое решение актуальной научной проблемы отображения многомерной динамической информации в виде интеллектуальных методов и средств визуализации нештатных ситуаций в сложных человеко-машинных системах с канальной структурой. Также получили дальнейшее развитие формальные модели преобразования информации в элементарных и системных каналах сложной системы при нештатных ситуациях на основе комбинаторных и топологических преобразований растровой двумерной информации входа системного канала, что дало возможность разработать методы моделирования нештатных ситуаций в системе. Обоснован метод визуализации нештатных ситуаций в сложной системе с канальной структурой, основанный на алгебре нештатных ситуаций и методах пороговой логики, которые используются для построения флукуационной капсулы визуализации параметров режимов системы.

Список литературы: 1. *Современные* проблемы надежности систем энергетики: модели, рыночные отношения, управление реконструкцией и развитием / Манов Н.А., Сеннова Е.В., Сухарев М.Г. и др. – М.: ГУП Издательство «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И.М.Губкина, 2000. – 374 с. *2. Бондаренко М.В., Єрохін А.Л.* Про моделі позаштатної поведінки інтелектуальних систем // Проблеми біоніки. Вип. 60. 2004. — С. 7–16. 3. *Ерохин А.Л., Бурцев В.Н.* Формализация сложноорганизованных систем и распознавание аварийных ситуаций. Сообщение 1 // Бионика интеллекта. №1(61). 2004. — С. 74–77. 4. *Ерохин А.Л., Бурце В.Н.* Формализация сложноорганизованных систем и распознавание аварийных ситуаций. Сообщение 2 // Бионика интеллекта. № 1(62). 2005. — С. 15–18. 5. *Шабанов-Кушнаренко Ю.П.* Теория интеллекта. Математические средства. – Харьков: Вища школа, 1987. – 159 с. 6. *Шабанов-Кушнаренко Ю.П.* Теория интеллекта. Проблемы и перспективы. – Харьков: Вища школа, 1984. – 142 с. 7. *Шабанов-Кушнаренко Ю.П.* Теория интеллекта. Технические средства. – Харьков: Вища школа, 1986. – 136 с. 8. *Бондаренко М.Ф., Шабанов-Кушнаренко С.Ю.* Теория цветового зрения: Монография. – Харьков: ХНУРЭ, 2002. – 208 с. 9. *Дертоузос М.* Пороговая логика: Пер. с англ. – М.: Мир, 1967. – 342 с. 10. *Айзенберг Н.Н., Иваськив Ю.Л.* Многозначная пороговая логика. — К.: Наукова думка, 1977. – 148 с.

Поступила в редколлегию 02.11.2005