

СРЕДНЯЯ ДОБРОТНОСТЬ И СРЕДНИЙ КНД ЛИНЕЙНОЙ АНТЕННЫ

Известно, что у антенны конечных размеров путем выбора соответствующего амплитудно-фазового распределения (АФР) источников можно сформировать диаграмму направленности (ДН), сколь угодно близкую к любой наперед заданной, а также получить сколь угодно большой коэффициент направленного действия (КНД). Однако, наряду с уникальными направленными свойствами у неё при этом появляется и ряд нежелательных качеств, характерных для так называемых сверхнаправленных антенн: низкий КПД, узкая полоса пропускания, низкая эффективность излучения, чрезвычайная чувствительность к флуктуациям АФР. Амплитудно-фазовое распределение таких антенн имеет быстроосциллирующий характер с большими амплитудами этих осцилляций. Создание подобных АФР сопровождается значительным ростом реактивной мощности, концентрирующейся вблизи антенны [1-4], а следовательно, и ростом её добротности Q , которая определяется как отношение запасенной реактивной мощности к мощности излучения. Поскольку антенну можно рассматривать как открытый резонатор, то возрастание её добротности неминуемо ведёт к появлению указанных выше отрицательных черт. В [5,6] показано, что $\lg Q$, например для линейной антенны, прямо пропорционален величине КНД. Отсюда ясно, что при бесконечном увеличении КНД добротность также бесконечно растёт и, чтобы ограничить проявление отрицательных черт сверхнаправленности, при синтезе антенны достаточно ввести ограничения на какой либо параметр, характеризующий её реактивность. Довольно часто [7,8] в качестве таких параметров используют добротность Q или коэффициент сверхнаправленности $\gamma = Q + 1$.

Упомянутая выше связь между КНД и добротностью имеет место в том случае, когда при формулировке задачи синтеза и последующей оценке реактивных свойств антенны не учитываются всегда присутствующие в ней флуктуации распределения амплитуды и фазы источников. Если же задача синтеза решается в статистической постановке, то зависимость между добротностью и КНД значительно усложняется. В этом случае антенна синтезируется по какому – либо усредненному критерию, например, по максимальному среднему КНД или же по минимуму среднего значения квадратичного отклонения ДН от заданной. Очевидно, что при этом реактивные свойства её следует оценивать также с помощью средних характеристик – средней добротности \bar{Q} или же среднего коэффициента сверхнаправленности $\bar{\gamma}$. Следовательно, возникает естественный вопрос о характере связи уже между средними значениями – \bar{Q} и \bar{D} , исследованию которого применительно к линейной антенне с фазовыми флуктуациями АФР и посвящена данная работа.

Общие соотношения

Диаграмма направленности линейной антенны длиной L определяется выражением

$$f(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 i(x) e^{jux} dx,$$

где $x = 2z/L$; z - продольная координата с центром в середине антенны; $u = (\pi L/\lambda) \sin \theta = a \sin \theta$ - обобщенный угол, θ - угол, отсчитываемый от нормали к оси антенны; $i(x)$ - функция, описывающая амплитудное и фазовое распределение и нормированная к амплитуде и фазе центрального источника.

Представим $i(x)$ в виде разложения по полной системе собственных функций преобразования Фурье в конечных пределах $\{\psi_n(a, ax)\}_{n=0}^{\infty}$, обладающих свойством двойной ортогональности на интервалах $[-a, a]$ и $(-\infty, \infty)$:

$$i(x) = \sum_{n=0}^N b_n \psi_n(a, ax). \quad (1)$$

Диаграмму направленности при этом можно записать также в виде аналогичного ряда:

$$f(u) = \sum_{n=0}^N d_n \psi_n(a, u).$$

где $d_n = j^n \sqrt{\lambda_n(a)/2\pi a} \cdot b_n$, $\lambda_n(a)$ – собственные значения, соответствующие собственным функциям и упорядоченные так, что $1 \geq \lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \dots \geq 0$.

Средний КНД и среднюю добротность определим следующим образом [8]:

$$\bar{D} = \frac{f^2(0)}{\int_{-a}^a f^2(u) du}, \quad (2)$$

$$\bar{Q} = \frac{\int_{-a}^a f^2(u) du + \int_{-\infty}^{\infty} f^2(u) du}{\int_{-a}^a f^2(u) du} = \bar{\gamma} - 1, \quad (3)$$

где черта является знаком усреднения.

В случае малых флуктуаций ($\alpha < 1$) формулу (2) можно привести к виду:

$$\bar{D}(\alpha, c) = 2a \frac{\langle \mathbf{d}^* [\mathbf{w} + \alpha \mathbf{Q}] \mathbf{d} \rangle}{\langle \mathbf{d}^* \mathbf{V} \mathbf{d} \rangle},$$

где \mathbf{d} – столбец неизвестных коэффициентов d_n , \mathbf{w} – столбец с элементами $\psi_n(a, 0)$, $\mathbf{V} = \mathbf{\Lambda} + \alpha \mathbf{B}$, $\mathbf{\Lambda}$ – диагональная матрица с элементами $\Lambda_{nm} = \sqrt{\lambda_n(a)\lambda_m(a)} \delta_{nm}$, \mathbf{Q} и \mathbf{B} – квадратные матрицы размерности $(N+1) \times (N+1)$ с элементами

$$Q_{nm} = \sum_{q=1}^{\infty} \frac{\alpha^{q-1} I_{nm}^{(q)}(a, c)}{q!} = \frac{1}{2\pi} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{\alpha^{q-1} j^{m-n}}{q! k_n(a) k_m(a)} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 S_{0n}(a, x) S_{0m}(a, x_1) e^{-\frac{(x-x_1)^2 q}{c^2} + ju(x-x_1)} dx dx_1,$$

$$B_{nm} = \sum_{q=1}^{\infty} \frac{\alpha^{q-1} J_{nm}^{(q)}(a, c)}{q!} = \frac{1}{\pi} \sum_{q=1}^{\infty} \frac{\alpha^{q-1} j^{m-n}}{q! k_n(a) k_m(a)} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 S_{0n}(a, x) S_{0m}(a, x_1) e^{-\frac{(x-x_1)^2 q}{c^2}} \frac{\sin a(x-x_1)}{(x-x_1)} dx dx_1,$$

$$k_n^2(a) = \int_{-1}^1 S_{0n}^2(a, x) dx.$$

Здесь $c = 2\rho/L$ и ρ – относительный и абсолютный радиусы корреляции соответственно $S_{0n}(a, x)$ – выгнутые угловые сфероидальные функции.

Определение максимального среднего КНД \bar{D}_m и соответствующего оптимального вектора на котором этот максимум достигается, сводится к решению системы линейных уравнений

$$\left[\mathbf{V} - \frac{\alpha}{\mu_m} \mathbf{Q} \right] \mathbf{d} = \mathbf{w},$$

$$\langle \mathbf{w} \mathbf{d} \rangle = \mu_m = \frac{\bar{D}_m}{2a}$$

Точное решение этой системы в общем случае при произвольных значениях α и c невозможно. Однако при $\alpha < 1$ можно воспользоваться методом последовательных приближений:

$$\mathbf{d}^{(k)} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{w} + \sum_{p=1}^k \alpha^p \frac{[\mathbf{V}^{-1} \mathbf{Q}]^p \mathbf{V}^{-1} \mathbf{w}}{[\mu_m^{(k-1)}]^p}, \quad (4)$$

$$\bar{D}_m^{(k)} = 2a \langle \mathbf{w} \cdot \mathbf{d}^{(k)} \rangle, \quad (5)$$

где верхний индекс в скобках указывает порядок приближения.

Выражение для \bar{Q} приобретает следующий вид:

$$\bar{Q}^{(k)} = \frac{\langle \mathbf{d}^{(k)*} \mathbf{d}^{(k)} \rangle}{\langle \mathbf{d}^{(k)*} \mathbf{V} \mathbf{d}^{(k)} \rangle}. \quad (6)$$

Соотношения (4) – (6) являлись исходными для компьютерных исследований, основные результаты которых приведены ниже.

Результаты численных исследований

Как уже упоминалось выше, в отсутствие флуктуаций $\lg Q$ и максимальный КНД связаны линейной зависимостью (рис. 1, кривая 1). В этом случае возрастание D_m , если синтез проводился без дополнительных ограничений, происходит только за счет увеличения количества членов ряда (1), то есть числа реактивных гармоник в АФР. Напомним, что реактивными гармониками в разложении АФР обычно [8] называют гармоники, соответствующие членам ряда с $n > 2a/\lambda$. Рост числа этих гармоник ведет к росту реактивной мощности и, следовательно, добротности.

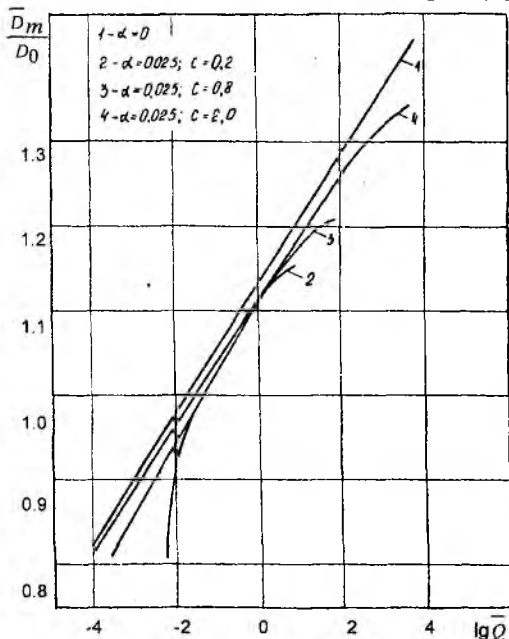


Рис. 1

При синтезе в статистической постановке ситуация более сложная. Это объясняется тем, что при фиксированном N учет флуктуаций приводит к ограничению амплитуд гармоник (значений членов ряда (1)), особенно реактивных. В случае, если $N \rightarrow \infty$, то наличие флуктуаций автоматически уменьшает как амплитуды, так и количество реактивных гармоник, дающих заметный вклад в АФР [10]. В обоих случаях степень воздействия флуктуаций зависит от значений их статистических параметров: дисперсии и радиуса корреляции. Следовательно, \bar{D}_m и \bar{Q} зависят от трёх величин: N , α и c , то есть $\bar{D}_m = \bar{D}_m(N, \alpha, c)$ и $\bar{Q} = \bar{Q}(N, \alpha, c)$.

Рассмотрим ситуацию, когда $\alpha = \text{const}$ и $c = \text{const}$ и АФР меняется за счет изменения числа учитываемых гармоник. В этом случае зависимость \bar{D}_m от $\lg \bar{Q}$ показана на рис. 1 для $a = 3\pi$. Приведенные кривые определяют интервал возможных значений максимального среднего КНД и средней добротности для линейной антенны заданной длины и с заданными α и c . Значения \bar{D}_m и \bar{Q} , при которых кривые "обрываются", являются предельно достижимыми величинами для данной антенны. Они определяют ту максимальную степень сверхнаправленности по КНД, которую можно достигнуть при соответствующих фазовых флуктуациях АФР. Видно однозначное соответствие между значениями \bar{D}_m и \bar{Q} . Обрыв кривых на рис. 1 происходит из-за того, что, начиная с некоторого $n = N_m(\alpha, c)$, своего для каждой совокупности значений

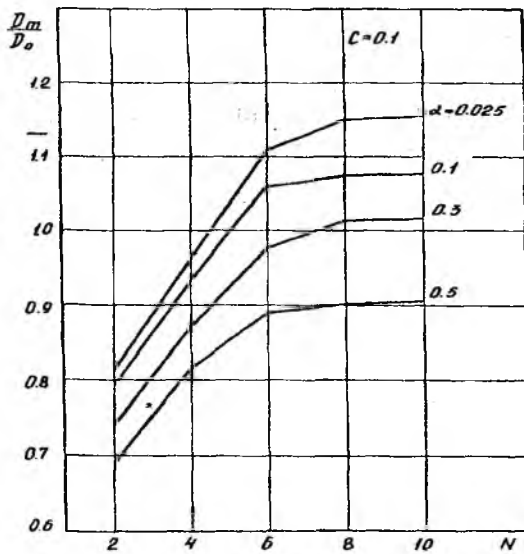


Рис. 2

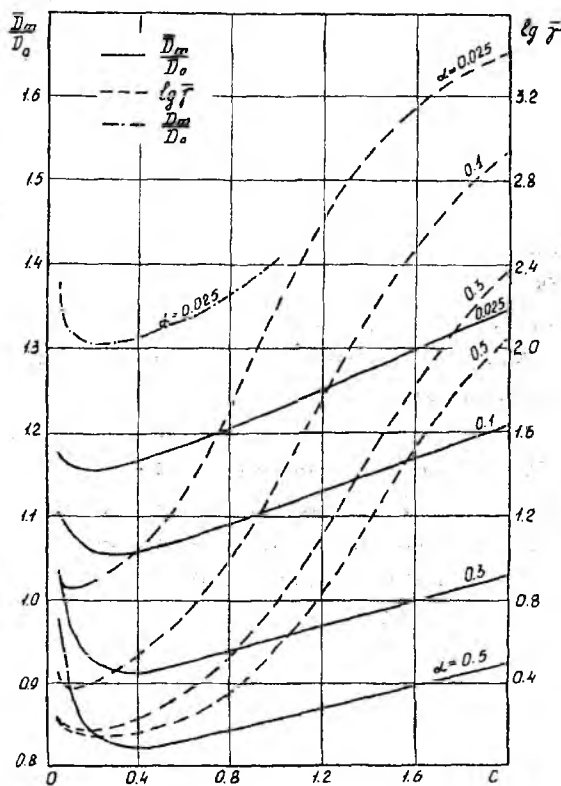


Рис. 3

шение \bar{Q} сопровождается увеличением \bar{D}_m .

Таким образом, известная в детерминированной теории антенн, однозначная связь между КНД и добротностью в статистической теории антенн не всегда имеет место. Для вида этой зависимости важно, за счет чего меняется \bar{D}_m . Следствием различной связи между КНД и Q в детерминированной и статистической теориях антенн является еще один интересный момент. Как уже отмечалось, при решении задач синтеза

α и c , амплитуды слагаемых в (1) становятся чрезвычайно малыми и их вклад в сумму практически не влияет на величину \bar{D}_m . Это хорошо иллюстрируется кривыми, приведенными на рис. 2 для антенны с $a = 3\pi$, показывающими количество гармоник, эффективно участвующих в формировании АФР, при $c = 0,1$; $\alpha = 0,025; 0,1; 0,3; 0,5$.

Пусть теперь в (1) $N \rightarrow \infty$, а значения α и c могут меняться. Для этих случаев зависимости \bar{D}_m / D_0 и $\lg(\bar{Q} + 1)$ от параметров α и c для антенны с $a = 3\pi$ показаны на рис. 3. Нетрудно увидеть, что однозначное соответствие между \bar{D}_m и \bar{Q} сохраняется, если меняется величина дисперсии фазовых флуктуаций α , а c при этом постоянно. На рис. 4 показана

типичная зависимость \bar{D}_m / D_0 от $\lg \bar{Q}(\alpha)$ при $a = 3\pi$; $c = 0,1$. С увеличением $\bar{Q}(\alpha)$ (из-за уменьшения α) \bar{D}_m / D_0 растет. В пределе при $\bar{Q}(\alpha) \rightarrow \infty$ максимальный средний КНД стремится к бесконечности, что соответствует "чистой" сверхнаправленности.

Совершенно иная связь между \bar{D}_m и \bar{Q} , если рассматривать случай, когда они меняются за счет изменения радиуса корреляции c при постоянном значении α (рис. 5). Характерно, что одному значению $\bar{Q}(c)$ соответствуют два различных значения \bar{D}_m и наоборот. Это обусловлено тем, что одно и то же \bar{D}_m может быть получено при двух различных радиусах корреляции c (рис. 3). Вследствие неодинакового характера изменения \bar{D}_m и \bar{Q} при изменении c этим значениям будут соответствовать различные \bar{Q} . Более того, согласно рис. 3 для каждого $\alpha = const$ существует область значений c , в пределах которой умень-

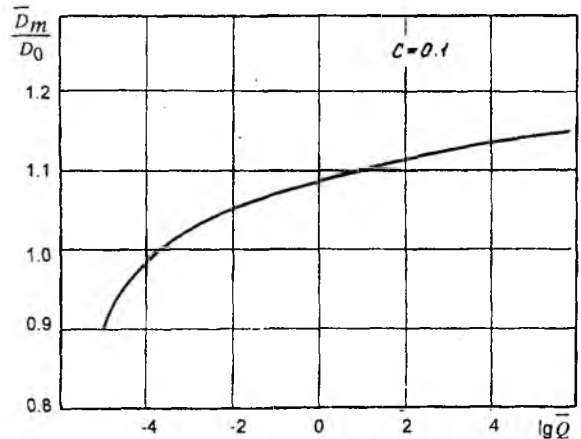


Рис. 4

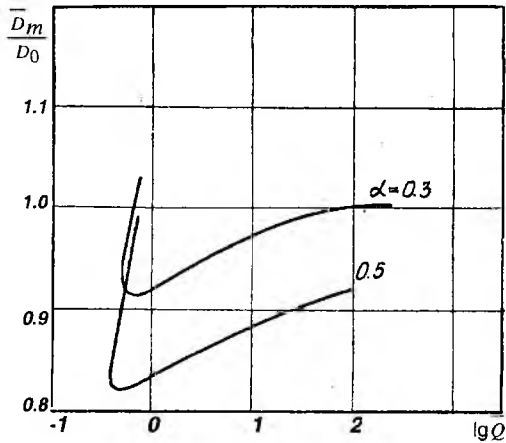


Рис. 5

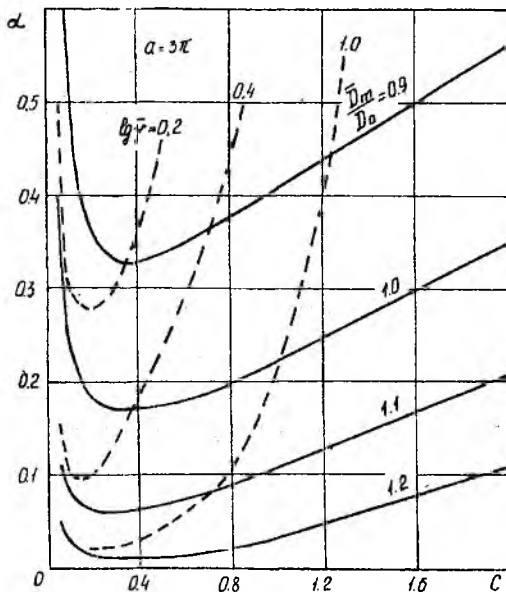


Рис. 6

максимальное значение \bar{D}_m . Так, если воспользоваться кривыми постоянного \bar{Q} на рис. 6 (штриховые кривые), то можно увидеть, что одно и то же значение \bar{Q} может быть при различных \bar{D}_m . Если, например, $\bar{Q}_0 = 1,5$, то наиболее подходящими являются $\alpha = 0,1$, $c = 0,092$, так как при этом $\bar{D}_m / D_0 = 1,09$ будет наибольшим из всех возможных при $\bar{Q} = \bar{Q}_0$.

Список литературы: 1. Lawson J. D. Electromagnetic wave problem // Electr. and Radio Eng., 1959, v. 36. № 9. P. 332-343. 2. Parad L. The real and reactive power of a planar array // IEEE Trans. Antennas and Propag. 1965. Vol. AP-13, № 6, P. 990-998. 3. Collin R. E., Rotschild S. Evaluation of antenna Q // IEEE Trans. Antennas and Propag. 1964. AP-12. № 1. P. 23-31. 4. Borgiotti G. Radiation and reactive energy of aperture antennas // IEEE Trans. Antennas and Propag. 1963. Vol. AP-11. № 1. P. 94-101. 5. Rhodes D.R. On the quality factor of strip and line source antennas its relationship to superdirectivity ratio // IEEE Trans. Antennas and Propag. 1972. Vol. AP-20. № 5. P. 318-325. 6. Rhodes D.R. On an optimum line source for maximum directivity // IEEE Trans. Antennas and Propag. 1971. Vol. AP-19. № 6. P. 485-492. 7. Taylor T.L. Design of line source antennas for narrow beamwidth and low sidelobes // IEEE Trans. Antennas and Propag. 1955. Vol. AP-3. № 6. P. 18-28. 8. Минкович Б.М., Яковлев В.П. Теория синтеза антенн. М.: Сов. радио, 1969. 296 С. 9. Размахнин М.К., Яковлев В.П. Функции с двойной ортогональностью в радиоэлектронике и оптике. М.: Сов. радио, 1971. 256 С. 10. Шифрин Я.С., Должиков В.В. Статистический синтез линейной непрерывной антенны по заданной диаграмме направленности // Радиотехника и электроника. 1994. № 8-9. С.1329-1335.

Харьковский национальный
университет радиоэлектроники

Поступила в редколлегию 07.02.2002