АНАЛИЗ ПРОГНОЗНЫХ СВОЙСТВ МОДЕЛИ БРАУНА В РАСШИРЕННОЙ ОБЛАСТИ ВНУТРЕННЕГО ПАРАМЕТРА

Романенков Ю.А.
Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт» (г. Харьков)

Одной из важнейших функций систем, управляющих социально-экономическими процессами, являются прогнозирование и планирование процессов. Корректное использование прогнозных моделей, четкое понимание их внутреннего механизма, а также знание границ адекватности моделей – необходимые условия принятия качественных, обоснованных управленческих решений.

Прогнозная модель Р. Брауна или модель экспоненциального сглаживания была предложена автором в конце 50-х годов прошлого столетия:

$$F_t = \alpha A_{t-1} + \alpha\left(1-\alpha\right) A_{t-2} + \ldots + \alpha\left(1-\alpha\right)^{n-1} A_{t-n} = \sum_{i=1}^{n} \alpha\left(1-\alpha\right)^{i-1} A_{t-i}\,, \quad (1)$$

где F_t – прогноз на момент времени t (экспоненциальное среднее), $A_{t-1}, A_{t-2}, \ldots, A_{t-n}$ – значения ряда в соответствующие моменты времени, n – длина временного ряда, α – параметр (константа) сглаживания.

Аналитически решить задачу параметрического синтеза возможно лишь «задним числом», т.е. для моментов времени $\left(t-1\right)$, $\left(t-2\right)$ и более ранних. Для этого необходимо решать ретроспективные уравнения вида

$$F_{t-1}\left(\alpha\right) = \sum_{i=1}^{n-1} \alpha\left(1-\alpha\right)^{i-1} A_{t-i-1} = A_{t-1}\,. \quad (2)$$

Предлагается следующий метод выбора параметра сглаживания.

Шаг 1. Формирование ретроспективного уравнения вида (2) для момента времени $\left(t-1\right)$ и выборки длиной в n элементов.

Шаг 2. Поиск вещественных корней ретроспективного уравнения.

Шаг 3. Оценку чувствительности прогнозных оценок предлагается осуществлять путем вычисления показателя чувствительности, равного модулю производной прогнозной функции $F'_{t-1}(\alpha)$ в точках $\alpha = \alpha_1,\ \alpha = \alpha_2,\ ...,\ \alpha = \alpha_j$, $j \geq 2$, где $\alpha_1,\ \alpha_2,\ ...,\ \alpha_j$ – вещественные корни ретроспективного уравнения (2).

Шаг 4. Выбор наименее чувствительной прогнозной оценки осуществляется путем решения задачи оптимизации.

Шаг 5. Определение робастности прогнозных оценок. Аналитически робастность предлагается оценивать величиной, обратной модулю определенного интеграла функции $\varepsilon_F(\varepsilon_\alpha)$ на конкретном интервале:

$$r_i^{(\beta)} = \frac{1}{\int\limits_{-\beta}^{\beta} \left| \varepsilon_{F_i}(\varepsilon_\alpha) \right| d\varepsilon_\alpha}, \tag{3}$$

где $r_i^{(\beta)}$ – показатель робастности i-й прогнозной оценки в диапазоне $(-\beta;\beta)$; $\varepsilon_{F_i}(\varepsilon_\alpha)$ – аналитическая зависимость ошибки i-й прогнозной оценки от ошибки выбора параметра сглаживания.

Шаг 6. Выбор наиболее робастной прогнозной оценки осуществляется путем решения задачи оптимизации.

Шаг 7. Ранжирование критериев, корректировка диапазона оценки робастности.

Использование в модели Брауна расширенного допустимого множества параметра сглаживания α приводит к необходимости дополнительного анализа свойств ряда и самой модели, т.к. алгебраические свойства последовательности весовых коэффициентов модели различны на классическом и на запредельном допустимом множестве. Предложен метод выбора параметра сглаживания α по критериям чувствительности и робастности ретроспективных прогнозных оценок, который позволяет определять настроечные параметры модели Брауна, обеспечивающую максимальную устойчивость прогнозных оценок к изменению внутренних параметров модели.