УДК 681.3

Об одном подходе к синтезу регулятора при наличии ограниченных помех

В.А. Тимофеев

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

This paper is dedicated the solving of the problem of adaptive control of dynamic object under the condition of absence the information about the statistical properties of profit signals and disturbs. The proposed algorithms is the deneralise Of Clark-Gawthrop regulator and it allows easy the control of internal of increasing of control variables.

Проблема синтеза эффективной систем управления реальными объектами является достаточно сложной, так как требует для своего решения значительного объема информации как о свойствах самого объекта, так и той среде, в которой он функционирует. Задача существенно усложняется при управлении объектами в реальном времени. При этом качество создаваемой системы управления в значительной степени зависит от адекватности используемой математической модели реальному объекту. В большинстве своем существующие методы синтеза предполагают наличие полной такой информации, если же информация об объекте и действующих на него возмущениях является неполной, для решения данной проблемы используется адаптивный подход. Априорная информация о виде плотности распределения помехи либо о принадлежности неизвестной плотности распределения однозначно определяют критерий качества идентификации, для минимизации которого применяют хорошо разработанные рекуррентные методы.

Зачастую информация о статистических свойствах сигналов и помех отсутствует. В этом случае более эффективным оказываются адаптивные методы, не требующие такой информации. В данной работе рассматривается задача управления объектом при наличии лишь информации об уровне помех. Рассмотрим объект, описываемый уравнением

$$A(q^{-1})y_t = q^{-1}B(q^{-1})u_t + \xi_t, \tag{1}$$

где $A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + ... + a_{na} q^{-na}$,

$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + ... + b_{nb} q^{-nb}$,

q^{-1} – оператор сдвига назад;

$y_{t,} u_t$ – выходной сигнал и управляющее воздействие соответственно;

ξ_t – помеха.

Предполагается, что управляющее воздействие и помеха ограничены по амплитуде, т.е.

$$|u_t| \le U^*, \tag{2}$$

$$|\xi_t| \le \delta_t. \tag{3}$$

Алгоритм оценивания параметров

Запишем уравнение объекта (1) в виде

$$y_t = \theta^T x_t + \xi_t, \tag{4}$$

где $\theta = (a_1, a_2, ..., a_{na}, b_0, b_1, ..., b_{nb})^T$;

$x_t = (-y_{t-1}, -y_{t-2}, ..., -y_{t-na}, u_{t-1}, ..., u_{t-nb})^T$

и поставим ему в соответствие уравнение модели

$$\hat{y}_t = \hat{\theta}_{t-1}^T x_t, \tag{5}$$

где $\hat{\theta}_{t-1}$ – оценки вектора параметров θ в момент времени *t-1*. Наличие информации об ограниченности помехи (3) свидетельствует о том, что при определении оценки параметров следует рассматривать только те векторы, которые принадлежат множеству [1]

$$S_t = \{\theta : \left| y_t - \theta^T x_t \right| \le \delta_t\}, \tag{6}$$

ограниченному в пространстве параметров прямыми

$$y_t - \theta^T x_t = \pm\delta_t. \tag{7}$$

А так как $\Theta \in S_t$ для всех моментов времени t, то вектор искомых параметров принадлежит также их пересечению, т.е.

$$\theta \in \Theta = \bigcap_{t=0}^{k} S_t, \tag{8}$$

где k – количество рассматриваемых тактов времени.

Пресечение всех областей, ограниченных прямыми (7), образует выпуклый политоп, вычисление которого может быть осуществлено с помощью методов линейного программирования. Значительные вычислительные сложности, сопутствующие этим методам, делают невозможным использование такого подхода при управлении объектами в реальном времени. Попытки же применения для вычисления политопа рекуррентных методов [2,3] позволили только несколько сузить требования к объему памяти, необходимой для представления политопа.

Упростить решение данной задачи позволяет подход, рассмотренный в работах [3,4] и состоящий в применении эллипсоидальной ограничивающей области, аппроксимирующей θ. В этом случае ищется оценка вектора параметров модели (4) при условии (3), удовлетворяющая для любой произвольной положительной весовой последовательности $\{\rho_t\}$ неравенству

$$\sum_{t=0}^{k}\frac{\rho_t}{\delta_t^2}(y_t-\theta^T x_t)^2 \le \sum_{t=0}^{k}\rho_t,\rho_t>0. \tag{9}$$

Операция суммирования в (9) обеспечивает выделения области параметров θ. Однако некоторые значения θ, удовлетворяющие (9), могут не принадлежать пересечению (8). Таким образом, возникает задача выбора подходящей весовой последовательности $\{\rho_t\}$.

Наиболее известный в настоящее время результат, получен Фогелем и Хуангом [4], показавшим, что ρ_t является наибольшим положительным корнем квадратного уравнения

$$(d-1)g_t^2\rho_t^2-[(2d-1)\delta_t-g_t-\varepsilon_t^2]g_t\rho_t+\delta_t[d(\delta_t-\varepsilon_t^2)-g_t]=0, \tag{10}$$

где $d=\dim\{\theta\}$, $g_t=x_t^T P_{t-1}x_t$, $\varepsilon_t=y_t-\hat{\theta}_{t-1}^T x_t$, $P_{t-1}=X_t^T M X_t$,

$X_t=(x_1,x_2,...,x_t)$, $M=diag\{\rho_t/\delta_t^2\}$, $0\le t\le k$,

и предложившим следующий алгоритм идентификации:

$$\hat{\theta}_t=\hat{\theta}_{t-1}+\frac{P_{t-1}x_t\varepsilon_t}{\delta_t^2/\rho_t+g_t}, \tag{11}$$

$$P_t=\beta_t(P_{t-1}-\frac{P_{t-1}x_t x_t^T P_{t-1}}{\delta_t^2/\rho_t+g_t}), \tag{12}$$

$$\beta_t=1+\rho_t-\frac{\rho_t\varepsilon_t^2}{\delta_t^2+\rho_t g_t}), \tag{13}$$

$$\rho_t = \begin{cases} 0, & \begin{matrix} \text{если } \alpha_2^2 - 4\alpha_1\alpha_3 < 0, \\ \text{или } -\alpha_2 + \sqrt{\alpha_2^2 - 4\alpha_1\alpha_3} \le 0, \end{matrix} \\ \dfrac{-\alpha_2 + \sqrt{\alpha_2^2 - 4\alpha_1\alpha_3}}{2\alpha_1} & - \text{ в противном случае} \end{cases} \tag{14}$$

где $\alpha_1 = (n-1)g_t^2$, $\alpha_2 = (2n - 1 - g_t^2 + \varepsilon_t^2)g_t$, $\alpha_3 = n(1-\varepsilon_t^2) - g_t$,

$n = n_a + n_b + 1$.

Заметим, что оценка (11) вычисляется, если $\rho_t \neq 0$. Если же $\rho_t = 0$, то $\hat{\theta}_t = \hat{\theta}_{t-1}$ и $P_t = P_{t-1}$. Из приведенных соотношений видно, что данный алгоритм существенно зависит от размерности оцениваемого вектора θ и если эта размерность выбрана большой, то вычисление по алгоритму (11) – (14) в реальном времени не представляется возможной.

Более простым является алгоритм, предложенный в работе [5] и имеющий вид

$$\hat{\theta}_t = \hat{\theta}_{t-1} + \frac{a_t P_{t-1} x_t}{g_t}(|\varepsilon_t| - |\delta_t|)sign(\varepsilon_t), \tag{15}$$

$$P_t = \frac{1}{\lambda}\left[P_{t-1} - \frac{a_t P_{t-1} x_t x_t^T P_{t-1}}{g_t}(1 - \left|\frac{\delta_t}{\varepsilon_t}\right|)\right], \tag{16}$$

где

$$a_t = \begin{cases} 0, \text{ если } g_t = 0 \text{ или } |\varepsilon_t| < |\delta_t|; \\ 1, \quad \text{в противном случае}; \end{cases} \tag{17}$$

$$\lambda \in (0,1].$$

В отличие от алгоритма (11) – (14), являющегося разновидностью рекуррентного метода наименьших квадратов(МНК), алгоритм (15) – (17) относится к проекционным алгоритмам, требующим для своей реализации меньших вычислительных ресурсов. Наличие в (15) – (17) коэффициента a_t призвано останавливать работу алгоритма либо при $g_t = 0$, что свидетельствует о поступлении на вход сигналов x_t, линейно зависящих от предыдущих, либо при $|\varepsilon_t| < |\delta_t|$, что говорит о попадании ошибки ε_t в трубку, определяемую величиной помехи δ_t. В последнем случае введение a_t аналогично использованию в алгоритме зоны нечувствительности.

В связи с этим, еще более простыми алгоритмами идентификации являются алгоритмы, использующие зону нечувствительности [6,7]. Так модифицированный МНК с зоной нечувствительности, предложенный в [6], имеет вид

$$\hat{\theta}_t = \hat{\theta}_{t-1} + \frac{a_t P_{t-1} x_t f(\varepsilon_t, \beta\delta)}{1 + (1 + ag(\varepsilon_t, \beta\delta))g_t}, \tag{18}$$

$$P_t = P_{t-1} - ag(\varepsilon_t, \beta\delta)\frac{P_{t-1} x_t x_t^T P_{t-1}}{1 + (1 + ag(\varepsilon_t, \beta\delta))g_t}, \tag{19}$$

где

$$f(\varepsilon_t, \beta\delta) = \begin{cases} \varepsilon_t - \delta, \ если\ \varepsilon_t > \delta\beta; \\ 0, \ если\ |\varepsilon_t| \le \delta\beta; \\ \varepsilon_t + \delta, \ если\ \varepsilon_t < -\delta\beta \end{cases} \tag{20}$$

$$g(\varepsilon_t, \beta\delta) = \begin{cases} \dfrac{f(\varepsilon_t, \beta\delta)}{\varepsilon_t}, \ если\ |\varepsilon_t| > \beta\delta; \\ 0, \ если\ |\varepsilon_t| \le \beta\delta; \end{cases} \tag{21}$$

$a \in (0,1]$; $\beta = \sqrt{1+a}$ – параметр, определяющий величину зоны нечувствительности.

Основным неудобством алгоритма (18) – (21) является то, что обычно величина зоны нечувствительности β не известна, а эффективность работы данного алгоритма зависит от правильности выбора β. Поэтому целесообразным представляется использование алгоритмов с адаптивно настраиваемой зоной чувствительности [7]. После окончания процесса идентификации, т.е. после достижения требуемой величины ε_t, начинается процесс управления.

Алгоритм управления

Использование для целей управления критерия

$$I(u) = \min_{u_t}(e_{t+1}^2 + k u_t^2), \tag{22}$$

где $e_{t+1} = y_{t+1} - y_{t+1}^*$ – ошибка управления,

y_{t+1}^* – требуемая величина выходного сигнала;

k – весовой параметр,

приводит к регулятору типа регулятора Кларка – Гофтропа [8]

$$u_t = \hat{\theta}^{*T} x_t, \tag{23}$$

где

$$x_t^{'} = (-y_t, -y_{t-1}, ..., -y_{t-na+1}, -u_{t-1}, -u_{t-2}, ..., -u_{t-nb}, u_{t+1}^*)^T \tag{24}$$

θ^* – оценка параметров $\theta^* = (\theta_y^{*T}; \theta_u^{*T}; \theta_{u^*}^*)$;

$$\theta_y^* = (\alpha_1^{'}, \alpha_2^{'}, \ldots, \alpha_{na}^{'})^T, \quad \alpha_i^{'} = \frac{\alpha_i}{\beta_0^2 + k}\beta_0, \ \ \alpha_i = -a_i, \ \ i = 1, \ldots, na; \tag{25}$$

$$\theta_u^* = (\beta_1^{'}, \beta_2^{'}, \ldots, \beta_{nb}^{'})^T, \quad \beta_j^{'} = \frac{\beta_j}{\beta_0^2 + k}\beta_0, \ \ \beta_0 = b_0, \ \ j = 1, \ldots, nb; \tag{26}$$

$$\theta^*_{u^*} = \frac{\beta_0}{\beta_0^2 + k}.$$

(27)

Сигнал предсказателя вычисляется по формуле

$$y_{t+1} = \alpha(q^{-1})y_t + \beta(q^{-1})u_t + \xi_{t+1}, \tag{28}$$

где $\alpha(q^{-1}) = G(q^{-1});\quad \beta(q^{-1}) = F(q^{-1})B(q^{-1});\quad F(q^{-1}), G(q^{-1})$ – полиномы, определяемые путем решения диофантова уравнения

$$F(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-1}G(q^{-1}) = 1, \tag{29}$$

из (28) и (1) следует, что

$$F(q^{-1}) = 1,\ \beta(q^{-1}) = B(q^{-1}),\ \ \alpha(q^{-1}) = a_1 + a_2 q^{-1} + ... + a_{na} q^{-(na-1)}.$$

Оценка $\hat{\theta}^*_t$ может быть получены из оценок $\hat{\theta}_t$, вычисленных в процессе рекуррентной идентификации.

Формула (28) может быть представлена так

$$u_t = \theta^{*T}\hat{x}_t - \hat{\xi}_{t+1}, \tag{30}$$

где

$$\hat{x}_t = (-y_t, -y_{t-1}, ..., -y_{t-na+1}, -u_{t-1}, -u_{t-2}, ..., -u_{t-nb}, y_{t+1}), \tag{31}$$

$$\left|\hat{\xi}_{t+1}\right| < \frac{\delta}{\beta_0^2 + k}\beta_0. \tag{32}$$

Из (23), (30) и (31) следует, что регулятор обеспечивает устойчивое слежение и подавление помехи ξ.

Ограниченное управляющее воздействие, подаваемое на объект, является линейной функцией с насыщением и имеет вид

$$\hat{u}_t = sat(u_t; u^*). \tag{33}$$

Таким образом, предлагаемый регулятор, являясь обобщением адаптивного регулятора Кларка-Гофтропа, обеспечивает решение задачи управления при более высоком уровне априорной неопределенности в отсутствие любой информации о характеристиках действующих возмущений. Кроме того, введение переменного параметра К позволяет достаточно просто регулировать интервал изменения управляющей переменной в реальном времени.

Перечень ссылок

1. Schweppe F.C. Uncertain dynamic systems.–Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall. Inc. –1973.–553 p.
2. Norton J.P. Recursive computation of inner bounds for the parameters of linear models // Int. j. of control.– 1989.– vol.50 – P.2423-2430
3. Norton J.P., Veres S.M. Developments in parameter bounding/Gerencser L., Caines P.E. (eds.) Topics in Stochastic Systems: Modeling, Estimation and Control.– New York: Springer-Verlag.–1991.– P. 137–158
4. Fogel E., Huang Y.F. On the value of information in system identification – bounden noise case // Automatica.– 1982. –Vol. 18.– №2.– P.229-238
5. Canudas de Wit C., Carrillo J. A modified EW-RLS algorithm for system with bounded disturbances // Automatica.– 1990.– Vol. 26.– №3.– P.339–606

6. Losano-Leal R.,Ortega R. Reformation of the parameter identification problem for systems with bounded disturbances // Automatica.– 1987.– Vol. 23.– №1.– P.247–251
7. Агаджанов С.Г., Роговенко В.В., Теренковский И.Д., Тимофеев В.А. Алгоритмы идентификации с адаптивно настраиваемой зоной нечувствительности // АСУ и приборы автоматики. Сб. научн. трудов.– Вып. 107.– Харьков; ХТУРЭ.– 1998.– с.86–95
8. Clark D.W., Gawthrop P.J. Self-tuning controller // Proc. IEE.– 1975.– Vol. 122.– №9.– P.929–934