



ОБ ОДНОМ КЛАССЕ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО СТОХАСТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С ВЕРОЯТНОСТНЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА ФАЗОВЫЕ ПЕРЕМЕННЫЕ

Тевяшев А.Д., Матвиенко О. И.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

Резкое возрастание тарифов на электроэнергию и введение трёхуровневого тарифа привело к острой необходимости перехода к энергосберегающим стратегиям управления технологическими объектами. В докладе рассматривается проблема оптимального стохастического управления режимами работы магистральных водоводов (МВ) с последовательно включёнными насосными станциями и приёмными резервуарами на их входах и выходах МВ при переходе на трёхуровневый тариф по электроэнергии.

В данной работе МВ рассматривается как стохастический объект, функционирующий в стохастической среде. А задача оптимального управления режимами работы МВ может быть сведена к классической задаче оптимального стохастического управления. Разработка эффективного метода решения такого вида задач возможна за счёт выявления и эффективного использования специфических свойств МВ как объекта управления. Для МВ такими специфическими особенностями является наличие в них резервуаров чистой воды (РЧВ) достаточно большого объёма. Использование этой особенности МВ позволяет построить стратегию оптимизации режимов его работы, основанную на максимально возможном использовании всего объёма резервуаров. Стратегия состоит в том, что подача воды в приёмные резервуары из МВ должна быть минимальной на интервале времени с максимальным тарифом и максимальной на интервале времени с минимальным тарифом. Использование такой стратегии приводит к необходимости введения дополнительных экстремальных ограничений на фазовые переменные: к моменту времени перехода тарифа на электроэнергию с меньшего на больший - математические ожидания уровней воды в РЧВ должны быть максимально возможными, а перед моментом времени начала минимального тарифа математические ожидания уровней воды в РЧВ должны быть минимальными. Более того, для любого момента времени $t \in [0, T]$ вероятность переполнения или опорожнения резервуаров должна быть близка к нулю.

Применение такой стратегии привело к необходимости разработки нового класса задач оптимального стохастического управления с экстремальными и вероятностными ограничениями на фазовые переменные.

Класс задач. Интервал управления $[0, T]$ (одни сутки) разбивается на 24 подынтервала, соответствующих каждому часу $k=0, \dots, 23$. Будем предполагать, что при $k=0$ известны: прогнозы расходов в виде условных математических ожиданий, вычисляемых в момент времени $k=0$, с упреждением $l=1, 2, \dots, 23$ всех попутных потребителей $q_{ik}(l)$, получающих воду из МВ, и конечных потребителей $q_{jk}(l)$, получающих воду из резервуара на выходе МВ; уровень



воды в z-ом РЧВ - H_{zk} ; структура МВ и параметры, характеризующие режим его работы (расходы по всем участкам и давления во всех узлах МВ). Также известны статические данные: длины, диаметры, геодезические отметки участков трубопровода, оценки параметров моделей насосных агрегатов (НА) на каждой насосной станции (НС), размеры РЧВ, оценки гидравлических сопротивлений регулируемых задвижек (РЗ) на каждой НС.

Целевую функцию задачи оптимального стохастического управления режимами работы МВ за сутки можем представить в виде математического ожидания стоимости электроэнергии, затрачиваемой всеми насосными станциями МВ на интервале управления $[0, T]$:

$$M_{\omega} \sum_{k=0}^{23} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{m_i} N_{ijk}(q_{ik}(\omega)) \cdot r_k \rightarrow \min_{u(k) \in \Omega}, \quad (1)$$

Область ограничений Ω определяется стохастической моделью квазистационарных режимов работы водопроводной сети [1]:

$$M_{\omega} \left(h_{rk}(q_{rk}(\omega)) + \sum_{i \in L} b_{1ri} h_{NAik}(q_{ik}(\omega)) + \sum_{i \in R} b_{1ri} h_{RZik}(q_{ik}(\omega)) + \sum_{i \in M} b_{1ri} h_{ik}(q_{ik}(\omega)) \right) = 0, \\ (r = v, \dots, v + \eta_2 - 1), \quad k = 0, \dots, 23. \quad (3)$$

$$M_{\omega} \left(h_{NSjk}(\omega) - H_{jk}(\omega) - h_{NAjrk}(q_{rk}(\omega)) + h_{RZjrk}(q_{rk}(\omega)) + \sum_{i \in M} b_{1ri} (h_{ik}(q_{ik}(\omega)) + h_i^{(g)}) \right) = 0, \\ (j = 1, \dots, n; \dots r = 1, \dots, m), \quad (4)$$

$$\bar{q}_{ik} = M_{\omega} \left(\sum_{r=v}^{v+\eta_2-1} b_{1ri} q_{rk}(\omega) + \sum_{r=v+\eta_2}^e b_{1ri} q_{rk}(\omega) \right), \quad (i = 1, \dots, v-1), \quad (5)$$

$$q_{ik}(\omega) > 0, \quad i \in L, \quad (6)$$

$$h_{ik}(q_{ik}(\omega)) = \text{sgn } q_{ik}(\omega) S_i(\omega) q_{ik}^2(\omega), \quad i \in M, \quad (7)$$

$$h_{NAik}(q_{ik}(\omega)) = a_{0i}(\omega) + a_{1i}(\omega) q_{ik}(\omega) + a_{2i}(\omega) q_{ik}^2(\omega), \quad i \in L, \quad (8)$$

$$\eta_{NAik}(q_{ik}(\omega)) = d_{0i}(\omega) + d_{1i}(\omega) q_{ik}(\omega) + d_{2i}(\omega) q_{ik}^2(\omega), \quad i \in L, \quad (9)$$

$$N_{NAik}(q_{ik}(\omega)) = \frac{h_{NAik}(q_{ik}(\omega)) \cdot q_{ik}(\omega)}{0,9 \cdot \eta_{NAik}(q_{ik}(\omega))}, \quad i \in L, \quad (10)$$

$$h_{RZik}(q_{ik}(\omega)) = \frac{q_{ik}(\omega) C_i(\omega)}{E_{ik}^2}, \quad i \in R, \quad (11)$$

и моделями резервуаров

$$H_{zk}(\omega) = H_{zk-1}(\omega) + c_{zk}(q_{zvkh}(\omega) - q_{zvhh}(\omega)), \quad (z = 1, \dots, Z), \quad (12)$$

с вероятностными ограничениями на фазовые переменные:

$$P(H_{zk}(\omega) \leq H_z^{\max}) \geq \alpha, \quad P(H_{zk}(\omega) \geq H_z^{\min}) \geq \alpha, \quad \alpha \approx 0,97, \quad (13)$$

$$M_{\omega} \{H_z^{\max} - H_{z6}(\omega)\} \geq \varepsilon, \quad \varepsilon > 0, \quad (14)$$

$$M_{\omega} \{H_{z23}(\omega) - H_z^{\min}\} \geq \delta, \quad \delta > 0, \quad (15)$$



где $u(k)$ - вектор управления, определяющий количество работающих НА и положение РЗ; $H_{zk}(\omega)$ - уровень воды в z -ом РЧВ на заданном k -ом интервале времени, $H_z^{\min}$ - минимально допустимый уровень воды в z -ом РЧВ, $H_z^{\max}$ - максимально допустимый уровень воды в z -ом РЧВ.

Случайные величины характеризуют: $q_{ik}(\omega)$ – расход воды на i -м участке трубопровода на k -ом интервале времени; $h_{ik}(q_{ik}(\omega))$ - падение напора на i -м участке трубопровода на k -ом интервале времени; $h_{NSjk}(\omega)$ –напор на выходе НС, $h_{NAik}(q_{ik}(\omega))$ –напор i -го НА; $q_{zvkh}(\omega), q_{zvhh}(\omega)$ - расход воды на входе и выходе z -го РЧВ на k -ом интервале времени. $S_i(\omega)$ – оценка гидравлического сопротивления i -го участка трубопровода ($i \in M$); $h_{RZik}(q_{ik}(\omega))$ – оценка падения напора на i -ой РЗ; $\eta_{NAik}(q_{ik}(\omega))$ – оценка КПД i -го НА; $a_{0i}(\omega), a_{1i}(\omega), a_{2i}(\omega), d_{0i}(\omega), d_{1i}(\omega), d_{2i}(\omega)$ – оценки параметров НА ($i \in L$); $C_i(\omega)$ – оценка параметров РЗ ($i \in R$); E_{ik} – степень открытия РЗ ($E \in (0,1]$); $h_i^{(g)}$ – геодезическая отметка i -го участка трубопровода ($i \in M$), b_{lri} – элемент цикломатической матрицы; $N_{NAik}(q_{ik}(\omega))$ - оценка мощности НА; c_{zk} - коэффициент, обратно пропорциональный площади z -го РЧВ; n - количество НС; m - количество НА на выбранной НС; Z - количество РЧВ; $M_{\omega}^{\{\cdot\}}$ - математическое ожидание случайной величины $\{\cdot\}$.

Для разрешимости задачи (1)–(15) при $k=0$ должны быть дополнительно известны прогнозы расходов в виде условных МО, вычисляемых в момент времени $k=0$, с упреждением $l=1,2,\dots, 23$ всех попутных потребителей $q_{ik}(l)$, получающих воду из МВ, и конечных потребителей $q_{jk}(l)$, получающих воду из резервуара на выходе МВ; уровни воды в каждом z -ом РЧВ - H_{z0} .

В докладе приведен приближённый метод решения рассматриваемой задачи, путём перехода от стохастической задачи (1) – (15) к её детерминированному эквиваленту, решение которого осуществляется модифицированным методом ветвей и границ. Оценки эффективности предлагаемого метода по сравнению с существующим приведены на примере одного из наиболее крупных МВ Украины. Показано, что использование предлагаемого метода позволило получить экономический эффект по стоимости электроэнергии до 8,16%, что в абсолютных величинах для рассматриваемого примера составило экономию 608 тыс. грн. в месяц.

1. Тевяшев, А. Д. Стохастическая модель и метод зонирования водопроводных сетей [Текст] / А. Д. Тевяшев, О. И. Матвиенко. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2014. – № 1(67). – С. 17–24.

2. Тевяшев, А. Д. Об одной стратегии оперативного планирования режимов работы насосной станции [Текст] / А. Д. Тевяшев, О. И. Матвиенко. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2014. – № 3.

3. Teviashev A.D., Matvienko O.I. 2014. About One Approach to Solve the Problem of Management of the Development and Operation of Centralized Water-Supply Systems. Econtechmod. An International Quarterly Journal. Vol. 3, №3., 61-76.